

Решения школьного этапа ВсОШ по математике

Смоленская область • 2026/27 учебный год • 7 класс
II группа регионов

№	Краткий ответ
1	13
2	B
3	$a + b < 0$; $a/b < 0$; $a - b > 0$; $b(a - b) < 0$
4	A5, C1, D2
5	57249
6	134
7	36
8	38

Ниже приведены подробные решения. В задачах с выбором ответа указаны все верные варианты.

Задание 1

Условие. Куб $3 \times 3 \times 3$ составлен из единичных кубиков. Удалён кубик из середины одного ребра, затем окрашена вся поверхность получившегося тела, включая грани выемки. Сколько кубиков имеют ровно две окрашенные грани?

Решение. До удаления кубика ровно две окрашенные грани имели 12 кубиков, расположенных в серединах рёбер большого куба. Один из них удалили, поэтому осталось 11 таких кубиков. У выемки появились четыре новые окрашенные грани. Два соседних с выемкой угловых кубика уже имели по три окрашенные грани и теперь получили по четвёртой, поэтому они не подходят. Ещё два соседних кубика находились в центрах граней: раньше у каждого была одна окрашенная грань, а после удаления стало две. Следовательно, $11 + 2 = 13$.

Ответ: 13

Задание 2

Условие. В одной из коробок A, B, C, D находится ключ. Ровно одна из четырёх надписей истинна.

Решение. Проверим возможные положения ключа. Если ключ в A, истинны надписи B и C — две истины. Если ключ в B, надпись A истинна, а B, C и D ложны — ровно одна истина. Если ключ в C, истинны A, B и C. Если ключ в D, истинны A, C и D. Единственный подходящий случай — ключ лежит в коробке B.

Ответ: B

Задание 3

Условие. На числовой оси точки расположены в порядке $b, -a, 0, a$. Нужно выбрать все верные утверждения.

Решение. По рисунку $b < -a < 0 < a$. Значит, $a > 0$, $b < 0$ и $|b| > a$. Поэтому $ab < 0$, а не $ab > 0$. Из $b < -a$ следует $a + b < 0$. Частное a/b отрицательно. Разность $a - b$ положительна. Так как $b < -a$, имеем $a + 2b < -a < 0$. Наконец, $b < 0$ и $a - b > 0$, поэтому $b(a - b) < 0$.

Ответ: $a + b < 0$; $a/b < 0$; $a - b > 0$; $b(a - b) < 0$

Задание 4

Условие. Найти клетки квадрата 5×5 , находящиеся на расстоянии 3 и от A2, и от C4. Разрешены шаги только через общую сторону.

	A	B	C	D	E
5	A5				
4			✗		
3					
2	✗			D2	
1			C1		

Решение. Расстояние между клетками равно сумме горизонтального и вертикального смещений. Проверяем клетки, удовлетворяющие одновременно условиям $d(X, A2) = 3$ и $d(X, C4) = 3$. Такими клетками являются A5, C1 и D2: для каждой из них оба расстояния равны 3. Других клеток внутри доски 5×5 с этим свойством нет.

Ответ: A5, C1, D2

Задание 5

Условие. Пятизначный код abcde состоит из различных цифр. Дано: $a + b = 12$, $b - c = 5$, $d = 2c$, $e = a + d$; код делится на 9.

Решение. Из $b - c = 5$ получаем $b = c + 5$. Тогда $a = 12 - b = 7 - c$, $d = 2c$, $e = a + d = 7 + c$. Поскольку e — цифра, c может быть только 0, 1 или 2. Сумма цифр равна $(7 - c) + (c + 5) + c + 2c + (7 + c) = 19 + 4c$. Для делимости на 9 эта сумма должна делиться на 9. При $c = 2$ получаем сумму 27. Тогда $a = 5$, $b = 7$, $c = 2$, $d = 4$, $e = 9$. Все цифры различны.

Ответ: 57249

Задание 6

Условие. Площадь прямоугольника равна 130. Если длинную сторону уменьшить на 2, а короткую увеличить на 2, получится квадрат. Найти площадь квадрата.

Решение. Пусть короткая сторона равна x , а длинная — y . После изменения стороны равны, поэтому $y - 2 = x + 2$, откуда $y = x + 4$. Сторона получившегося квадрата равна $x + 2$. Площадь исходного прямоугольника: $xy = x(x + 4) = 130$. Но $x(x + 4) = (x + 2)^2 - 4$. Следовательно, $(x + 2)^2 - 4 = 130$, значит, площадь квадрата $(x + 2)^2 = 134$.

Ответ: 134

Задание 7

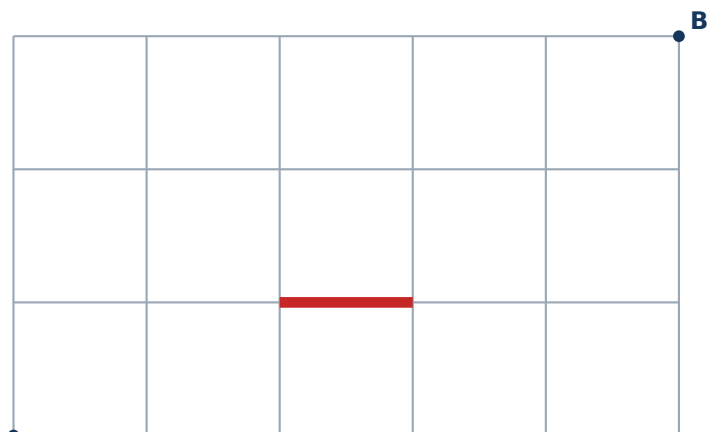
Условие. НОД двух натуральных чисел равен одному из этих чисел, а произведение чисел равно 7776. Каково наибольшее возможное значение меньшего числа?

Решение. Пусть $x \leq y$. Если НОД(x, y) равен одному из чисел, то он равен меньшему числу x , то есть x делит y . Поскольку $xy = 7776$ и y кратно x , число x^2 должно делить 7776. Разложим: $7776 = 6^5 = 2^5 \cdot 3^5$. В квадрате x^2 показатели простых множителей должны быть чётными и не превышать 5, поэтому максимально возможны показатели 4 и 4. Значит, $x^2 = 2^4 \cdot 3^4$, а $x = 2^2 \cdot 3^2 = 36$. Действительно, второе число равно $7776/36 = 216$, и 36 делит 216.

Ответ: 36

Задание 8

Условие. Робот идёт по сетке из А в В только вправо или вверх. Сетка имеет 5 шагов вправо и 3 шага вверх. Нельзя проходить по одному отмеченному горизонтальному участку.



А

5 шагов вправо

Решение. Без ограничения любой маршрут состоит из 5 шагов вправо и 3 шагов вверх. Всего таких маршрутов $C(8, 3) = 56$. Посчитаем маршруты, использующие запрещённый участок от точки (2, 1) до точки (3, 1). До начала этого участка нужно сделать 2 шага вправо и 1 шаг вверх: $C(3, 1) = 3$ способа. После участка остаются 2 шага вправо и 2 шага вверх: $C(4, 2) = 6$ способов. Запрещённый участок используют $3 \cdot 6 = 18$ маршрутов. Поэтому допустимых маршрутов $56 - 18 = 38$.

Ответ: 38

Проверка: все восемь ответов согласуются с приведёнными вычислениями и условиями задач.