

Решения школьного этапа ВсОШ по математике

Смоленская область • 2026/27 учебный год • 8 класс
II группа регионов

№	Краткий ответ
1	31
2	6
3	AC и DE
4	14 мин; 86 мин
5	275
6	16
7	98°
8	133

Ниже приведены подробные решения всех восьми заданий.

Задание 1

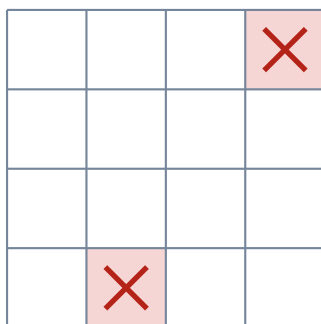
Условие. В кубе $11 \times 11 \times 11$ проложены три взаимно перпендикулярных тоннеля сечением 1×1 , проходящие через центр. Сколько единичных кубиков удалили?

Решение. Каждый тоннель проходит через 11 единичных кубиков, поэтому сначала получаем $3 \cdot 11 = 33$. Любые два тоннеля пересекаются в центральном кубике. При сложении 33 центральный кубик посчитан три раза, хотя удалить его нужно один раз. Следовательно, два лишних подсчёта надо вычесть: $33 - 2 = 31$. То же самое даёт формула включений и исключений: $33 - 3 + 1 = 31$.

Ответ: 31

Задание 2

Условие. Доска 4×4 имеет две занятые клетки: вторую клетку нижнего ряда и четвёртую клетку верхнего ряда. Сколькими способами можно покрыть остальные клетки домино 1×2 ?



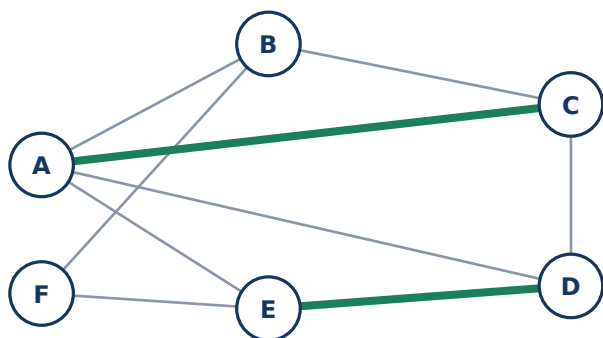
После строки	Маски следующей строки и число вариантов
1	0001: 1; 1101: 1
2	0010: 2; 1000: 1; 1110: 1
3	0001: 4; 0100: 1; 0111: 1; 1101: 2
4	0000: 6

Решение. Будем заполнять доску снизу вверх. Четырёхбитная маска показывает клетки следующей строки, уже занятые вертикальными домино. Для каждой маски последовательно ставим горизонтальное домино либо начинаем вертикальное. В таблице приведены все возникающие состояния; запись 0000 после четвёртой строки означает полностью закрытую доску. У этой маски получилось 6 вариантов.

Ответ: 6

Задание 3

Условие. К существующей сети из пунктов А, В, С, D, E, F надо добавить ровно два канала, чтобы степени пунктов стали соответственно 4, 3, 3, 3, 3, 2.



Новые каналы выделены зелёным: АС и DE

Решение. Сейчас степени вершин равны: А - 3, В - 3, С - 2, D - 2, E - 2, F - 2. Значит, по одному новому каналу должны получить только А, С, D и E, а В и F нельзя соединять новыми каналами. Из предложенных вариантов единственная пара непересекающихся по концам каналов, увеличивающая степени именно этих четырёх пунктов, - АС и DE.

Ответ: АС и DE

Задание 4

Условие. Датчик А пишет в моменты $2 + 6k$, датчик В - $6 + 8k$, датчик С - $5 + 9k$. Найти первые два общих момента.

Решение. Ищем t , для которого $t \equiv 2 \pmod{6}$, $t \equiv 6 \pmod{8}$, $t \equiv 5 \pmod{9}$. Первые два сравнения дают $t \equiv 14 \pmod{24}$, то есть $t = 14 + 24k$. Подставим в третье: $14 + 24k \equiv 5 \pmod{9}$, откуда $6k \equiv 0 \pmod{9}$. Значит, k кратно 3. Поэтому все общие моменты имеют вид $t = 14 + 72n$. Первые два: 14 и 86.

Ответ: 14 мин; 86 мин

Задание 5

Условие. Для трёхзначного кода перенос первой цифры в конец увеличивает число на 477, запись цифр в обратном порядке увеличивает его на 297, а исходный код делится на 11.

Решение. Пусть код равен $100a + 10b + c$. Из второго условия: $100c + 10b + a = 100a + 10b + c + 297$, поэтому $99(c - a) = 297$ и $c = a + 3$. Из первого условия получаем $100b + 10c + a = 100a + 10b + c + 477$. После деления на 9: $-11a + 10b + c = 53$. Подставляя $c = a + 3$, получаем $b = a + 5$. Признак делимости на 11 даёт $a - b + c = a - 2$. При допустимых цифрах это выражение должно равняться 0, значит, $a = 2$. Тогда $b = 7$, $c = 5$. Проверка: $752 - 275 = 477$, $572 - 275 = 297$.

Ответ: 275

Задание 6

Условие. Сколько упорядоченных пар натуральных чисел (a, b) удовлетворяют условиям $\text{НОД}(a, b) = 6$ и $\text{НОК}(a, b) = 6300$?

Решение. Положим $a = 6x$, $b = 6y$, где $\text{НОД}(x, y) = 1$. Тогда $xy = 6300/6 = 1050$. Разложим $1050 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$. Так как x и y взаимно просты, каждая из четырёх простых степеней 2, 3, 5^2 и 7 должна целиком попасть либо в x , либо в y . Для каждой степени есть два выбора. Поэтому число упорядоченных пар равно $2^4 = 16$.

Ответ: 16

Задание 7

Условие. В треугольнике ABC угол BAC равен 41° . Точка D лежит на AC и $BD = BC$; точка E лежит на AB и $CE = CB$. Прямые BD и CE пересекаются в P. Найти угол BPC.

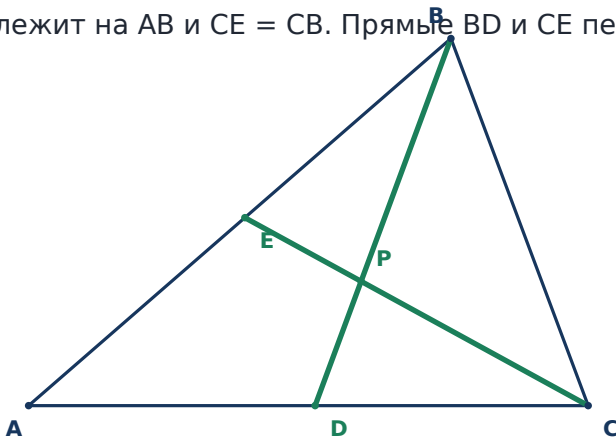


Схема: $BD = BC$, $CE = CB$, $\angle BAC = 41^\circ$

Решение. Обозначим $\angle ABC = \beta$, $\angle BCA = \gamma$. Тогда $\beta + \gamma = 180^\circ - 41^\circ = 139^\circ$. В равнобедренном треугольнике BDC имеем $\angle BCD = \angle BDC = \gamma$, поэтому $\angle DBC = 180^\circ - 2\gamma$. В равнобедренном треугольнике BCE имеем $\angle CBE = \angle BEC = \beta$, поэтому $\angle BCE = 180^\circ - 2\beta$. В треугольнике BPC углы при B и C равны соответственно $180^\circ - 2\gamma$ и $180^\circ - 2\beta$. Следовательно, $\angle BPC = 180^\circ - (180^\circ - 2\gamma) - (180^\circ - 2\beta) = 2(\beta + \gamma) - 180^\circ = 2 \cdot 139^\circ - 180^\circ = 98^\circ$.

Ответ: 98°

Задание 8

Условие. Число x удовлетворяет равенству $x^3 + 4x = 8$. Найти $x^7 + 64x^2 + 5$.

Решение. Из условия $x^3 = 8 - 4x$. Последовательно выразим седьмую степень: $x^4 = 8x - 4x^2$; $x^5 = 8x^2 - 4x^3 = 8x^2 + 16x - 32$; $x^6 = 16x^2 - 64x + 64$. Тогда $x^7 = 16x^3 - 64x^2 + 64x = 16(8 - 4x) - 64x^2 + 64x = 128 - 64x^2$. Поэтому $x^7 + 64x^2 + 5 = 128 + 5 = 133$.

Ответ: 133

Проверка: все восемь ответов согласуются с условиями и приведёнными вычислениями.