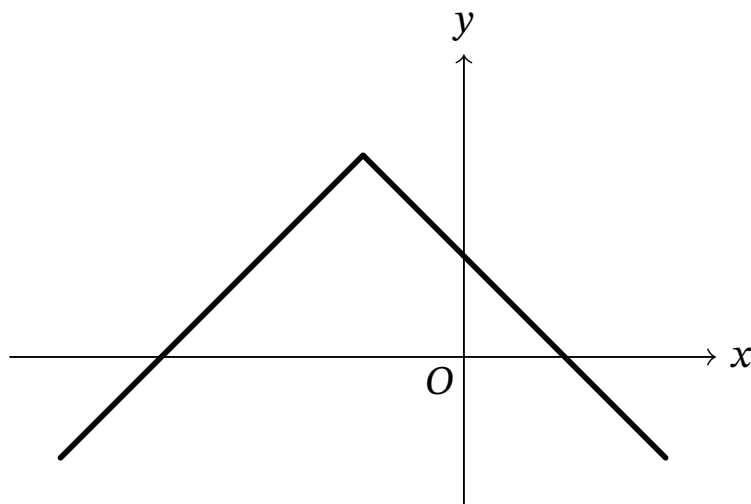
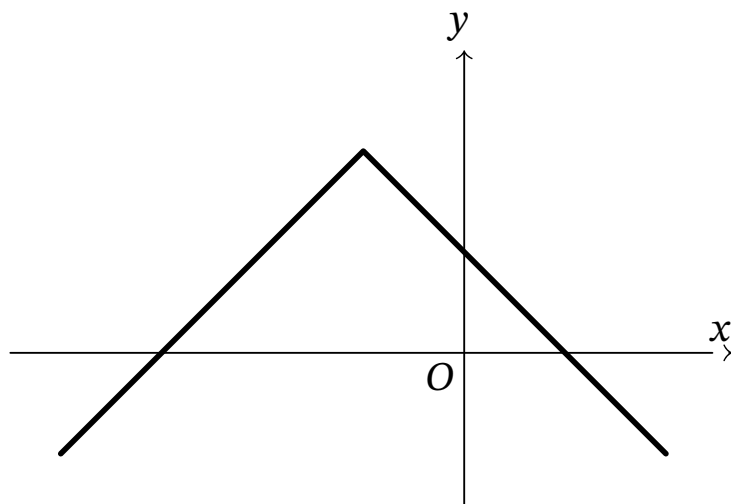


ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИКА. 2026–2027 уч. г.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 10 КЛАСС

Задача 1.1. На рисунке изображён график функции $y = a - |kx + b|$.



К задаче 1



К задаче 1.2

Выберите те утверждения, которые могут быть верны:

1. $a > 0, k > 0, b > 0$;
2. $a > 0, k > 0, b < 0$;
3. $a > 0, k < 0, b > 0$;
4. $a > 0, k < 0, b < 0$;
5. $a < 0, k > 0, b > 0$;
6. $a < 0, k > 0, b < 0$.
7. $a < 0, k < 0, b > 0$;
8. $a < 0, k < 0, b < 0$.

Вариант 1.2.

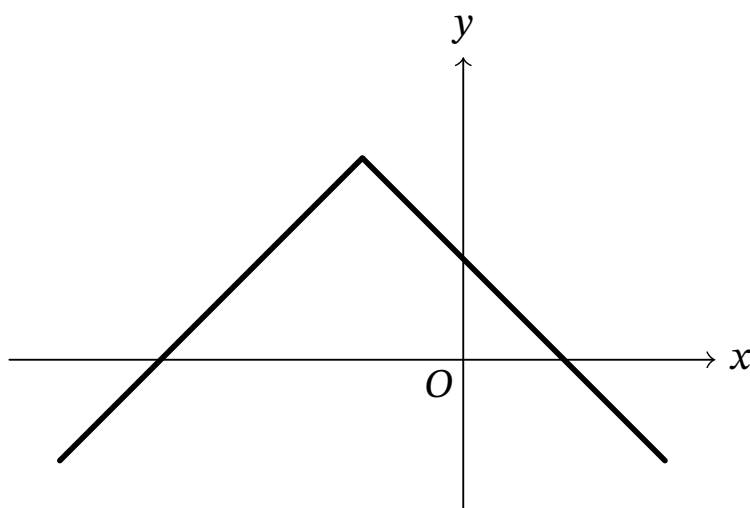
На рисунке изображён график функции $y = -a - |kx + b|$.

Выберите те утверждения, которые могут быть верны:

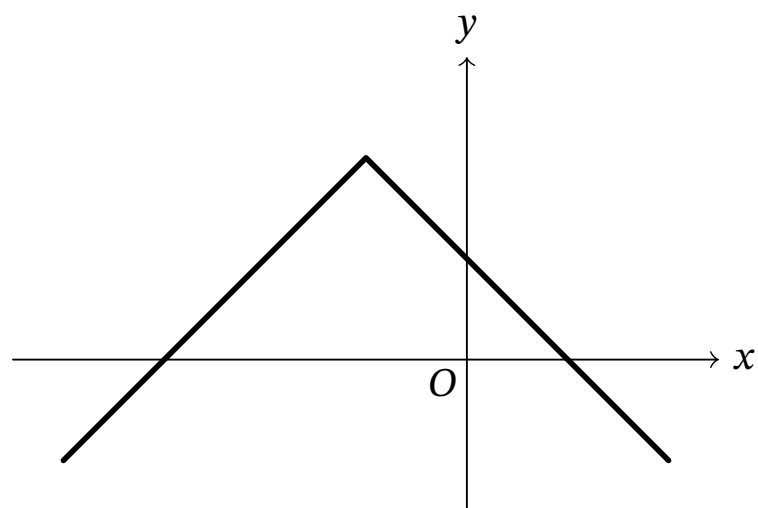
1. $a > 0, k > 0, b > 0$;
2. $a > 0, k > 0, b < 0$;
3. $a > 0, k < 0, b > 0$;
4. $a > 0, k < 0, b < 0$;
5. $a < 0, k > 0, b > 0$;
6. $a < 0, k > 0, b < 0$.
7. $a < 0, k < 0, b > 0$;
8. $a < 0, k < 0, b < 0$.

Вариант 1.3.

На рисунке изображён график функции $y = a - |kx - b|$.



К задаче 1.3



К задаче 1.4

Выберите те утверждения, которые могут быть верны:

1. $a > 0, k > 0, b > 0$;
2. $a > 0, k > 0, b < 0$;
3. $a > 0, k < 0, b > 0$;
4. $a > 0, k < 0, b < 0$;
5. $a < 0, k > 0, b > 0$;
6. $a < 0, k > 0, b < 0$.
7. $a < 0, k < 0, b > 0$;
8. $a < 0, k < 0, b < 0$.

Вариант 1.4.

На рисунке изображён график функции $y = -a - |kx - b|$.

Выберите те утверждения, которые могут быть верны:

1. $a > 0, k > 0, b > 0$;
2. $a > 0, k > 0, b < 0$;
3. $a > 0, k < 0, b > 0$;
4. $a > 0, k < 0, b < 0$;
5. $a < 0, k > 0, b > 0$;
6. $a < 0, k > 0, b < 0$.
7. $a < 0, k < 0, b > 0$;
8. $a < 0, k < 0, b < 0$.

Задача 2.1. Числа a, b, c образуют арифметическую прогрессию (в таком порядке), числа $b, c, 18$ – геометрическую прогрессию (в таком порядке), и при этом $a + b + c = 24$.

(а) Какие значения может принимать b ?

(б) Какие значения может принимать a ?

Вариант 2.2. Числа a, b, c образуют арифметическую прогрессию (в таком порядке), числа $b, c, 27$ – геометрическую прогрессию (в таком порядке), и при этом $a + b + c = 36$.

(а) Какие значения может принимать b ?

(б) Какие значения может принимать a ?

Вариант 2.3. Числа a, b, c образуют арифметическую прогрессию (в таком порядке), числа $b, c, 8$ – геометрическую прогрессию (в таком порядке), и при этом $a + b + c = 54$.

(а) Какие значения может принимать b ?

(б) Какие значения может принимать a ?

Вариант 2.4. Числа a, b, c образуют арифметическую прогрессию (в таком порядке), числа $b, c, 45$ – геометрическую прогрессию (в таком порядке), и при этом $a + b + c = 60$.

(а) Какие значения может принимать b ?

(б) Какие значения может принимать a ?

Задача 3.1. На окружности отмечены 20 точек. Они пронумерованы по часовой стрелке последовательно целыми числами от 1 до 20. Какова вероятность, что у случайно выбранного треугольника с вершинами в этих точках все вершины будут одной чётности?

Вариант 3.2. На окружности отмечены 12 точек. Они пронумерованы по часовой стрелке последовательно целыми числами от 1 до 12. Какова вероятность, что у случайно выбранного треугольника с вершинами в этих точках все вершины будут одной чётности?

Вариант 3.3. На окружности отмечены 14 точек. Они пронумерованы по часовой стрелке последовательно целыми числами от 1 до 14. Какова вероятность, что у случайно выбранного треугольника с вершинами в этих точках все вершины будут одной чётности?

Вариант 3.4. На окружности отмечены 18 точек. Они пронумерованы по часовой стрелке последовательно целыми числами от 1 до 18. Какова вероятность, что у случайно выбранного треугольника с вершинами в этих точках все вершины будут одной чётности?

Задача 4.1. Найдите все натуральные числа n , для которых оба числа $n + 12$ и $n + 45$ являются точными квадратами.

Вариант 4.2. Найдите все натуральные числа n , для которых оба числа $n + 20$ и $n + 59$ являются точными квадратами.

Вариант 4.3. Найдите все натуральные числа n , для которых оба числа $n + 5$ и $n + 32$ являются точными квадратами.

Вариант 4.4. Найдите все натуральные числа n , для которых оба числа $n + 6$ и $n + 61$ являются точными квадратами.

Задача 5.1. В треугольнике ABC со сторонами $AB = 3$ и $AC = 4$ провели биссектрису AD . Прямая, проходящая через точку D перпендикулярно этой биссектрисе, пересекает прямые AB и AC в точках F и E соответственно. Найдите $EC - FB$.

Вариант 5.2. В треугольнике ABC со сторонами $AB = 4$ и $AC = 5$ провели биссектрису AD . Прямая, проходящая через точку D перпендикулярно этой биссектрисе, пересекает прямые AB и AC в точках F и E соответственно. Найдите $EC - FB$.

Вариант 5.3. В треугольнике ABC со сторонами $AB = 5$ и $AC = 6$ провели биссектрису AD . Прямая, проходящая через точку D перпендикулярно этой биссектрисе, пересекает прямые AB и AC в точках F и E соответственно. Найдите $EC - FB$.

Вариант 5.4. В треугольнике ABC со сторонами $AB = 6$ и $AC = 7$ провели биссектрису AD . Прямая, проходящая через точку D перпендикулярно этой биссектрисе, пересекает прямые AB и AC в точках F и E соответственно. Найдите $EC - FB$.

Задача 6.1. Последовательность задана условиями $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n + 1}$ при всех натуральных n .

(а) Найдите a_{2026} .

(б) Найдите сумму первых 2026 членов последовательности.

Вариант 6.2. Последовательность задана условиями $a_1 = 3$, $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n + 1}$ при всех натуральных n .

(а) Найдите a_{2030} .

(б) Найдите сумму первых 2030 членов последовательности.

Вариант 6.3. Последовательность задана условиями $a_1 = 4$, $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n + 1}$ при всех натуральных n .

(а) Найдите a_{2018} .

(б) Найдите сумму первых 2018 членов последовательности.

Вариант 6.4. Последовательность задана условиями $a_1 = 5$, $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n + 1}$ при всех натуральных n .

(а) Найдите a_{2002} .

(б) Найдите сумму первых 2002 членов последовательности.

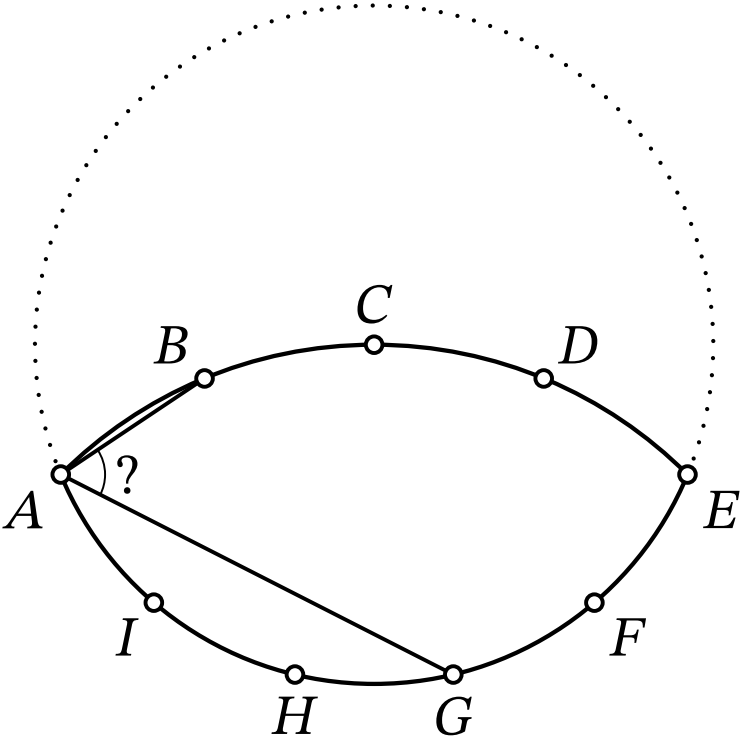
Задача 7.1. Имеется натуральное число N . Алиса и Маруся по очереди выписывают на доску различные натуральные числа по следующему правилу: каждое выписанное число должно быть делителем N и при этом быть взаимно просто со всеми числами, уже выписанными на доске. Алиса ходит первая. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Сколько существует натуральных N , не больших 100, таких, что Маруся имеет возможность выиграть независимо от действий Алисы?

Вариант 7.2. Имеется натуральное число N . Алиса и Маруся по очереди выписывают на доску различные натуральные числа по следующему правилу: каждое выписанное число должно быть делителем N и при этом быть взаимно просто со всеми числами, уже выписанными на доске. Алиса ходит первая. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Сколько существует натуральных N , не больших 80, таких, что Маруся имеет возможность выиграть независимо от действий Алисы?

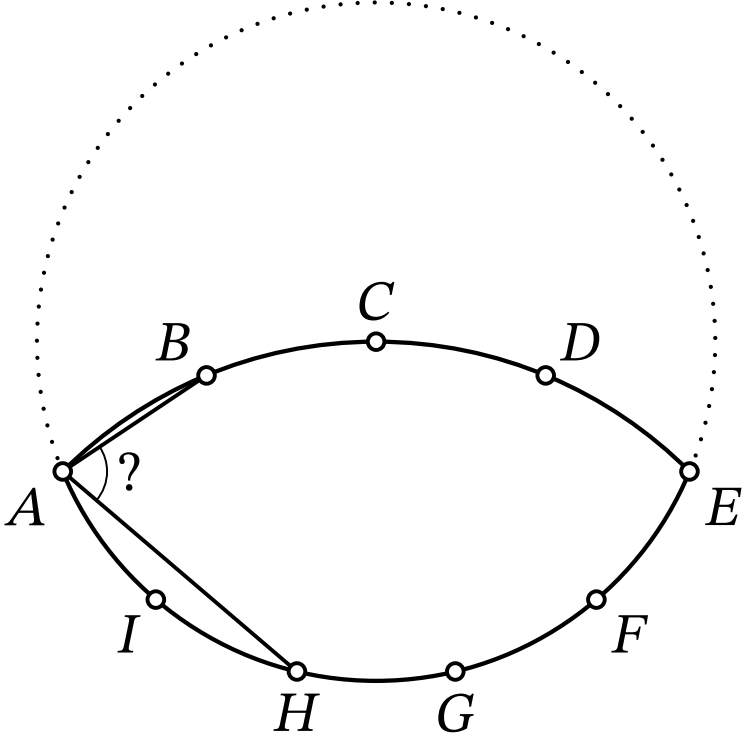
Вариант 7.3. Имеется натуральное число N . Алиса и Маруся по очереди выписывают на доску различные натуральные числа по следующему правилу: каждое выписанное число должно быть делителем N и при этом быть взаимно просто со всеми числами, уже выписанными на доске. Алиса ходит первая. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Сколько существует натуральных N , не больших 90, таких, что Маруся имеет возможность выиграть независимо от действий Алисы?

Вариант 7.4. Имеется натуральное число N . Алиса и Маруся по очереди выписывают на доску различные натуральные числа по следующему правилу: каждое выписанное число должно быть делителем N и при этом быть взаимно просто со всеми числами, уже выписанными на доске. Алиса ходит первая. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Сколько существует натуральных N , не больших 110, таких, что Маруся имеет возможность выиграть независимо от действий Алисы?

Задача 8.1. Точки A, B, C, D и E последовательно отмечены на равном расстоянии на дуге некоторой окружности. Точки E, F, G, H, I и A последовательно отмечены на равном расстоянии на дуге некоторой другой окружности с центром C (см. рис.). Известно, что угол ABD больше угла AHG на 12° . Найдите градусную меру угла BAG .



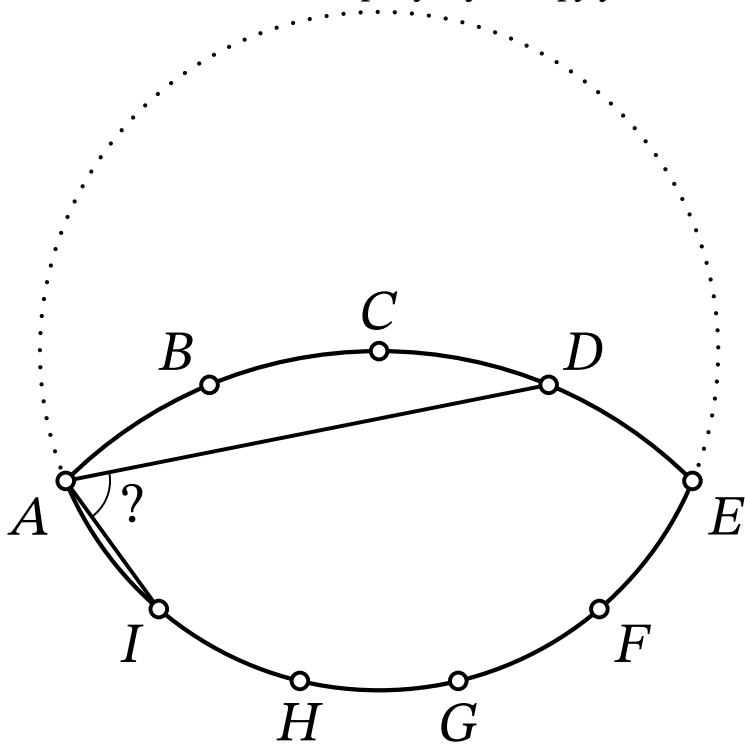
К задаче 8.1



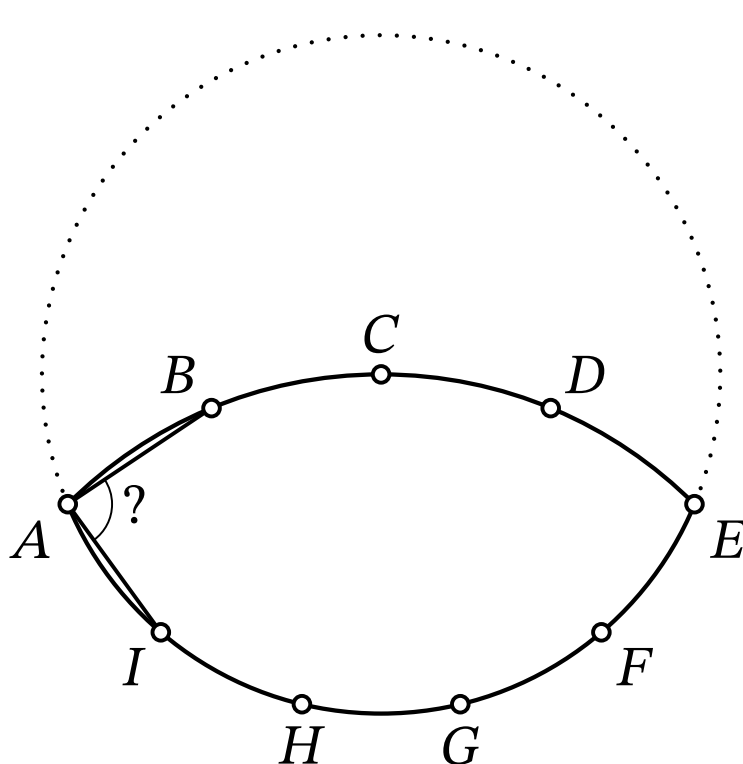
К задаче 8.2

Вариант 8.2. Точки A, B, C, D и E последовательно отмечены на равном расстоянии на дуге некоторой окружности. Точки E, F, G, H, I и A последовательно отмечены на равном расстоянии на дуге некоторой другой окружности с центром C (см. рис.). Известно, что угол ABD больше угла AHG на 5° . Найдите градусную меру угла BAH .

Вариант 8.3. Точки A, B, C, D и E последовательно отмечены на равном расстоянии на дуге некоторой окружности. Точки E, F, G, H, I и A последовательно отмечены на равном расстоянии на дуге некоторой другой окружности с центром C (см. рис.). Известно, что угол ABD больше угла AHG на 19° . Найдите градусную меру угла DAI .



К задаче 8.3



К задаче 8.4

Вариант 8.4. Точки A, B, C, D и E последовательно отмечены на равном расстоянии на дуге некоторой окружности. Точки E, F, G, H, I и A последовательно отмечены на равном расстоянии на дуге некоторой другой окружности с центром C (см. рис.). Известно, что угол ABD больше угла AHG на 9° . Найдите градусную меру угла BAI .