РЕШЕНИЯ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ

Муниципальный этап ВсОШ по физике · 11 класс · 2026–2027 учебный год

Подробное решение пяти задач из предоставленного сборника. Обозначения соответствуют условиям; все расчёты выполнены в предположениях, указанных в заданиях.

Задача 1. Влажный воздух в трубке

Дано. $\ell = 76$ мм ртутного столбика; $\varphi_0 = 60\ \%$; $p_0 = 760$ мм рт. ст. Температура постоянна.

В горизонтальном положении давления с обеих сторон ртути равны, поэтому полное давление влажного воздуха равно атмосферному: $p_1 = p_0$. После поворота открытым концом вверх ртуть создаёт дополнительное гидростатическое давление на газ.

$$p_2 = p_0 + \rho_{Hg} g \ell = 760 + 76 = 836 \text{ мм рт. ст.}$$

При изотермическом сжатии пар и сухой воздух (пока конденсации нет) изменяют парциальные давления в той же пропорции, что и общее давление. Давление насыщенного пара при неизменной температуре постоянно.

$$\varphi_2 = \varphi_0 \cdot p_2/p_1 = 0{,}60 \cdot 836/760 = 0{,}66.$$

Полученное значение меньше 100 %, поэтому допущение об отсутствии конденсации выполняется.

Ответ: $\varphi_2 = 66\ \%$.

Задача 2. Два шарика и нить

Дано. Два одинаковых шарика массой m соединены нитью длины ℓ; высота стола ℓ; изначально свисающий участок равен $\ell/3$.

Пока нижний шарик движется к полу, он проходит $2\ell/3$. Верхний за то же время проходит вдоль стола горизонтальное расстояние $2\ell/3$ и оказывается у края. В этот момент скорости шариков равны по модулю v.

По закону сохранения механической энергии до удара нижнего шарика о пол:

$$mg \cdot 2\ell/3 = mv^2/2 + mv^2/2 = mv^2,$$

$$v^2 = 2g\ell/3. \qquad (1)$$

Нижний шарик прилипает к полу. Верхний вылетает горизонтально и далее движется по параболе; нить вначале провисает. Отсчитывая время t от вылета с края стола, получаем:

$$x(t) = vt, \qquad h(t) = \ell - gt^2/2.$$

Когда нить снова натянется, расстояние между шариками станет равным ℓ:

$$x^2 + h^2 = \ell^2,$$

$$v^2t^2 + (\ell - gt^2/2)^2 = \ell^2,$$

$$t^2(v^2 - g\ell) + g^2t^4/4 = 0.$$

Ненулевое решение с учётом (1):

$$t^2 = 4(g\ell - v^2)/g^2 = 4\ell/(3g).$$

Следовательно, искомая высота:

$$h = \ell - gt^2/2 = \ell - 2\ell/3 = \ell/3.$$

Ответ: $h = \ell/3$ над полом.

Задача 3. Две шайбы и пружина

Дано. $m_1 = 150$ г $= 0{,}15$ кг; $m_2 = 450$ г $= 0{,}45$ кг; $k = 20$ Н/м; $v_0 = 12$ м/с.

Внешних горизонтальных сил нет, поэтому скорость центра масс неизменна:

$$V = m_1 v_0/(m_1 + m_2) = (0{,}15 \cdot 12)/(0{,}15 + 0{,}45) = 3 \text{ м/с}.$$

Относительное движение шайб описывается гармоническими колебаниями. Поскольку первоначально пружина не деформирована, модуль относительной скорости в моменты прохождения пружиной естественной длины равен v_0. Максимальная скорость второй шайбы достигается, когда относительная скорость $v_1 - v_2 = -v_0$.

Из определения скорости центра масс:

$$v_2 = V - [m_1/(m_1 + m_2)] \cdot (v_1 - v_2),$$

$$v_{2,\max} = V + [m_1/(m_1 + m_2)] \cdot v_0 = 3 + 3 = 6 \text{ м/с}.$$

Жёсткость пружины влияет на период колебаний, но не на найденное максимальное значение скорости.

Ответ: $v_{2,\max} = 6$ м/с.

Задача 4. Зарядка трёх конденсаторов

Дано. Три одинаковых конденсатора C, три одинаковых резистора R и идеальный источник с ЭДС $\mathscr{E}$. До замыкания ключа конденсаторы разряжены.

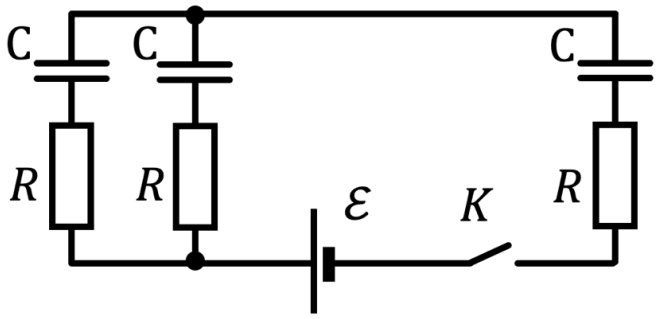


Схема из условия: две левые ветви симметричны.

Две левые ветви одинаковы и подключены параллельно. Они эквивалентны ветви с ёмкостью 2C и последовательно включённым сопротивлением R/2. Эта ветвь вместе с правой (C и R) образует единую последовательную цепь зарядки.

$$C_{\text{экв}} = (2C \cdot C)/(2C + C) = 2C/3,$$

$$R_{\text{экв}} = R/2 + R = 3R/2.$$

После окончания зарядки заряд, прошедший через источник, равен:

$$q = C_{\text{экв}}\, \mathscr{E} = 2C\mathscr{E}/3.$$

Работа источника равна произведению ЭДС на прошедший заряд:

$$A_{\text{ист}} = \mathscr{E} q = 2C\mathscr{E}^2/3.$$

Запасённая конденсаторами энергия и суммарное джоулево тепло:

$$W_{\text{кон}} = C_{\text{экв}}\, \mathscr{E}^2/2 = C\mathscr{E}^2/3,$$

$$Q_\Sigma = A_{\text{ист}} - W_{\text{кон}} = C\mathscr{E}^2/3.$$

Токи в левой и средней ветвях одинаковы; ток через правый резистор по модулю вдвое больше каждого из них. Поэтому теплоты, пропорциональные интегралу $R\, i^2 dt$, относятся как $1 : 1 : 4$.

$$Q_{\text{лев}} = Q_{\text{сред}} = Q_\Sigma/6 = C\mathscr{E}^2/18,$$

$$Q_{\text{прав}} = 4Q_\Sigma/6 = 2C\mathscr{E}^2/9.$$

Ответ: $A_{\text{ист}} = 2C\mathscr{E}^2/3$; $Q_{\text{лев}} = Q_{\text{сред}} = C\mathscr{E}^2/18$; $Q_{\text{прав}} = 2C\mathscr{E}^2/9$.

Задача 5. Метод Монте-Карло

Дано. В квадрат со вписанной окружностью равномерно и независимо нанесены N = 120 точек.

Отношение площади круга к площади квадрата при радиусе r равно:

$$p = S_{круга}/S_{квадрата} = \pi r^2/(2r)^2 = \pi/4.$$

Следовательно, доля точек внутри круга приближённо равна π/4. На рисунке видно 95 точек внутри окружности и 25 вне её (всего 120).

$$\hat{p} = N_{внутр}/N = 95/120 = 0{,}79167,$$

$$\hat{\pi} = 4\hat{p} = 4 \cdot 95/120 = 19/6 \approx 3{,}1667.$$

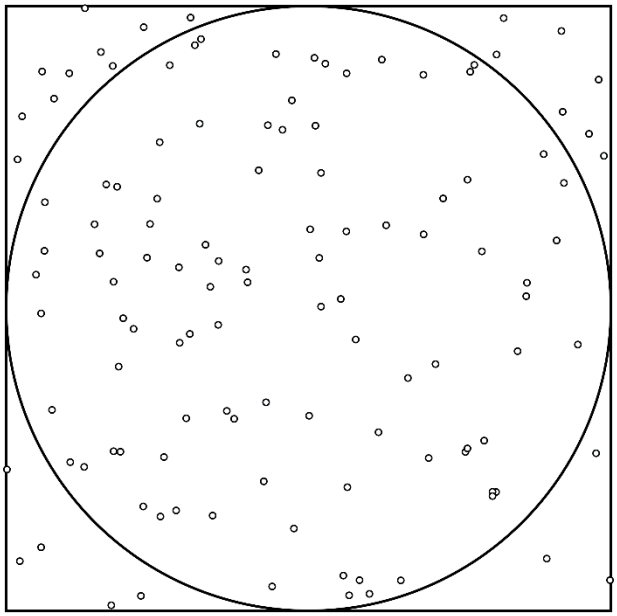


Рисунок к задаче 5: 95 точек внутри круга, 25 — вне круга.

Если под погрешностью понимать отклонение полученного числа от известного значения π ≈ 3,14159, то:

$$\Delta = |\hat{\pi} - \pi| \approx |3{,}16667 - 3{,}14159| \approx 0{,}0251,$$

$$\delta = \Delta/\pi \cdot 100\ \% \approx 0{,}80\ \%.$$

Но по одной случайной выборке нельзя гарантировать столь малую ошибку. Характерная статистическая погрешность (стандартное отклонение оценки Монте-Карло) составляет:

$$\sigma_\pi \approx 4\sqrt{[\hat{p}(1 - \hat{p})/N]} = 4\sqrt{[(95/120)(25/120)/120]} \approx 0{,}148 \approx 0{,}15.$$

При нормальной приближённой оценке интервал порядка двух стандартных отклонений составляет ±0,29 (примерно 95%-й уровень, ориентировочно).

Ответ: π ≈ 3,17; фактическое отклонение ≈ 0,025 (0,80 %); статистическая погрешность порядка 0,15.

Краткие ответы

Задача	Ответ
1	66 %
2	ℓ/3
3	6 м/с
4	A = 2C$\mathscr{E}^2$/3; Q = C$\mathscr{E}^2$/18, C$\mathscr{E}^2$/18, 2C$\mathscr{E}^2$/9
5	π ≈ 3,17; σπ ≈ 0,15