

Максимальное количество баллов за олимпиаду — 30

Задание 1. Вариант 1. В тропиках Южной Америки растёт крупное вечнозелёное дерево хура, которое также называют «динамитное дерево». Плод хуры при созревании резко раскрывается с треском, похожим на выстрел, и разбрасывает семена. Будем считать, что каждое семя вылетает из плода независимо от остальных, начальная скорость семян одинакова и равна $v_0 = 40$ м/с, а вылетать они могут в самых разных направлениях. Рассматриваемый плод находится на высоте 21.25 м. Масса семени 0.2 г, длина участка разгона 1 см. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивлением воздуха в расчётах пренебрегите. Считайте, что в полёте семенам не мешают листья и ветви растения.



а) Через какое время упало на землю семя, вылетевшее вертикально вниз? Ответ выразите в секундах, округлите до десятых.

Ответ: 0.5

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

б) На какой максимальной высоте над землёй окажется семя, вылетевшее вверх под углом 42° к горизонту? Ответ выразите в метрах, округлите до десятых.

Ответ: 57.1

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Сравните модули скоростей непосредственно перед ударом о землю семян, вылетевших вертикально вверх ($|\vec{v}_1|$), вертикально вниз ($|\vec{v}_2|$) и под углом 54° к горизонту ($|\vec{v}_3|$).

$|\vec{v}_1|$ ___ $|\vec{v}_2|$

Ответ:

- >
- <
- ✓ =

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 0.5 балла

г) $|\vec{v}_2|$ ___ $|\vec{v}_3|$

Ответ:

- >
- <
- ✓ =

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 0.5 балла

д) На расстоянии 80 м по горизонтали от дерева находится отвесная вертикальная узкая скала высотой 40 м. Перелетит ли её семя, вылетевшее вверх под углом 30° к горизонту?

Если да, то на сколько сантиметров выше пролетит семя? Ответ округлите до целых.

Если нет, то на каком расстоянии от вершины скалы семя ударится о скалу? Ответ выразите в сантиметрах, округлите до целых.

Ответ: да, 77

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

е) В районе произрастания дерева установилась ветреная погода. Боковой ветер создаёт постоянное горизонтальное ускорение 0.8 м/с², перпендикулярное направлению его начальной скорости. Насколько отклонится в сторону семя, вылетевшее горизонтально, за время своего полёта? Ответ выразите в сантиметрах, округлите до целых.

Ответ: 170

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

ж) Определите среднюю мощность механизма выброса одного семени. Считайте, что разгон происходит равноускоренно, а потерь энергии нет. Ответ выразите в ваттах, округлите до целых.

Ответ: 320

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Плод находится на высоте $h = 21.25$ м.

Тогда для вертикального движения вниз:

$$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}.$$

Найдём время t :

$$21.25 = 40 \cdot t + \frac{10 \cdot t^2}{2} \implies t = \frac{-40 \pm \sqrt{40^2 + 4 \cdot 5 \cdot 21.25}}{10} = 0.5 \text{ с.}$$

Отрицательный корень не имеет физического смысла.

б) Вертикальная составляющая начальной скорости:

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin(42^\circ) = 40 \cdot \sin(42^\circ) \approx 26.765 \text{ м/с.}$$

Дополнительная высота подъёма:

$$\Delta h = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{26.765^2}{20} \approx 35.82 \text{ м.}$$

Максимальная высота над землёй:

$$H_{\max} = h + \Delta h = 21.25 + 35.82 = 57.07 \text{ м} \approx 57.1 \text{ м.}$$

в-г) Во всех случаях семена начинают движение с одной высоты и имеют одинаковый модуль начальной скорости. По закону сохранения механической энергии:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + mgh.$$

Поэтому не имеет значения, в каком направлении вылетает семя – направление начальной скорости влияет на время полёта и его траекторию, но не влияет на модель скорости у Земли.

д) Уравнение траектории:

$$y(x) = h + x \cdot \tan 30^\circ - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 30^\circ}.$$

При $x = 80$ м:

$$y = 21.25 + \frac{80}{\sqrt{3}} - \frac{10 \cdot 80^2}{2 \cdot 40^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)} \approx 40.77 \text{ м.}$$

Высота семени на уровне скалы больше 40 м примерно на $0.77 \text{ м} = 77 \text{ см}$.

Ответ: да, перелетит на 77 см.

е) Начальная вертикальная и боковая скорости равны нулю, поэтому

$$h = \frac{gt^2}{2} \text{ и } z = \frac{a_6 t^2}{2}.$$

Тогда $\frac{z}{h} = \frac{a_6}{g}$, т. е.

$$z = \frac{a_6 h}{g} = \frac{0.8 \cdot 21.25}{10} = 1.7 \text{ м} = 170 \text{ см.}$$

ж) Работа механизма равна приращению кинетической энергии семени:

$$A = E_k = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{0.0002 \cdot 40^2}{2} = 0.16 \text{ Дж.}$$

Время разгона определим из формулы: $l = \frac{v_0 t}{2}$, где $l = 1$ см – длина участка разгона. Тогда $t = \frac{2 \cdot 0.01}{40} = 0.0005 \text{ с.}$

Средняя мощность механизма выброса:

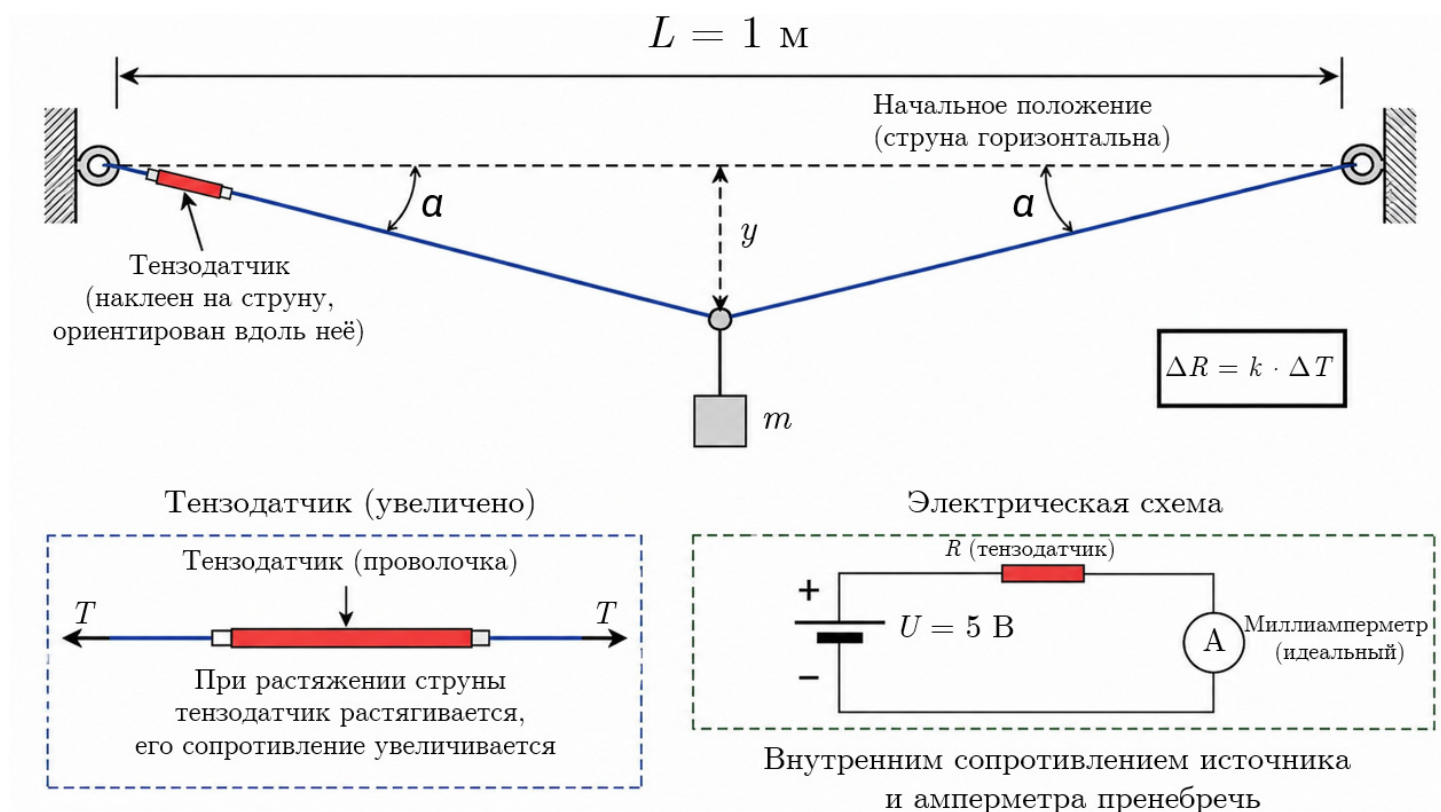
$$P_{\text{ср}} = \frac{A}{t} = \frac{0.16}{0.0005} = 320 \text{ Вт.}$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1. Пункты а-б, г-е)

№ варианта	v_0 , м/с	h , м	m , г	l , см	Угол, ° (пункт б)	Угол, ° (пункт в)	x , м	Высота скалы, м	Угол, ° (пункт г)	a_6 , м/с ²	Ответ (пункт а)	Ответ (пункт б)
1	40	21.25	0.2	1	42	54	80	40	30	0.8	0.5	57.1
2	36	15.2	0.18	0.8	38	50	60	30	30	0.5	0.4	39.8
3	38	16	0.2	0.9	40	52	65	37	32	0.6	0.4	45.8
4	40	16.8	0.22	1	44	56	70	40	34	0.7	0.4	55.4
5	42	17.6	0.24	1.1	46	58	75	49	36	0.8	0.4	63.2
6	44	18.4	0.26	1.2	48	60	80	53	38	0.9	0.4	71.9
7	35	18.75	0.17	0.8	37	49	65	32	28	0.6	0.5	40.9
8	37	19.75	0.19	0.9	39	51	70	35	30	0.7	0.5	46.9
9	39	20.75	0.21	1	41	53	75	43	32	0.8	0.5	53.5
10	41	21.75	0.23	1.1	43	55	80	47	34	0.9	0.5	60.8
11	43	22.75	0.25	1.2	45	57	85	56	36	1.0	0.5	69.0
12	36	23.4	0.16	0.9	36	48	70	35	28	0.5	0.6	45.8
13	38	24.6	0.18	1	38	50	75	43	30	0.6	0.6	52.0
14	40	25.8	0.2	1.1	40	52	80	46	32	0.7	0.6	58.9
15	42	27	0.22	1.2	42	54	85	56	34	0.8	0.6	66.5
16	44	28.2	0.24	1.3	44	56	90	60	36	0.9	0.6	74.9
17	35	26.95	0.15	1	35	47	75	37	27	0.6	0.7	47.1
18	37	28.35	0.17	1.1	37	49	80	41	29	0.7	0.7	53.1
19	39	29.75	0.19	1.2	39	51	85	50	31	0.8	0.7	59.9
20	41	31.15	0.21	1.3	41	53	90	54	33	0.9	0.7	67.3

№ вар.	v_0 , м/с	h , м	m , г	l , см	Угол, ° (пункт б)	Угол, ° (пункт в)	x , м	Высота скалы, м	Угол, ° (пункт г)	a_6 м/с ²	Ответ (пункт г)	Ответ (пункт д)	Ответ (пункт е)
1	40	21.25	0.2	1	42	54	80	40	30	0.8	77	170	320
2	36	15.2	0.18	0.8	38	50	60	30	30	0.5	132	76	262
3	38	16	0.2	0.9	40	52	65	37	32	0.6	73	96	305
4	40	16.8	0.22	1	44	56	70	40	34	0.7	174	118	352
5	42	17.6	0.24	1.1	46	58	75	49	36	0.8	127	141	404
6	44	18.4	0.26	1.2	48	60	80	53	38	0.9	128	166	461
7	35	18.75	0.17	0.8	37	49	65	32	28	0.6	81	113	228
8	37	19.75	0.19	0.9	39	51	70	35	30	0.7	130	138	267
9	39	20.75	0.21	1	41	53	75	43	32	0.8	110	166	311
10	41	21.75	0.23	1.1	43	55	80	47	34	0.9	101	196	360
11	43	22.75	0.25	1.2	45	57	85	56	36	1.0	134	228	414
12	36	23.4	0.16	0.9	36	48	70	35	28	0.5	137	117	207
13	38	24.6	0.18	1	38	50	75	43	30	0.6	107	148	247
14	40	25.8	0.2	1.1	40	52	80	46	32	0.7	198	181	291
15	42	27	0.22	1.2	42	54	85	56	34	0.8	146	216	340
16	44	28.2	0.24	1.3	44	56	90	60	36	0.9	163	254	393
17	35	26.95	0.15	1	35	47	75	37	27	0.6	76	162	161
18	37	28.35	0.17	1.1	37	49	80	41	29	0.7	114	198	196
19	39	29.75	0.19	1.2	39	51	85	50	31	0.8	150	238	235
20	41	31.15	0.21	1.3	41	53	90	54	33	0.9	134	280	278

Задание 2. Вариант 1. Дана схема конструкции, которую старшеклассник Тимур собрал из стальной струны и тензодатчика (тонкая проволочка, ориентированная вдоль струны). Начальная сила натяжения струны $T_0 = 10$ Н. Струна невесома, подчиняется закону Гука, её жёсткость на растяжение постоянна. В ненагруженном состоянии ($T = T_0$) сопротивление тензодатчика $R_0 = 300$ Ом.



К середине струны на лёгкой нити подвешивают груз. Экспериментально установлено, что при массе груза $m = 500$ г провисание середины струны составило $y = 10$ см, а сопротивление тензодатчика оказалось равным 301.3 Ом. Тензодатчик включён в цепь, как показано на рисунке. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

а) Чему равен ток в цепи при подвешивании груза массой 500 г? Ответ выразите в миллиамперах, округлите до десятых.

Ответ: 16.6

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

б) Пусть масса подвешенного груза равна m . Под действием веса груза струна провисает, образуя угол α , как на рисунке. Силу натяжения половины струны обозначим T . Какое уравнение выражает условие равновесия точки подвеса?

Ответ:

- $2T = mg$
- ✓ $2T \cdot \sin(\alpha) = mg$
- $2T \cdot \cos(\alpha) = mg$
- $T(\sin(\alpha) + \cos(\alpha)) = mg$
- $T \cdot \operatorname{tg}(\alpha) = mg$

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Определите силу натяжения струны T при массе груза 500 г. При решении считайте, что угол α мал. Здесь и при дальнейших расчётах используйте приближение $\sin(\alpha) \approx \operatorname{tg}(\alpha)$. Ответ выразите в ньютонах, округлите до десятых.

Ответ: 12.5

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

г) Считая, что зависимость изменения сопротивления от изменения силы натяжения имеет приведённый на схеме вид, и исходя из ответов на предыдущие вопросы, определите коэффициент пропорциональности k в этом соотношении. Ответ выразите в Ом/Н, округлите до десятых.

Ответ: 0.5

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

д) После подвешивания неизвестного груза середина струны провисла на 12.5 см, а ток в цепи стал равен 16.5 мА. Определите массу груза. Используйте приближение $\sin(\alpha) \approx \tan(\alpha)$. Ответ выразите в граммах, округлите до целых.

Ответ: 791

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) По закону Ома: $I = \frac{U}{R} = \frac{5}{301.3} \approx 0.01659 \text{ А} \approx 16.6 \text{ мА}$.

б) Каждая половина струны действует на точку подвеса с силой T под углом α к горизонтали. Вертикальная проекция силы от одной половины равна $T \cdot \sin(\alpha)$. Сумма этих проекций уравнивает силу тяжести mg . Поэтому верный вариант $2T \cdot \sin(\alpha) = mg$.

в) По условию провисание струны $y = 0.1 \text{ м}$, длина струны $L = 1 \text{ м}$. Тогда $\tan(\alpha) = \frac{2y}{L} = 0.2$.

Используя приближение малых углов, получим $\sin(\alpha) = 0.2$.

$$T = \frac{mg}{2 \cdot \sin(\alpha)} = \frac{5}{0.4} = 12.5 \text{ Н}.$$

г) В условии $R_0 = 300 \text{ Ом}$, $R = 301.3 \text{ Ом}$, поэтому $\Delta R = 1.3 \text{ Ом}$.

Используем условие и результат из предыдущего вопроса: $\Delta T = T - T_0 = 12.5 - 10 = 2.5 \text{ Н}$.

Тогда $k = \frac{\Delta R}{\Delta T} = \frac{1.3}{2.5} = 0.52 \approx 0.5 \text{ Ом/Н}$.

д) Сопротивление датчика: $R = \frac{U}{I} = \frac{5}{0.0165} \approx 303.03 \text{ Ом}$.

$$T = T_0 + \frac{R - R_0}{k} = 10 + \frac{303.03 - 300}{0.52} \approx 15.827 \text{ Н}.$$

При этом $\sin(\alpha) \approx \tan(\alpha) = \frac{2y}{L} = 0.25$.

Из условия равновесия:

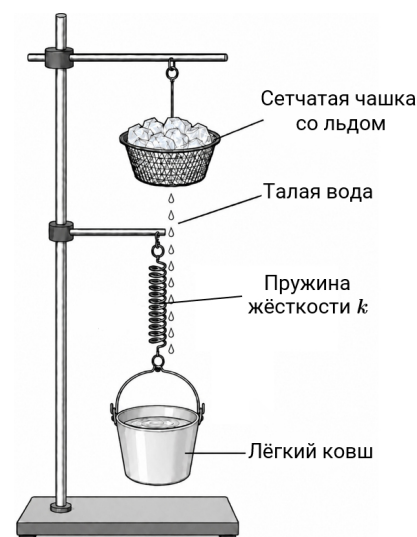
$$m = \frac{2T \sin(\alpha)}{g} = \frac{2 \cdot 15.827 \cdot 0.25}{10} \approx 0.791 \text{ кг} = 791 \text{ г}.$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 2. Пункты а, в-д)

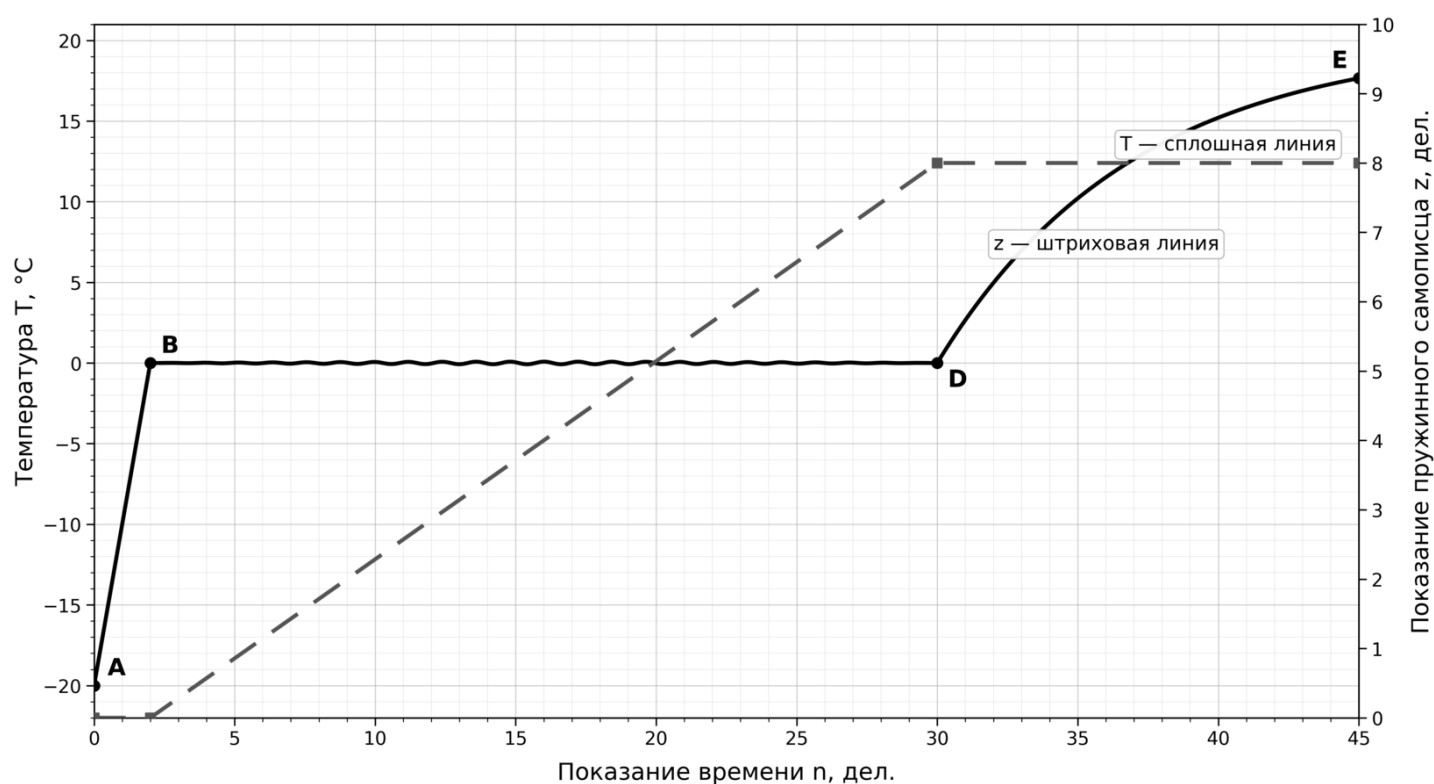
№ варианта	T_0 , Н	R_0 , Ом	m , г	y , см	R , Ом	L , см	I , мА	Ответ (пункт а)	Ответ (пункт в)	Ответ (пункт г)	Ответ (пункт д)
1	10	300	500	10	301.3	12.5	16.5	16.6	12.5	0.5	791
2	9	280	400	8	281.4	10.5	17.7	17.8	12.5	0.4	639
3	9.5	290	450	9	291.5	11	17	17.2	12.5	0.5	780
4	11	310	480	8	311.6	11.5	16	16.0	15.0	0.4	793
5	10	320	500	10	321.5	12	15.4	15.6	12.5	0.6	854
6	7.5	260	520	13	261.5	15	19.1	19.1	10.0	0.6	628
7	12	340	540	9	341.8	13	14.6	14.6	15.0	0.6	838
8	8	270	560	14	271.2	15.5	18.4	18.4	10.0	0.6	676
9	11.5	300	600	10	301.4	14	16.6	16.6	15.0	0.4	813
10	9.5	330	600	12	331.5	14.5	15	15.1	12.5	0.5	938
11	12.5	350	630	10.5	351.3	15	14.2	14.2	15.0	0.5	994
12	7	250	600	15	251.5	15.5	19.8	19.9	10.0	0.5	747
13	10	285	650	13	286.5	14	17.4	17.5	12.5	0.6	780
14	12	295	660	11	296.8	12	16.8	16.8	15.0	0.6	786
15	14	305	700	10	307.1	11.5	16.1	16.3	17.5	0.6	1070
16	11.5	315	720	12	316.4	13.5	15.8	15.8	15.0	0.4	818
17	9.5	325	750	15	327	15.5	15.2	15.3	12.5	0.7	956
18	9	275	700	14	276.4	16	18.1	18.1	12.5	0.4	775
19	12	335	840	14	336.5	14.5	14.8	14.9	15.0	0.5	1025
20	13.5	345	900	15	346.2	16.5	14.4	14.4	15.0	0.8	1074

Задание 3. Вариант 1. В сетчатой чашке находится лёд. Под чашкой расположен лёгкий ковш, подвешенный к вертикальной пружине. Талая вода сразу стекает в ковш. Перед опытом показание пружинного самописца установили на ноль, поэтому собственный вес ковша не учитывается.

Систему поместили в помещение с постоянной температурой $T_{\text{возд}} = 20^\circ\text{C}$. Самописец одновременно регистрировал температуру вещества T (сначала в чашке, а после окончания плавления льда – в ковше), время и удлинение пружины. На графике температура дана непосредственно в градусах Цельсия, а время и удлинение выражены через число делений (n и z соответственно).



Время и удлинение пружины вычисляются по формулам $t = qn$ и $x = az$ соответственно. Контрольный момент C соответствует показанию времени $n = n_C$ и на общем графике не отмечен.



Начиная с момента B , мощность теплопередачи между чашкой и окружающей средой подчиняется закону Ньютона-Рихмана:

$$P = \beta \cdot |T_{\text{возд}} - T|.$$

Первоначально ковш был обёрнут лёгким теплоизолирующим материалом так, что теплообменом с окружающей средой можно было пренебречь. В момент окончания плавления льда материал убирают, и далее мощность теплопередачи между ковшем и окружающей средой также описывается законом Ньютона-Рихмана.

Теплоёмкостью чашки и ковша, испарением и потерями талой воды пренебрегите. Во время плавления вся полученная теплота расходуется на фазовый переход. Считайте, что талая вода стекает в ковш без изменения температуры.

Известны следующие величины:

- цена деления времени $q = 1$ мин/дел;
- цена деления пружинного самописца $a = 1$ см/дел;
- жёсткость пружины $k = 15$ Н/м;
- положение контрольного момента $n_C = 16$ делений;
- коэффициент теплопередачи $\beta = 1.2$ Вт/°С;
- ускорение свободного падения $g = 10$ м/с²;
- удельная теплота плавления льда $\lambda = 336$ кДж/кг;
- удельная теплоёмкость воды $c = 4200$ Дж/(кг · °С).

а) Через сколько минут после начала опыта закончилось плавление льда? Ответ округлите до целых.

Ответ: 30

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

б) Определите массу талой воды, находившейся в ковше в контрольный момент С. Ответ выразите в граммах, округлите до десятых.

Ответ: 60.0

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

в) Определите количество теплоты, полученное льдом за всё время плавления. Ответ выразите в килоджоулях, округлите до десятых.

Ответ: 40.3

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

г) Оцените среднюю мощность теплопередачи на участке DE. Ответ выразите в ваттах, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [9.9; 10]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) В точке D температура начинает возрастать, а показание пружины перестаёт увеличиваться. Следовательно, весь лёд расплавился. По графику $n_D = 30$ дел.

$$t_D = q \cdot n_D = 1.00 \cdot 30 = 30 \text{ мин.}$$

б) Контрольный момент задан параметром варианта: $n_C = 16$ дел. На участке BD график растяжения пружины является прямой: при изменении n от 2 до 30 показание z возрастает от 0 до 8 дел.

$$z_C = 8 \cdot \frac{n_C - 2}{30 - 2} = 8 \cdot \frac{14}{28} = 4 \text{ дел.}$$

Удлинение пружины:

$$x_C = a \cdot z_C = 1.00 \cdot 4 = 4.0 \text{ см} = 0.040 \text{ м.}$$

Ковш покоится, поэтому сила упругости равна весу воды: $kx_C = m_C g$.

$$m_C = \frac{kx_C}{g} = \frac{15 \cdot 0.040}{10} = 0.060 \text{ кг} = 60 \text{ г.}$$

в) Продолжительность плавления:

$$\Delta t_{BD} = q(n_D - n_B) = 1.00 \cdot (30 - 2) = 28 \text{ мин} = 1680 \text{ с.}$$

Мощность теплопередачи на этом участке постоянна (т. к. температура льда не меняется), поэтому:

$$Q_{BD} = P \Delta t_{BD} = \beta(T_{\text{возд}} - T) \cdot \Delta t_{BD} = 1.20 \cdot (20 - 0) \cdot 1680 = 24 \cdot 1680 = 40\,320 \text{ Дж} = 40.32 \text{ кДж}$$

$$Q_{BD} \approx 40.3 \text{ кДж.}$$

г) По левой шкале в момент E температура воды приблизительно равна 17.7 °С.

$$\Delta t_{DE} = q(n_E - n_D) = 1.00 \cdot (45 - 30) = 15 \text{ мин} = 900 \text{ с.}$$

В момент D весь лёд превратился в воду. По правой шкале $z_D = 8$ дел.

$$x_D = a \cdot z_D = 1.00 \cdot 8 = 8.0 \text{ см} = 0.080 \text{ м.}$$

$$m_0 = \frac{kx_D}{g} = \frac{15 \cdot 0.080}{10} = 0.120 \text{ кг} = 120 \text{ г.}$$

Начальная масса льда $m_0 = 120 \text{ г.}$

Тогда:

$$Q_{DE} = m_0 c (T_E - T_D) = 0.120 \cdot 4200 \cdot (17.7 - 0) = 8920.8 \text{ Дж.}$$

$$P_{\text{ср}} = \frac{Q_{DE}}{\Delta t_{DE}} = \frac{8920.8}{900} \approx 9.9 \text{ Вт.}$$

Из-за погрешности снятия значения температуры воды в момент Е значение мощности может колебаться. В качестве правильного также засчитывается ответ 10.0 Вт.

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 3.

№ варианта	n_C , дел	q , мин/дел	a , см/дел	k , Н/м	β , Вт/°С	Ответ (пункт а)	Ответ (пункт б)	Ответ (пункт в)	Ответ в диапазоне (пункт г)	
1	16	1	1	15	1.2	30	60.0	40.3	9.9	10.0
2	9	0.5	0.5	20	1.6	15	20.0	26.9	13.1	13.4
3	12.5	0.5	0.75	18	2.16	15	40.5	36.3	17.7	18.0
4	16	0.5	0.75	20	2.4	15	60.0	40.3	19.7	20.0
5	19.5	0.75	0.75	15	1.2	23	56.3	30.2	9.9	10.0
6	23	0.75	0.75	18	1.44	23	81.0	36.3	11.8	12.0
7	26.5	0.75	1.25	15	2	23	131.3	50.4	16.4	16.7
8	9	0.75	1.25	18	2.4	23	45.0	60.5	19.7	20.0
9	12.5	1	0.5	24	0.96	30	36.0	32.3	7.9	8.0
10	16	1	0.75	20	1.2	30	60.0	40.3	9.9	10.0
11	19.5	1	1	18	1.44	30	90.0	48.4	11.8	12.0
12	23	1	1.25	16	1.6	30	120.0	53.8	13.1	13.4
13	26.5	1	1.25	20	2	30	175.0	67.2	16.4	16.7
14	9	1.25	0.5	20	0.64	38	20.0	26.9	5.3	5.3
15	12.5	1.25	0.75	15	0.72	38	33.8	30.2	5.9	6.0
16	16	1.25	1	15	0.96	38	60.0	40.3	7.9	8.0
17	19.5	1.25	1.25	18	1.44	38	112.5	60.5	11.8	12.0
18	23	1.5	0.5	24	0.64	45	72.0	32.3	5.3	5.3
19	26.5	1.5	0.75	18	0.72	45	94.5	36.3	5.9	6.0
20	9	1.5	1	15	0.8	45	30.0	40.3	6.6	6.7

Список использованных источников изображений

Задание 1.

1. <https://i.pining.com/originals/db/2b/8b/db2b8b304741a355057ed8355ffaad32.jpg>

Сириус.Курсы — для тех,
кто хочет знать больше!

