Все задачи из ОГЭ по математике. 2 июня 2026

ФАЙЛ ОБНОВЛЯЕТСЯ КАЖДЫЕ 15 МИНУТ,
АКТУАЛЬНУЮ ВЕРСИЮ МОЖНО НАЙДИ ЗДЕСЬ!

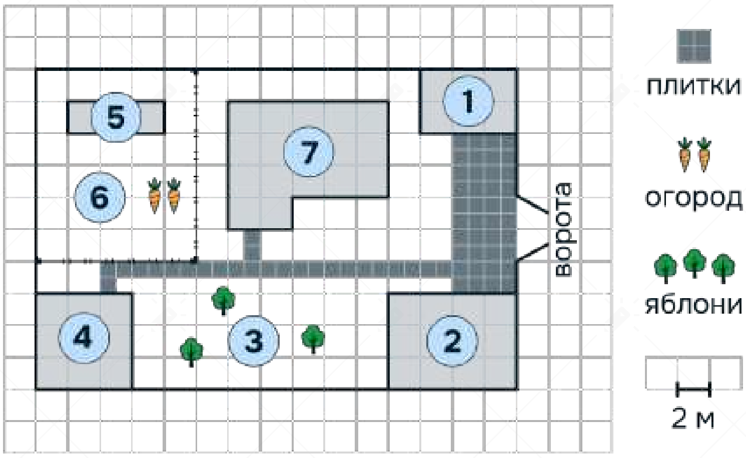
Содержание

Часть 1. Условия

Задачи №1-5. Условия

Участки. Группа 5BF94C из банка ФИПИ

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.



На плане изображён дачный участок по адресу: п. Сосновка, ул. Зелёная, д. 19 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок слева от ворот находится гараж. Справа от ворот находится сарай площадью 24 кв. м, а чуть подальше – жилой дом. Напротив жилого дома расположены яблоневые посадки. Также на участке есть баня, к которой ведёт дорожка, выложенная плиткой, и огород с теплицей внутри (огород отмечен на плане цифрой 6).

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м $\times$ 1 м. Между гаражом и сараем находится площадка, вымощенная такой же плиткой.

К участку подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.

Задача 1.1 #53881 (BEE9EC)

Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других символов.

Объекты	гараж	баня	жилой дом	яблони
Цифры				

Задача 1.2 #80451 (A68DC9)

Плитки для садовых дорожек продаются в упаковках по 8 штук. Сколько упаковок плиток понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку между сараем и гаражом?

Задача 1.3 #122701 (4C7E3E)

Плитки для садовых дорожек продаются в упаковках по 4 штуки. Сколько упаковок плиток понадобилось, чтобы выложить все дорожки?

Задача 1.4 #53884 (6453AD)

Найдите площадь, которую занимает баня. Ответ дайте в квадратных метрах.

Задача 1.5 #80452 **(78A35E)**

Найдите площадь открытого грунта огорода (вне теплицы). Ответ дайте в квадратных метрах.

Задача 1.6 #122702 **(E7B4FE)**

Найдите периметр фундамента жилого дома. Ответ дайте в метрах.

Задача 1.7 #175777 **(5F0063)**

Найдите расстояние от жилого дома до гаража (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой) в метрах.

Задача 1.8 #122703 **(25B13A)**

На сколько процентов площадь, которую занимает гараж, больше площади, которую занимает теплица?

Задача 1.9 #175778 **(E05F09)**

Сколько процентов от площади всего участка занимают строения (жилой дом, гараж, сарай, баня)? Ответ округлите до целого.

Задача 1.10 #175781 **(58B632)**

На сколько процентов площадь, которую занимает теплица, меньше площади, которую занимает гараж?

Задача 1.11 #80454 **(14DCC2)**

Хозяин участка планирует установить в жилом доме систему отопления.

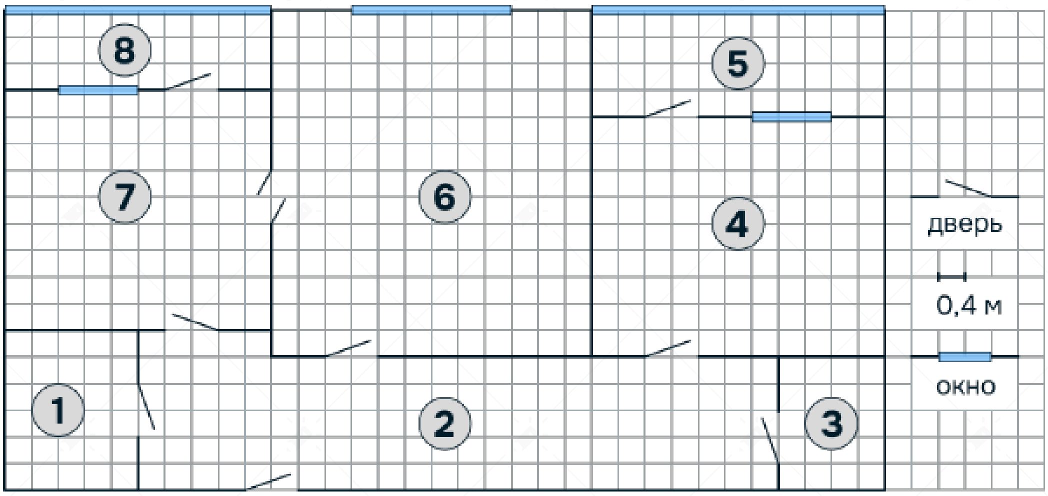
Он рассматривает два варианта: электрическое или газовое отопление. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимости даны в таблице.

	Нагреватель (котёл)	Прочее оборудование и монтаж	Средн. расход газа/ средн. потребл. мощность	Стоимость газа/ электро-энергии
Газовое отопление	18000 руб.	13896 руб.	1,6 куб. м/ч	4,7 руб./куб. м
Электр. отопление	15000 руб.	9000 руб.	4,7 кВт	4,4 руб./(кВт · ч)

Обдумав оба варианта, хозяин решил установить газовое отопление. Через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разницу в стоимости покупки и установки газового и электрического оборудования?

Квартиры. Группа EF7420 из банка ФИПИ

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.



На рисунке изображён план двухкомнатной квартиры в многоэтажном жилом доме. Сторона одной клетки на плане соответствует 0,4 м, а условные обозначения двери и окна приведены в правой части рисунка.

Вход в квартиру находится в коридоре. Слева от входа в квартиру находится санузел, а в противоположном конце коридора – дверь в кладовую. Рядом с кладовой находится спальня, из которой можно пройти на одну из застеклённых лоджий. Самое большое по площади помещение – гостиная, откуда можно попасть в коридор и на кухню. Из кухни также можно попасть на застеклённую лоджию.

Задача 2.12 #182109 (F1CCEA)

Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк перенесите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Объекты	коридор	санузел	спальня	гостиная
Цифры				

Задача 2.13 #122297 (77D7FA)

Паркетная доска размером 20 см на 40 см продаётся в упаковках по 8 штук. Сколько упаковок паркетной доски понадобилось, чтобы выложить пол в коридоре?

Задача 2.14 #159611 (01790D)

Плитка для пола размером 40 см на 40 см продаётся в упаковках по 12 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить пол на обеих лоджиях?

Задача 2.15 #159613 (ADB415)

Найдите площадь коридора. Ответ дайте в квадратных метрах.

Задача 2.16 #182118 (DFB25A)

Найдите площадь меньшей лоджии. Ответ дайте в квадратных метрах.

Задача 2.17 #182122 (DC13FC)

На сколько процентов площадь гостиной больше площади кладовой?

Задача 2.18 #182123 (6232F3)

На сколько процентов площадь спальни больше площади лоджии, примыкающей к спальне?

Задача 2.19 #182132 (71528E)

В квартире планируется подключить интернет. Предполагается, что трафик составит 1000 Мб в месяц, и исходя из этого выбирается наиболее дешёвый вариант. Интернет-провайдер предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «600»	650 руб. за 600 Мб трафика в месяц	2 руб. за 1 Мб сверх 600 Мб
План «900»	820 руб. за 900 Мб трафика в месяц	1,5 руб. за 1 Мб сверх 900 Мб
План «Безлимитный»	950 руб. за неограниченное количество Мб трафика	–

Сколько рублей нужно будет заплатить за интернет за месяц, если трафик действительно будет равен 1000 Мб?

Задача 2.20 #182130 (AA6E67)

В квартире планируется установить стиральную машину. Характеристики стиральных машин, условия подключения и доставки приведены в таблице. Планируется купить стиральную машину с фронтальной загрузкой, по глубине не превосходящую 42 см.

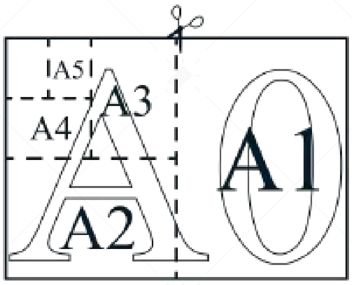
Модель	Вместимость барабана (кг)	Тип загрузки	Стоимость (руб.)	Стоимость подключения (руб.)	Стоимость доставки (% от стоимости машины)	Габариты (высота× ширина× глубина, см)
А	7	верт.	28 000	1 700	бесплатно	$85 \times 60 \times 45$
Б	5	фронт.	24 000	4 500	10	$85 \times 60 \times 40$
В	5	фронт.	25 000	5 000	10	$85 \times 60 \times 40$
Г	6,5	фронт.	24 000	4 500	10	$85 \times 60 \times 44$
Д	6	фронт.	28 000	1 700	бесплатно	$85 \times 60 \times 45$
Е	6	верт.	27 600	2 300	бесплатно	$89 \times 60 \times 40$
Ж	6	верт.	27 585	1 900	10	$89 \times 60 \times 40$
З	6	фронт.	20 000	6 300	15	$85 \times 60 \times 42$
И	5	фронт.	27 000	1 800	бесплатно	$85 \times 60 \times 40$
К	5	верт.	27 000	1 800	10	$85 \times 60 \times 40$

Сколько рублей будет стоить наиболее дешёвый подходящий вариант вместе с подключением и доставкой?

Бумага. Группа B9A7F7 из банка ФИПИ

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.

Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее. Лист формата А0 имеет форму прямоугольника площадью 1 кв. м. Если лист формата А0 разрезать пополам параллельно меньшей стороне, получатся два одинаковых листа формата А1. Если лист А1 разрезать пополам таким же образом, получатся два листа формата А2 и т.д.



Отношение большей стороны к меньшей стороне листа каждого формата одно и то же, поэтому листы всех форматов подобны. Это нужно, чтобы пропорции текста и его расположение на листе сохранялись при изменении формата листа.

Задача 3.21 #124386 (187F35)

В таблице даны размеры (с точностью до мм) четырёх листов, имеющих форматы А2, А3, А5 и А6.

Номер листа	Длина (мм)	Ширина (мм)
1	210	148
2	594	420
3	148	105
4	420	297

Установите соответствие между форматами и номерами листов. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр, соответствующих номерам листов, без пробелов, запятых и дополнительных символов.

А2	А3	А5	А6

Задача 3.22 #124388 (1DFDCC)

Сколько листов формата А4 получится из одного листа формата А1?

Задача 3.23 #124389 (6C743F)

Найдите ширину листа бумаги формата А0. Ответ дайте в миллиметрах и округлите до ближайшего целого числа, кратного 10.

Задача 3.24 #124391 (A7FCE1)

Найдите отношение длины меньшей стороны листа формата А4 к большей. Ответ округлите до десятых.

Задача 3.25 #124398 (CC70B9)

Бумагу формата А1 упаковали в пачки по 80 листов. Найдите массу пачки, если масса бумаги площадью 1 кв. м равна 120 г. Ответ дайте в граммах.

Задача 3.26 #124399 (07E7B1)

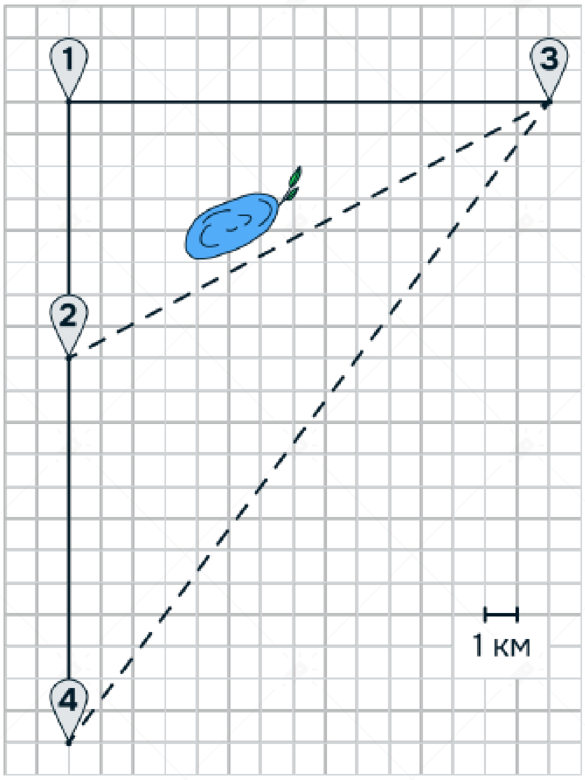
Размер (высота) типографского шрифта измеряется в пунктах. Один пункт равен 1/72 дюйма, то есть 0,3528 мм. Какой высоты нужен шрифт (в пунктах), чтобы текст был расположен на листе формата А5 так же, как этот же текст, напечатанный шрифтом высотой 16 пунктов на листе формата А4? Размер шрифта округляется до целого.

Дороги. Группа BA66FC из банка ФИПИ

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

Гриша летом отдыхает у дедушки в деревне Осиновка. В субботу они собираются съездить на велосипедах в село Николаево в магазин. Из деревни Осиновка в село Николаево можно проехать по прямой лесной дорожке. Есть более длинный путь: по прямолинейному шоссе через деревню Зябликово до деревни Старая, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое шоссе, ведущее в село Николаево. Есть и третий маршрут: в деревне Зябликово можно свернуть на прямую тропинку в село Николаево, которая идёт мимо пруда.

Лесная дорожка и тропинка образуют с шоссе прямоугольные треугольники.



По шоссе Гриша с дедушкой едут со скоростью 15 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке — со скоростью 10 км/ч. На плане изображено взаимное расположение населённых пунктов, длина стороны каждой клетки равна 1 км.

Задача 4.27 #177607 (B54F14)

Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты.

Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Насел. пункты	д. Старая	с. Николаево	д. Зябликово
Цифры			

Задача 4.28 #177609 (4004C7)

Сколько километров проедут Гриша с дедушкой от деревни Зябликово до села Николаево, если они поедут по шоссе через деревню Старая?

Задача 4.29 #177610 (8285E0)

Найдите расстояние от деревни Осиновка до села Николаево по прямой. Ответ дайте в километрах.

Задача 4.30 #177612 (42D860)

Сколько минут затратят на дорогу из деревни Осиновка в село Николаево Гриша с дедушкой, если они поедут сначала по шоссе, а затем свернут в деревне Зябликово на прямую тропинку, которая проходит мимо пруда?

Задача 4.31 #177614 (648B0F)

В таблице указана стоимость (в рублях) некоторых продуктов в четырёх магазинах, расположенных в деревне Осиновка, селе Николаево, деревне Зябликово и деревне Старая.

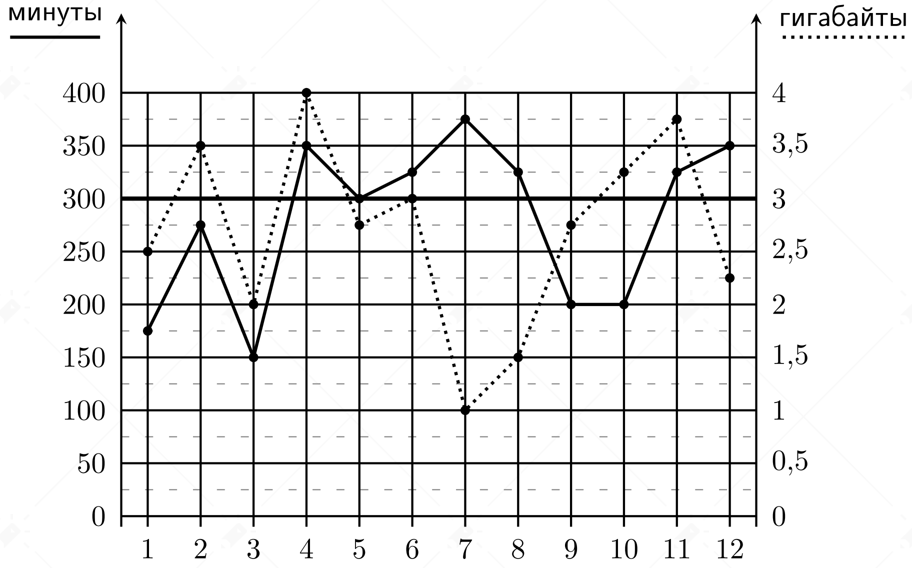
Наименование продукта	д. Осиновка	с. Николаево	д. Зябликово	д. Старая
Молоко (1 л)	44	48	54	60
Хлеб (1 батон)	26	19	23	18
Сыр «Российский» (1 кг)	310	330	340	290
Говядина (1 кг)	370	320	330	360
Картофель (1 кг)	24	26	25	27

Гриша с дедушкой хотят купить 5 л молока, 2 кг сыра «Российский» и 2 кг говядины. В каком магазине такой набор продуктов будет стоить дешевле всего? В ответ запишите стоимость данного набора в этом магазине.

Мобильный интернет. Группа F4978F из банка ФИПИ

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.

На рисунке точками показано количество минут исходящих вызовов и трафик мобильного интернета в гигабайтах, израсходованных абонентом в процессе пользования смартфоном, за каждый месяц 2019 года. Для удобства точки, соответствующие минутам и гигабайтам, соединены сплошными и пунктирными линиями соответственно.



В течение года абонент пользовался тарифом «Стандартный», абонентская плата по которому составляла 350 рублей в месяц. При условии нахождения абонента на территории РФ в абонентскую плату тарифа «Стандартный» входит:

- пакет минут, включающий 300 минут исходящих вызовов на номера, зарегистрированные на территории РФ;
- пакет интернета, включающий 3 гигабайта мобильного интернета;
- пакет SMS, включающий 120 SMS в месяц;
- безлимитные бесплатные входящие вызовы.

Стоимость минут, интернета и SMS сверх пакета тарифа указана в таблице.

Исходящие вызовы	3 руб./мин
Мобильный интернет (пакет)	90 руб. за 0,5 ГБ
SMS	2 руб./шт.

Абонент не пользовался услугами связи в роуминге. За весь год абонент отправил 110 SMS.

Задача 5.32 #123248 (E4697C)

Определите, какие месяцы соответствуют указанному в таблице трафику мобильного интернета.

Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите числа, соответствующие номерам месяцев, без пробелов, запятых и других дополнительных символов (например, для месяцев май, январь, ноябрь, август в ответ нужно записать число 51118).

Мобильный интернет	2 ГБ	2,25 ГБ	4 ГБ	3,5 ГБ
Номер месяца				

Задача 5.33 #123253 (AF4CEB)

Сколько рублей потратил абонент на услуги связи в августе?

Задача 5.34 #123291 (0563D8)

Какой наименьший трафик мобильного интернета в гигабайтах за месяц был в 2019 году?

Задача 5.35 #123295 (1CDEF9)

Известно, что в 2019 году абонентская плата по тарифу «Стандартный» выросла на 75% по сравнению с 2018 годом. Сколько рублей составляла абонентская плата в 2018 году?

Задача 5.36 #171387 (9A1C92)

Помимо мобильного интернета, абонент использует домашний интернет от провайдера «Омега». Этот интернет-провайдер предлагает три тарифных плана. Условия приведены в таблице.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
«0»	Нет	1,1 руб. за 1 Мб
«300»	290 руб. за 300 Мб трафика в месяц	1,2 руб. за 1 Мб сверх 300 Мб
«800»	930 руб. за 800 Мб трафика в месяц	0,5 руб. за 1 Мб сверх 800 Мб

Абонент предполагает, что трафик составит 800 Мб в месяц, и выбирает наиболее дешёвый тарифный план. Сколько рублей должен будет заплатить абонент за месяц, если трафик действительно будет равен 800 Мб?

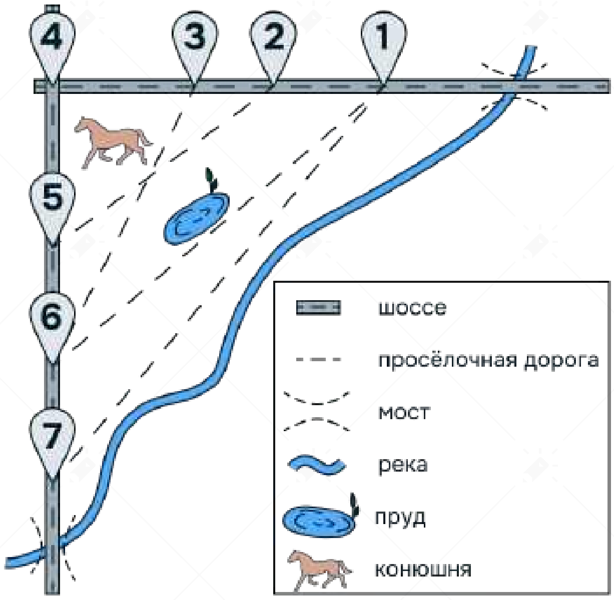
Сложные дороги. Группа B64540 из банка ФИПИ

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

На рисунке изображён план сельской местности.

Таня на летних каникулах приезжает в гости к дедушке в деревню Антоновку (на плане обозначена цифрой 1). В конце каникул дедушка на машине собирается отвезти Таню на автобусную станцию, которая находится в деревне Богданово. Из Антоновки в Богданово можно проехать по просёлочной дороге вдоль реки. Есть другой путь – по шоссе до деревни Ванютино, где нужно повернуть под прямым углом налево на другое шоссе, ведущее в Богданово. Третий маршрут проходит по просёлочной дороге мимо пруда до деревни Горюново, где можно свернуть на шоссе до Богданово. Четвёртый маршрут пролегает по шоссе до деревни Доломино, от Доломино до Горюново по просёлочной дороге мимо конюшни и от Горюново до Богданово по шоссе. Ещё один маршрут проходит по шоссе до деревни Егорки, по просёлочной дороге мимо конюшни от Егорки до Жилино и по шоссе от Жилино до Богданово.

Шоссе и просёлочные дороги образуют прямоугольные треугольники.



По шоссе Таня с дедушкой едут со скоростью 50 км/ч, а по просёлочным дорогам – со скоростью 30 км/ч. Расстояние от Антоновки до Доломино равно 12 км, от Доломино до Егорки – 4 км, от Егорки до Ванютино – 12 км, от Горюново до Ванютино – 15 км, от Ванютино до Жилино – 9 км, а от Жилино до Богданово – 12 км.

Задача 6.37 #181498 (EABF12)

Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены деревни. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Деревни	Ванютино	Горюново	Егорка	Жилино
Цифры				

Задача 6.38 #181504 (1DD53B)

Найдите расстояние от Ванютино до Богданово по шоссе. Ответ дайте в километрах.

Задача 6.39 #181505 (B8F7D9)

Найдите расстояние от Егорки до Жилино по прямой. Ответ дайте в километрах.

Задача 6.40 #181506 (44E538)

Сколько минут затратят на дорогу Таня с дедушкой из Антоновки в Богданово, если поедут через Доломино и Горюново мимо конюшни?

Задача 6.41 #181507 (3DE30E)

На шоссе машина дедушки расходует 6,5 литра бензина на 100 км. Известно, что на путь из Антоновки до Богданово через Ванютино и путь через Горюново мимо пруда ей необходим один и тот же объём бензина. Сколько литров бензина на 100 км машина дедушки расходует на просёлочных дорогах?

Задача №6. Условие

Задача 6.1 #115585 (91AB0C)

Найдите значение выражения $\dfrac{9{,}6}{1{,}2}$.

Задача 6.2 #85123 (8F6C3D)

Найдите значение выражения $5{,}2 \cdot 3{,}1$.

Задача 6.3 #115556 (6B40A0)

Найдите значение выражения $3{,}6 - 4{,}1$.

Задача 6.4 #85128 (214904)

Найдите значение выражения $8{,}9 \cdot 4{,}3$.

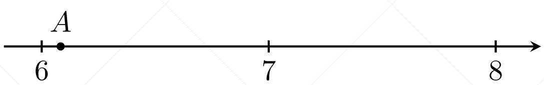
Задача 6.5 #115583 (3A4787)

Найдите значение выражения $3{,}2 \cdot 6{,}2$.

Задача №7. Условие

Задача 7.1 #176708 (0835E0)

Одно из чисел $\sqrt{37}$, $\sqrt{47}$, $\sqrt{50}$, $\sqrt{62}$ отмечено на прямой точкой A.



Какое это число?

1) $\sqrt{37}$ 2) $\sqrt{47}$ 3) $\sqrt{50}$ 4) $\sqrt{62}$

Задача 7.2 #141629 (EDFEDE)

Какому из данных промежутков принадлежит число $\dfrac{5}{9}$?

1) $[0{,}5; 0{,}6]$

2) $[0{,}6; 0{,}7]$

3) $[0{,}7; 0{,}8]$

4) $[0{,}8; 0{,}9]$

Задача 7.3 #54945 (D427DD)

Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{4}{11}$ и $\frac{7}{17}$?

1) 0,1
2) 0,2
3) 0,3
4) 0,4

Задача №8. Условие

Задача 8.1 #145078 (D69B35)

Найдите значение выражения $\sqrt{5\cdot 18}\cdot\sqrt{10}$.

Задача 8.2 #145096 (8FAB1D)

Найдите значение выражения $\left(\sqrt{8}+\sqrt{2}\right)\cdot\sqrt{2}$.

Задача 8.3 #21159 (75A3CA)

Найдите значение выражения $\left(\sqrt{11}+3\right)\left(\sqrt{11}-3\right)$.

Задача №9. Условие

Задача 9.1 #121797 (30344D)

Решите уравнение $x^2-6x+5=0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Задача 9.2 #139582 (E4CE6B)

Решите уравнение $x^2-81=0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Задача 9.3 #121793 (CA994A)

Решите уравнение $10x^2=80x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Задача №10. Условие

Задача 10.1 #140092 (AD359F)

В лыжных гонках участвуют 11 спортсменов из России, 6 спортсменов из Норвегии и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из России.

Задача 10.2 #45669 (2EB028)

В лыжных гонках участвуют 11 спортсменов из России, 6 спортсменов из Норвегии и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из Норвегии или Швеции.

Задача 10.3 #140101 (534EEA)

Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,09. Покупатель в магазине выбирает одну шариковую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Задача 10.4 #140074 **(B1D764)**

В среднем из 75 карманных фонариков, поступивших в продажу, девять неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

Задача 10.5 #56516 **(D5F1B9)**

На экзамене 50 билетов, Яша не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Задача 10.6 #56517 **(531087)**

Родительский комитет закупил 20 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 8 с машинами и 12 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 20 детьми, среди которых есть Вася. Найдите вероятность того, что Васе достанется пазл с машиной.

Задача №11. Условие

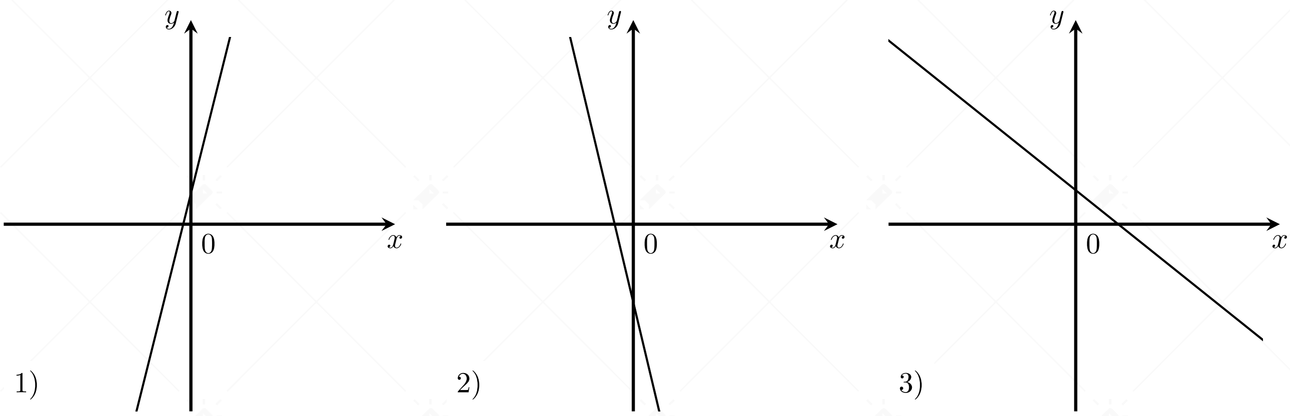
Задача 11.1 #160583 **(2FC11A)**

На рисунках изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между знаками коэффициентов k и b и графиками функций.

Коэффициенты

А) $k < 0,\ b < 0$ Б) $k < 0,\ b > 0$ В) $k > 0,\ b > 0$

Графики



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

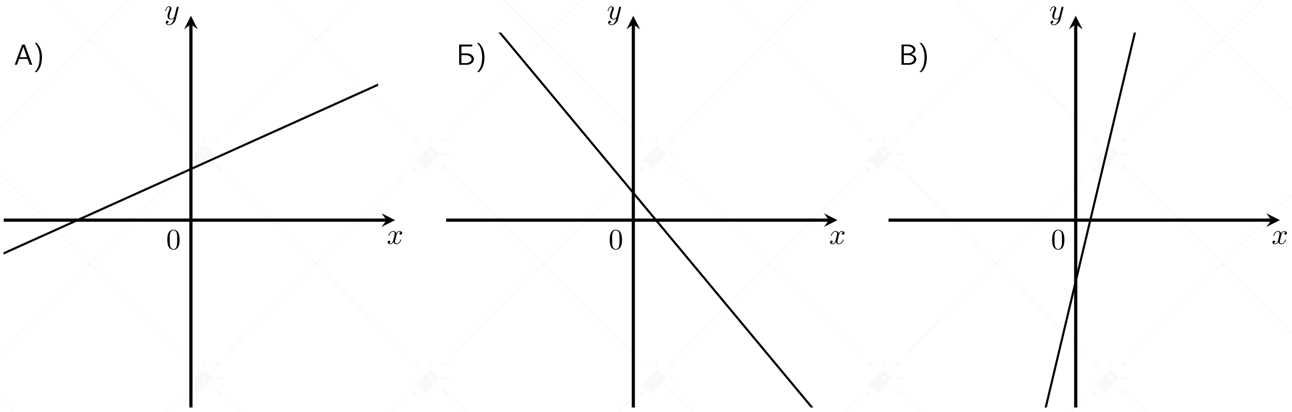
Ответ:

А	Б	В

Задача 11.2 #160655 (642C12)

На рисунках изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов k и b.

Графики



Коэффициенты

1) $k > 0,\ b < 0$ 2) $k < 0,\ b > 0$ 3) $k > 0,\ b > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

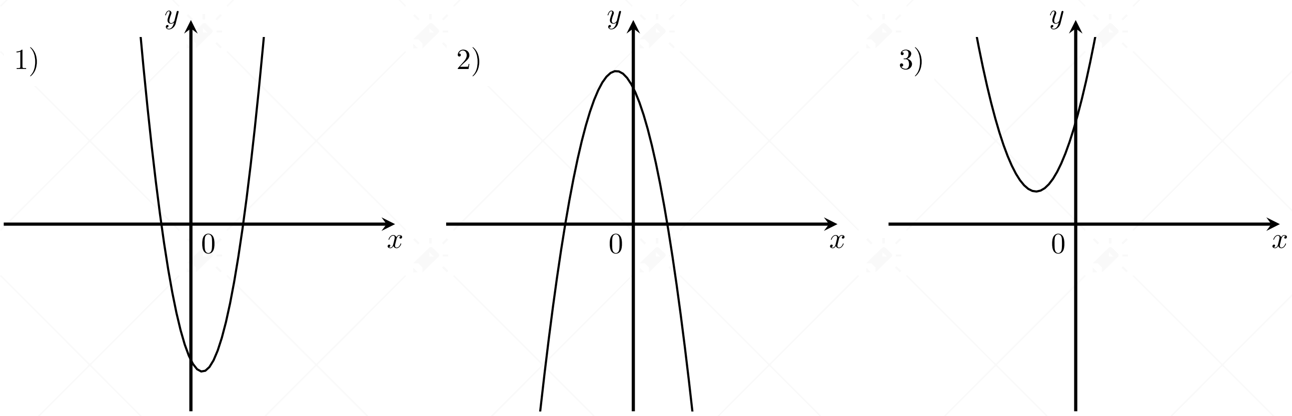
Задача 11.3 #160621 (FADB4B)

На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между знаками коэффициентов a и c и графиками функций.

Коэффициенты

А) $a > 0,\ c > 0$ Б) $a < 0,\ c > 0$ В) $a > 0,\ c < 0$

Графики



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

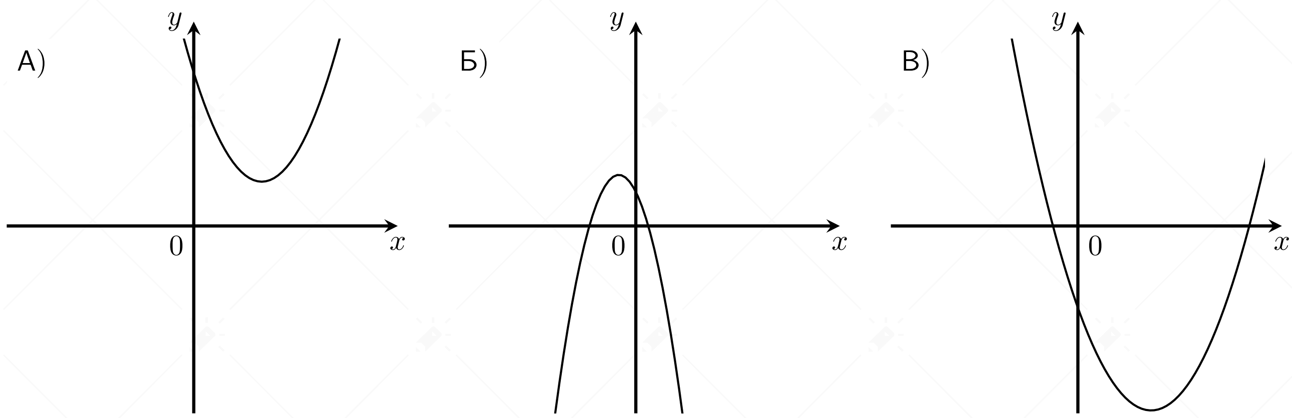
Ответ:

А	Б	В

Задача 11.4 #160610 (3C2809)

На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов a и c.

Графики



Коэффициенты

1) $a > 0,\ c > 0$ 2) $a > 0,\ c < 0$ 3) $a < 0,\ c > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

Задача №12. Условие

Задача 12.1 #147092 (087E6E)

Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2R$, где I – сила тока (в амперах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R, если мощность составляет 211,25 Вт, а сила тока равна 6,5 А. Ответ дайте в омах.

Задача 12.2 #147011 (CEB524)

Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F = 1{,}8t_C + 32$, где t_C – температура в градусах Цельсия, t_F – температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует 25 градусов по шкале Цельсия?

Задача 12.3 #104975 (9C01E9)

Если тело массой m кг подвешено на высоте h м над горизонтальной поверхностью земли, то его потенциальная энергия в джоулях вычисляется по формуле $P = mgh$, где $g = 9{,}8$ м/с^2 – ускорение свободного падения. Найдите массу тела, подвешенного на высоте 20 м над поверхностью земли, если его потенциальная энергия равна 3920 джоулям. Ответ дайте в килограммах.

Задача 12.4 #147215 (5BD3BB)

Центростремительное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) вычисляется по формуле $a = \omega^2R$, где ω – угловая скорость (в с$^{-1}$), R – радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R, если угловая скорость равна 4 с$^{-1}$, а центростремительное ускорение равно 64 м/с^2. Ответ дайте в метрах.

Задача 12.5 #147404 (78A568)

Сила Архимеда, выталкивающая на поверхность погружённое в воду тело, вычисляется по формуле $F = \rho g V$, где $\rho = 1000$ кг/м^3 – плотность воды, $g = 9{,}8$ м/с^2 – ускорение свободного падения, а V – объём тела в кубических метрах. Сила F измеряется в ньютонах. Найдите силу Архимеда, действующую на погружённое в воду тело объёмом 0,9 куб. м. Ответ дайте в ньютонах.

Задача №13. Условие

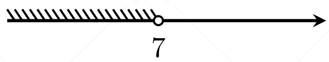
Задача 13.1 #151279 (A7E982)

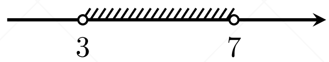
Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} x + 2{,}8 \leqslant 0, \\ x + 0{,}3 \leqslant -1{,}4. \end{cases}$

1) $(-\infty; -2{,}8]$
2) $(-\infty; -2{,}8] \cup [-1{,}7; +\infty)$
3) $[-2{,}8; -1{,}7]$
4) $[-1{,}7; +\infty)$

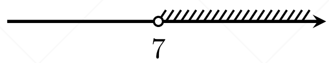
Задача 13.2 #31549 (8B2598)

Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} -35 + 5x > 0, \\ 6 - 3x > -3. \end{cases}$

1) 

2) 

3) нет решений

4) 

Задача №14. Условие

Задача 14.1 #97934 (5C8260)

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается вдвое каждые 9 минут. В начальный момент масса изотопа составляла 320 мг. Найдите массу изотопа через 63 минуты. Ответ дайте в миллиграммах.

Задача 14.2 #106178 (4C0E02)

Каучуковый мячик с силой бросили на асфальт. Отскочив, мячик подпрыгнул на 3,6 м, а при каждом следующем прыжке он поднимался на высоту в три раза меньше предыдущей. При каком по счёту прыжке мячик в первый раз не достигнет высоты 15 см?

Задача 14.3 #124865 (0BBBCB)

При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 10 минут. При этом каждую минуту его температура уменьшалась на $6\,^{\circ}\mathrm{C}$. Найдите температуру вещества в градусах Цельсия через 7 минут после начала опыта, если начальная температура вещества составляла $-9\,^{\circ}\mathrm{C}$.

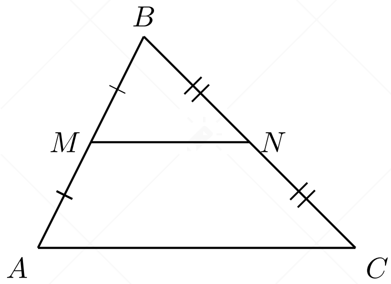
Задача 14.4 #143690 (85A862)

В ходе биологического эксперимента в чашку Петри с питательной средой поместили колонию микроорганизмов массой 16 мг. За каждые 20 минут масса колонии увеличивается в 3 раза. Найдите массу колонии микроорганизмов через 60 минут после начала эксперимента. Ответ дайте в миллиграммах.

Задача №15. Условие

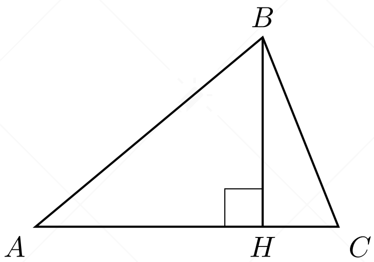
Задача 15.1 #131878 (1D9426)

Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно, сторона AB равна 21, сторона BC равна 22, сторона AC равна 28. Найдите MN.



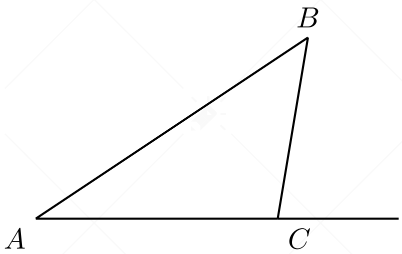
Задача 15.2 #122400 (3A1100)

В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH, $\angle BAC = 37°$. Найдите угол ABH. Ответ дайте в градусах.



Задача 15.3 #131354 (AB056D)

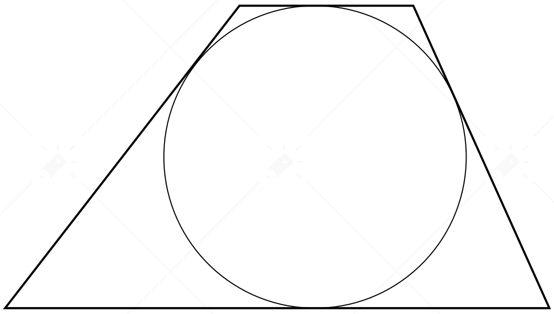
В треугольнике ABC угол C равен $115°$. Найдите внешний угол при вершине C. Ответ дайте в градусах.



Задача №16. Условие

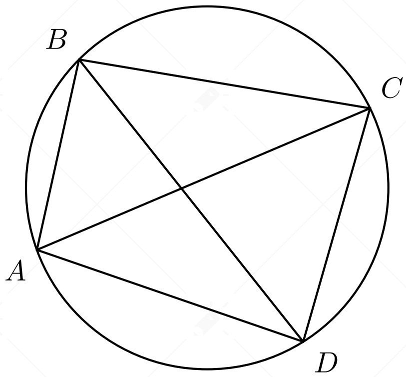
Задача 16.1 #133527 (F45C93)

Радиус окружности, вписанной в трапецию, равен 42. Найдите высоту этой трапеции.



Задача 16.2 #123720 (80EA92)

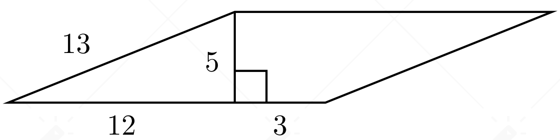
Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 38°, угол CAD равен 54°. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.



Задача №17. Условие

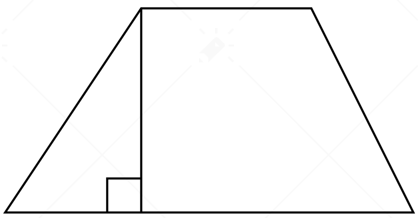
Задача 17.1 #131372 (D97D85)

Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



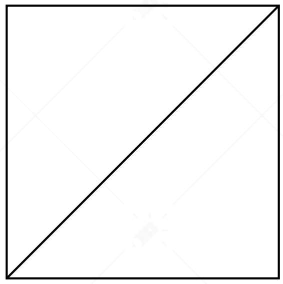
Задача 17.2 #122968 (F70300)

Основания трапеции равны 7 и 19, а высота равна 6. Найдите площадь этой трапеции.



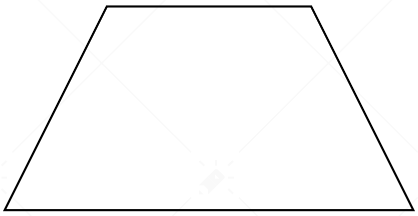
Задача 17.3 #77262 (33F1C7)

Сторона квадрата равна $4\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата.



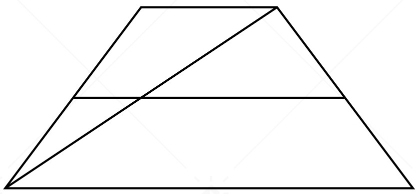
Задача 17.4 #131598 (51D937)

Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 102°. Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Задача 17.5 #107213 (8F7CEA)

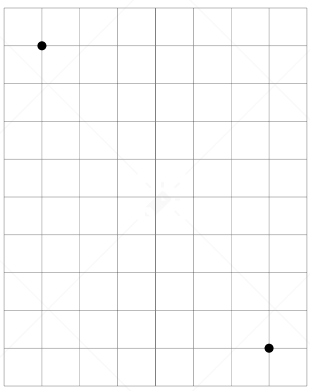
Основания трапеции равны 10 и 11. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



Задача №18. Условие

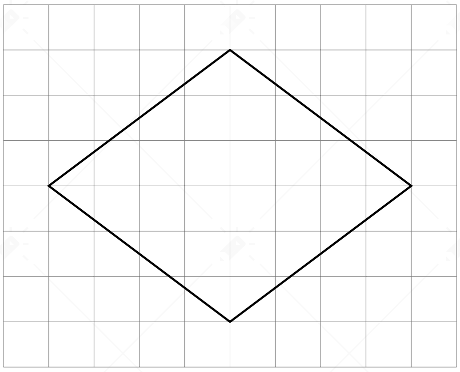
Задача 18.1 #106275 (552BC0)

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображены две точки. Найдите расстояние между ними.



Задача 18.2 #50560 (90A16B)

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



Задача №19. Условие

Задача 19.1 #183708 (0F4035)

Какие из следующих утверждений являются истинными высказываниями?

1) Все диаметры окружности равны между собой.

2) Если в параллелограмме две соседние стороны равны, то этот параллелограмм является ромбом.

3) Сумма углов любого треугольника равна 360 градусам.

В ответ запишите номера истинных высказываний без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Задача 19.2 #178766 (3F9748)

Какие из следующих утверждений являются истинными высказываниями?

1) Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов.

2) Если точка лежит на биссектрисе угла, то она равноудалена от сторон этого угла.

3) Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является ромбом.

В ответ запишите номера истинных высказываний без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Задача 19.3 #183713 (9B5088)

Какие из следующих утверждений являются истинными высказываниями?

1) Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

2) Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90 градусам.

3) Любые два равносторонних треугольника подобны.

В ответ запишите номера истинных высказываний без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Задача 19.4 #183677 (79B6CD)

Какие из следующих утверждений являются истинными высказываниями?

1) В любой прямоугольной трапеции есть два равных угла.

2) Касательная к окружности параллельна радиусу, проведённому в точку касания.

3) Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.

В ответ запишите номера истинных высказываний без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Часть 2. Условия

Задача №20. Условие

Задача 20.1 #90555 (8AA84C)

Решите уравнение $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$.

Задача 20.2 #90571 (8B4010)

Решите уравнение $x^3 + 2x^2 = 9x + 18$.

Задача 20.3 #49725 (541E78)

Решите уравнение $(x-1)\left(x^2+8x+16\right) = 6(x+4)$.

Задача 20.4 #46327 (193429)

Решите уравнение $x^4 = (2x-3)^2$.

Задача 20.5 #90583 (176E9F)

Решите уравнение $x\left(x^2+6x+9\right) = 4(x+3)$.

Задача №21. Условие

Задача 21.1 #92516 (7BB613)

Расстояние между пристанями A и B равно 90 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт B, тотчас повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот проплыл 52 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Задача 21.2 #93092 (40EE48)

Моторная лодка прошла против течения реки 297 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 3 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

Задача 21.3 #93089 (3006CF)

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 176 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 19 км/ч, стоянка длится 1 час, а в пункт отправления теплоход возвращается через 20 часов после отплытия из него.

Задача №22. Условие

Задача 22.1 #61565 (1D2900)

Постройте график функции

$$y = |x| \cdot (x-1) - 2x.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Задача 22.2 #106110 (2F87A2)

Постройте график функции

$$y = 2|x-4| - x^2 + 9x - 20.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Задача 22.3 #124451 (91BF55)

Постройте график функции

$$y = x^2 - 7x - 5|x - 3| + 12.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Задача 22.4 #37453 (076977)

Постройте график функции

$$y = x|x| + |x| - 3x.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Задача №23. Условие

Задача 23.1 #95732 (A39656)

Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках Kи P соответственно и проходит через вершины B и C. Найдите длину отрезка KP, если $AP = 30$, а сторона BC в 1,2 раза меньше стороны AB.

Задача 23.2 #57415 (27E2F1)

Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C. Найдите длину отрезка KP, если $AK = 18$, а сторона AC в 1,2 раза больше стороны BC.

Задача 23.3 #95719 (18FAEE)

Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 64° и 86°. Найдите BC, если радиус окружности, описанной около треугольника ABC, равен 13.

Задача 23.4 #95626 (EF764E)

Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 9$, $CK = 15$.

Задача 23.5 #37456 (2FCCDB)

Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 18, а одна из диагоналей ромба равна 72. Найдите углы ромба.

Задача 23.6 #45468 (F80C88)

Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 20$ и $CH = 5$. Найдите высоту ромба.

Задача №24. Условие

Задача 24.1 #93964 (7487CE)

Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 7 и 28, $BD = 14$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

Задача 24.2 #121410 (991A27)

Биссектрисы углов A и D четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке M, лежащей на стороне BC. Докажите, что точка M равноудалена от прямых AB, AD и CD.

Задача 24.3 #42836 (613B4F)

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы CDB и CAB равны. Докажите, что углы BCA и BDA также равны.

Задача 24.4 #94622 (6BB457)

Окружности с центрами в точках M и N пересекаются в точках S и T, причём точки M и N лежат по одну сторону от прямой ST. Докажите, что прямые MN и ST перпендикулярны.

Задача 24.5 #94482 (D2ED10)

Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Докажите, что отрезки AE и CF равны.

Задача №25. Условие

Задача 25.1 #105376 (CF289F)

Окружности радиусов 4 и 60 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D – на второй. При этом AC и BD – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD.

Задача 25.2 #105711 (1D3A90)

Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 8 и 30 от вершины A. Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB, если $\cos\angle BAC = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$.

Задача 25.3 #40208 (F69982)

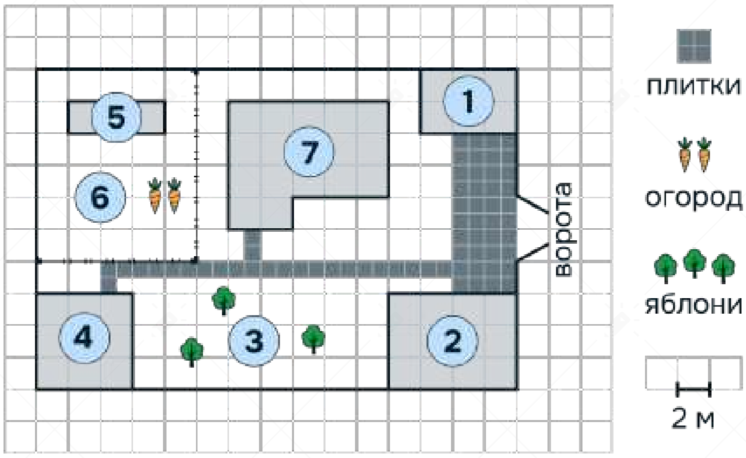
В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 28$, $AC = 56$, точка O – центр окружности, описанной около треугольника ABC. Прямая BD, перпендикулярная прямой AO, пересекает сторону AC в точке D. Найдите CD.

Часть 1. Решения

Задачи №1-5. Решения

Участки. Группа 5BF94C из банка ФИПИ

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.



На плане изображён дачный участок по адресу: п. Сосновка, ул. Зелёная, д. 19 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок слева от ворот находится гараж. Справа от ворот находится сарай площадью 24 кв. м, а чуть подальше – жилой дом. Напротив жилого дома расположены яблоневые посадки. Также на участке есть баня, к которой ведёт дорожка, выложенная плиткой, и огород с теплицей внутри (огород отмечен на плане цифрой 6).

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м $\times$ 1 м. Между гаражом и сараем находится площадка, вымощенная такой же плиткой.

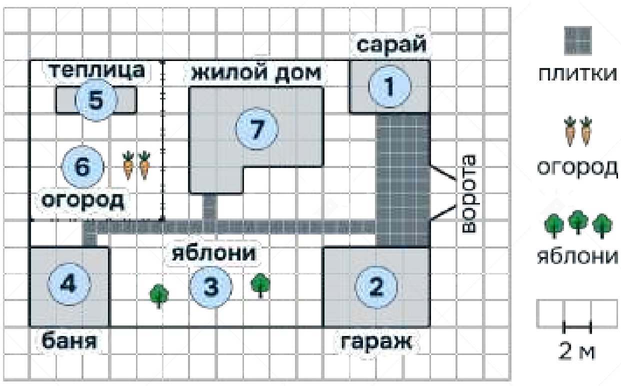
К участку подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.

Задача 1.1 #53881 (BEE9EC)

Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других символов.

Объекты	гараж	баня	жилой дом	яблони
Цифры				

Решение.



По условию при входе на участок слева от ворот находится гараж. Так как выезд и въезд осуществляется через ворота, и объект, находящийся слева от ворот, обозначен цифрой 2, то гараж на плане обозначен цифрой 2. Сарай находится справа от ворот, значит, он обозначен цифрой 1.

Так как к бане ведет дорожка, выложенная плиткой, то баня на плане под номером 4.

Напротив яблонь, обозначенных цифрой 3, расположен жилой дом. Среди всех объектов на плане, расположенных рядом с яблонями, остался только объект 7. Значит, жилой дом обозначен цифрой 7.

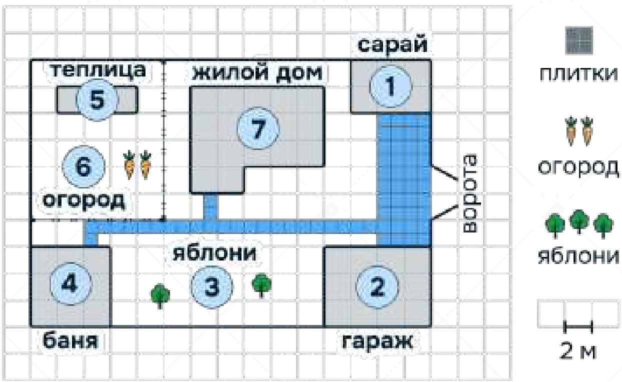
По условию огород отмечен цифрой 6. Значит, теплица, расположенная внутри него, на плане под цифрой 5.

Ответ: 2473.

Задача 1.2 #80451 (A68DC9)

Плитки для садовых дорожек продаются в упаковках по 8 штук. Сколько упаковок плиток понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку между сараем и гаражом?

Решение. Размеры площадки между гаражом и сараем – 4×10 плиток. Так как она имеет прямоугольную форму, общее количество плиток на площадке равно $4 \cdot 10 = 40$.



Подсчитаем число плиток на горизонтальной дорожке. Её ширина равна одной плитке, а длина равна 11 клеткам. Длина каждой клетки равна 2 плиткам. Количество плиток в горизонтальной дорожке равно:

$$11 \cdot 2 = 22 \text{ пл.}$$

Количество плиток в вертикальных дорожках равно 3. Таким образом, все дорожки содержат 22 + 3 = 25 плиток.

Тогда всего нам необходимо 25 + 40 = 65 плиток. Так как в одной упаковке 10 плиток, то потребуется

$$\frac{65}{8} \text{ уп.} = 8\frac{1}{8} \text{ уп.}$$

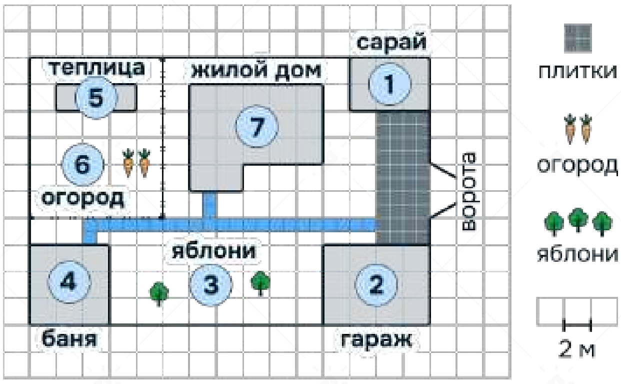
Количество упаковок – это целое число. Значит, понадобилось 9 упаковок плитки, чтобы выложить все дорожки.

Ответ: 9.

Задача 1.3 #122701 **(4C7E3E)**

Плитки для садовых дорожек продаются в упаковках по 4 штуки. Сколько упаковок плиток понадобилось, чтобы выложить все дорожки?

Решение.



Подсчитаем число плиток на горизонтальной дорожке. Её ширина равна одной плитке, а длина равна 11 клеткам. Длина каждой клетки равна 2 плиткам. Количество плиток в горизонтальной дорожке равно:

$$11 \cdot 2 = 22 \text{ пл.}$$

Количество плиток в вертикальных дорожках равно 3. Таким образом, все дорожки содержат $22 + 3 = 25$ плиток.

Так как в одной упаковке 4 плитки, то потребуется

$$\frac{25}{4} \text{ уп.} = 6\frac{1}{4} \text{ уп.}$$

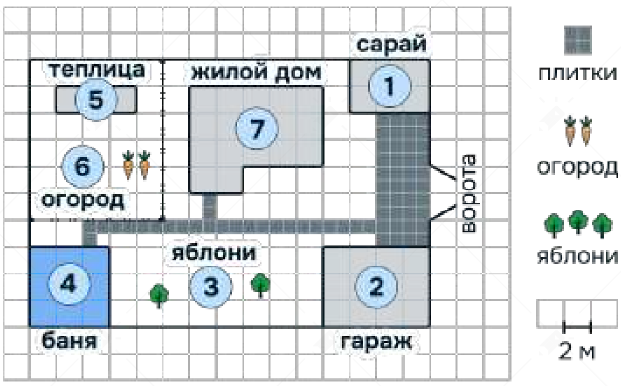
Количество упаковок – это целое число. Значит, понадобилось 7 упаковок плитки, чтобы выложить все дорожки.

Ответ: 7.

Задача 1.4 #53884 **(6453AD)**

Найдите площадь, которую занимает баня. Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение. Площадь, которую занимает баня, представляет собой квадрат со стороной 3 клетки. Значит её площадь равна $3 \cdot 3 = 9$ клеток.



Каждая клетка имеет форму квадрата со стороной 2 м. Значит, площадь одной клетки равна

$$S_{\text{кл.}} = 2 \text{ м} \cdot 2 \text{ м} = 4 \text{ м}^2.$$

Площадь, которую занимает баня, равна

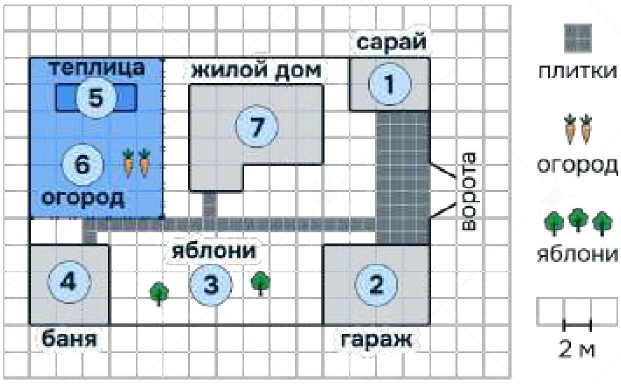
$$S_{\text{б.}} = 9 \cdot 4 \text{ м}^2 = 36 \text{ м}^2.$$

Ответ: 36.

Задача 1.5 #80452 (78A35E)

Найдите площадь открытого грунта огорода (вне теплицы). Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение. Площадь, которую занимает огород, представляет собой прямоугольник со сторонами 5 на 6 клеток. Значит её площадь равна $5 \cdot 6 = 30$ клеток.



Площадь, которую занимает теплица внутри огорода, представляет собой прямоугольник со сторонами 1 на 3 клетки. Значит её площадь равна $1 \cdot 3 = 3$ клетки.

Тогда площадь открытого грунта огорода вне теплицы равна

$$30 - 3 = 27 \text{ кл.}$$

Каждая клетка имеет форму квадрата со стороной 2 м. Значит площадь одной клетки равна

$$S_{\text{кл.}} = 2 \text{ м} \cdot 2 \text{ м} = 4 \text{ м}^2.$$

Площадь, которую занимает открытый грунт огорода, равна

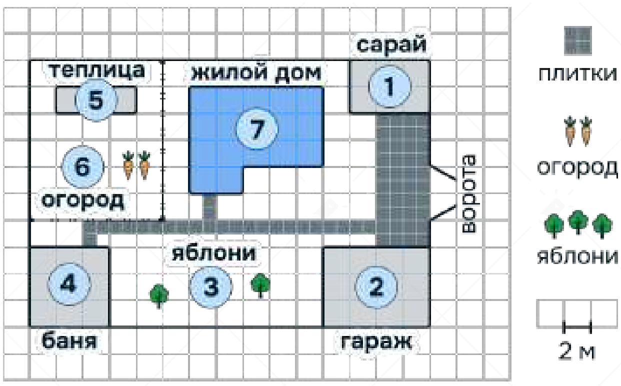
$$S_{\text{гр. ог.}} = 27 \cdot 4 \text{ м}^2 = 108 \text{ м}^2.$$

Ответ: 108.

Задача 1.6 #122702 (E7B4FE)

Найдите периметр фундамента жилого дома. Ответ дайте в метрах.

Решение.



Жилой дом на плане обозначена цифрой 7. Помещение под номером 7 имеет стены с длинами 3, 3, 1, 2, 4 и 5 клеток.

$$P = 3 + 3 + 1 + 2 + 4 + 5 = 18 \text{ кл.}$$

Длина стороны клетки равна 2 м, то есть периметр жилого дома в метрах равен

$$P = 18 \cdot 2 = 36 \text{ м.}$$

Ответ: 36.

Задача 1.7 #175777 **(5F0063)**

Найдите расстояние от жилого дома до гаража (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой) в метрах.

Решение.

Расстояние от жилого дома до гаража – расстояние между объектами 7 и 2, и оно равно трём клеткам. На плане 1 клетка соответствует 2 метрам, значит, расстояние между жилым домом и гаражом равно $3 \cdot 2 = 6$ метрам.

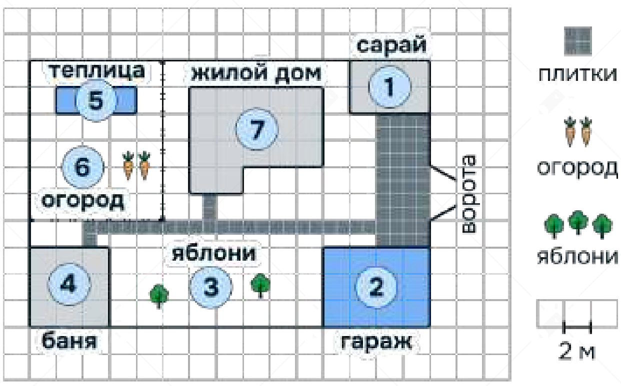
Ответ: 6.

Задача 1.8 #122703 **(25B13A)**

На сколько процентов площадь, которую занимает гараж, больше площади, которую занимает теплица?

Решение. Пусть x – процент, который составляет площадь гаража от площади теплицы. Получаем

$$\begin{array}{rcl} \text{теплица} & – & 100\% \\ \text{гараж} & – & x\% \end{array}$$



Площадь, которую занимает теплица, представляет собой прямоугольник со сторонами 1 на 3 клетки. Значит его площадь равна $1 \cdot 3$ клетки.

Площадь, которую занимает гараж, представляет собой прямоугольник со сторонами 3 на 4 клетки. Значит, его площадь равна $3 \cdot 4$ клетки.

Получаем

$$\begin{aligned} 1 \cdot 3 &\ - \ 100\% \\ 3 \cdot 4 &\ - \ x\% \end{aligned}$$

Составим пропорцию:

$$\frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 4} = \frac{100}{x}$$

Воспользуемся основным свойством пропорции. Для этого умножаем два числа, которые стоят на диагонали без x и делим на число, которое стоит на одной диагонали с x :

$$\frac{3 \cdot 4 \cdot 100}{1 \cdot 3} = 400\%.$$

Площадь гаража составляет 400% от площади теплицы. Значит, разность их площадей в процентах равна

$$400\% - 100\% = 300\%.$$

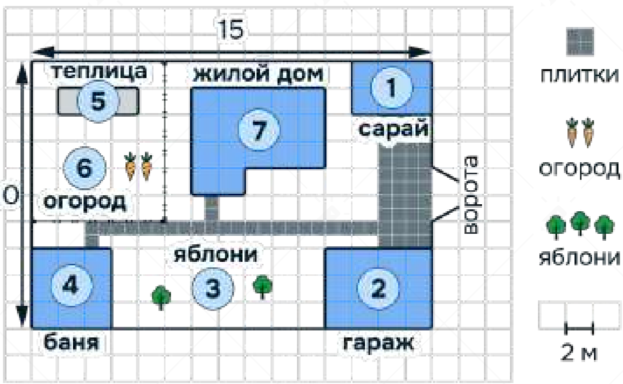
Ответ: 300.

Задача 1.9 #175778 **(E05F09)**

Сколько процентов от площади всего участка занимают строения (жилой дом, гараж, сарай, баня)? Ответ округлите до целого.

Решение. Пусть x – процент, который составляет площадь строений от площади всего участка. Получаем

$$\begin{aligned} \text{весь участок} &\ - \ 100\% \\ \text{строения} &\ - \ x\% \end{aligned}$$



Площадь, которую занимает участок, представляет собой прямоугольник со сторонами 15 клеток и 10 клеток. Значит, его площадь равна $15 \cdot 10 = 150$ клеток.

Площадь, которую занимает жилой дом, представляет собой прямоугольник со сторонами 3 на 5 клеток и выступ из двух клеток. Значит, его площадь равна

$$3 \cdot 5 + 2 = 15 + 2 = 17 \text{ кл.}$$

Площадь, которую занимает гараж, представляет собой прямоугольник со сторонами 3 на 4 клетки. Значит, его площадь равна $3 \cdot 4 = 12$ кл.

Площадь, которую занимает сарай, представляет собой прямоугольник со сторонами 2 на 3 клетки. Значит, его площадь равна $2 \cdot 3 = 6$ кл.

Площадь, которую занимает баня, представляет собой квадрат со стороной 3 клетки. Значит, её площадь равна $3 \cdot 3 = 9$ кл.

Тогда площадь всех строений равна

$$17 + 12 + 6 + 9 = 44 \text{ кл.}$$

Получаем

$$\begin{aligned} 150 &\ - \ 100\% \\ 44 &\ - \ x\% \end{aligned}$$

Составим пропорцию:

$$\frac{150}{44} = \frac{100}{x}$$

Воспользуемся основным свойством пропорции. Для этого умножаем два числа, которые стоят на диагонали без x и делим на число, которое стоит на одной диагонали с x :

$$\frac{44 \cdot 100}{150} = \frac{44 \cdot 2}{3} = \frac{88}{3} = 29\frac{1}{3}\% \approx 29\%.$$

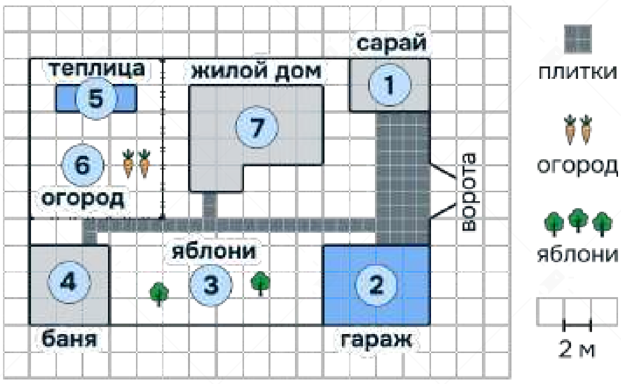
Ответ: 29.

Задача 1.10 #175781 (58B632)

На сколько процентов площадь, которую занимает теплица, меньше площади, которую занимает гараж?

Решение. Пусть x – процент, который составляет площадь теплицы от площади гаража. Получаем

$$\begin{aligned} \text{гараж} &\ - \ 100\% \\ \text{теплица} &\ - \ x\% \end{aligned}$$



Площадь, которую занимает гараж, представляет собой прямоугольник со сторонами 3 на 4 клетки. Значит, его площадь равна $3 \cdot 4$ клетки.

Площадь, которую занимает теплица, представляет собой прямоугольник со сторонами 1 на 3 клетки. Значит его площадь равна $1 \cdot 3$ клетки.

Получаем

$$\begin{aligned} 3 \cdot 4 &\ - \ 100\% \\ 1 \cdot 3 &\ - \ x\% \end{aligned}$$

Составим пропорцию:

$$\frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 3} = \frac{100}{x}$$

Воспользуемся основным свойством пропорции. Для этого умножаем два числа, которые стоят на диагонали без x и делим на число, которое стоит на одной диагонали с x :

$$\frac{1\cdot 3\cdot 100}{3\cdot 4}=25\%.$$

Площадь теплицы составляет 25% от площади всего гаража. Значит разность их площадей в процентах равна

$$100\%-25\%=75\%.$$

Ответ: 75.

Задача 1.11 #80454 (14DCC2)

Хозяин участка планирует установить в жилом доме систему отопления.

Он рассматривает два варианта: электрическое или газовое отопление. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимости даны в таблице.

	Нагреватель (котёл)	Прочее оборудование и монтаж	Средн. расход газа/ средн. потребл. мощность	Стоимость газа/ электро-энергии
Газовое отопление	18000 руб.	13896 руб.	1,6 куб. м/ч	4,7 руб./куб. м
Электр. отопление	15000 руб.	9000 руб.	4,7 кВт	4,4 руб./(кВт · ч)

Обдумав оба варианта, хозяин решил установить газовое отопление. Через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разницу в стоимости покупки и установки газового и электрического оборудования?

Решение. Пусть через x часов работы газового и электрического оборудования суммы, затраченные на них, выравняются, то есть сразу после этого газовое отопление станет выгоднее.

Стоимость часа работы газового отопления равна произведению среднего расхода газа и стоимости газа. Тогда час работы газового отопления стоит

$$1{,}6\cdot 4{,}7\text{ руб.}$$

Тогда x часов работы газового отопления стоят

$$1{,}6\cdot 4{,}7\cdot x\text{ руб.}$$

Сумма, затраченная на покупку, установку и работу газового оборудования, станет равна

$$18000+13896+1{,}6\cdot 4{,}7\cdot x\text{ руб.}$$

Стоимость часа работы электрического отопления равна произведению средней потребляемой мощности и стоимости электорэнергии:

$$4{,}7\cdot 4{,}4\text{ руб.}$$

Тогда x часов работы электрического отопления стоят

$$4{,}7\cdot 4{,}4\cdot x\text{ руб.}$$

Сумма, затраченная на покупку, установку и работу электрического оборудования, станет равна

$$15000+9000+4{,}7\cdot 4{,}4\cdot x\text{ руб.}$$

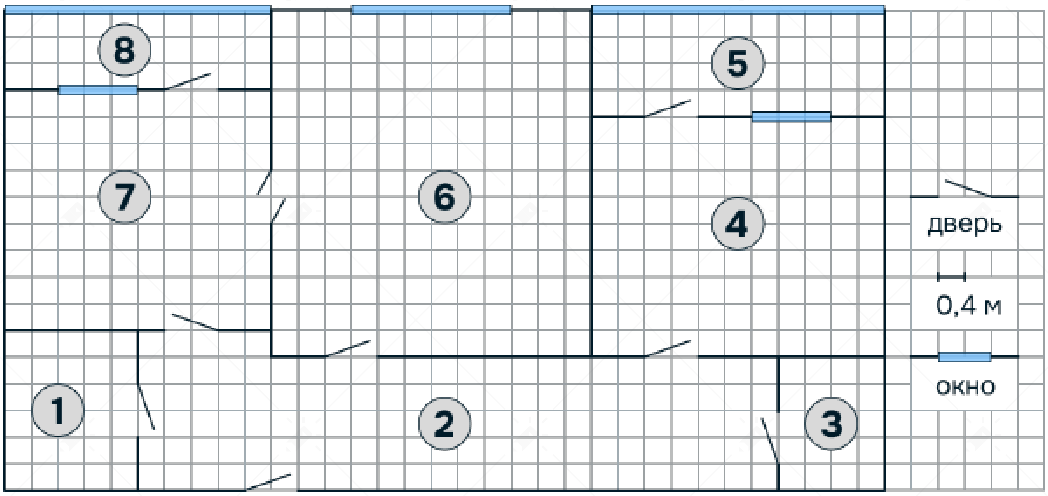
Приравняем полученные выражения:

$$
\begin{gathered}
18000 + 13896 + 1{,}6 \cdot 4{,}7 \cdot x = 15000 + 9000 + 4{,}7 \cdot 4{,}4 \cdot x \\
18000 + 13896 - 15000 - 9000 = 4{,}7 \cdot 4{,}4 \cdot x - 1{,}6 \cdot 4{,}7 \cdot x \\
3000 + 4896 = 4{,}7x(4{,}4 - 1{,}6) \\
4{,}7x \cdot 2{,}8 = 7896 \\
x = \frac{7896}{4{,}7 \cdot 2{,}8} = \frac{7896 \cdot 10 \cdot 10}{47 \cdot 28} = \\
= \frac{168 \cdot 10 \cdot 10}{28} = 600 \text{ часов}
\end{gathered}
$$

Ответ: 600.

Квартиры. Группа EF7420 из банка ФИПИ

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.



На рисунке изображён план двухкомнатной квартиры в многоэтажном жилом доме. Сторона одной клетки на плане соответствует 0,4 м, а условные обозначения двери и окна приведены в правой части рисунка.

Вход в квартиру находится в коридоре. Слева от входа в квартиру находится санузел, а в противоположном конце коридора – дверь в кладовую. Рядом с кладовой находится спальня, из которой можно пройти на одну из застеклённых лоджий. Самое большое по площади помещение – гостиная, откуда можно попасть в коридор и на кухню. Из кухни также можно попасть на застеклённую лоджию.

Задача 2.12 #182109 (F1CCEA)

Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк перенесите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Объекты	коридор	санузел	спальня	гостиная
Цифры				

Решение. По условию вход в квартиру находится в коридоре. При этом на плане вход в квартиру находится в комнате 2. Значит, комната 2 – это коридор.

Слева от входа в квартиру расположен санузел, то есть комната под номером 1 – санузел. В противоположном от санузла конце коридора находится кладовая, при этом напротив комнаты 1 находится комната 3, следовательно, комната под номером 3 – кладовая.

По условию рядом с кладовой находится спальня, на плане рядом с кладовой находится только коридор и комната под номером 4, следовательно, комната под номером 4 – спальня.

Спальня имеет выход к застекленной лоджии, при этом на плане из спальни можно пройти в комнату 5 одна из стен которых на плане отмечена как окно, значит комната 5 – застекленная лоджия.

Из условия наибольшую площадь имеет гостиная. Посчитаем площади оставшихся помещений, то есть комнат под цифрами 6, 7 и 8:

$$S_6 = 12 \cdot 13 = 156\,\text{кл.}$$
$$S_7 = 10 \cdot 9 = 90\,\text{кл.}$$
$$S_8 = 10 \cdot 3 = 30\,\text{кл.}$$

Тогда наибольшая по площади комната – помещение под цифрой 6, значит, комната 6 – гостиная.

Остались комнаты 7 и 8, которым должны соответствовать кухня и лоджия. По условию в лоджию можно попасть, пройдя через кухню, значит, 7 – кухня, 8 – лоджия.

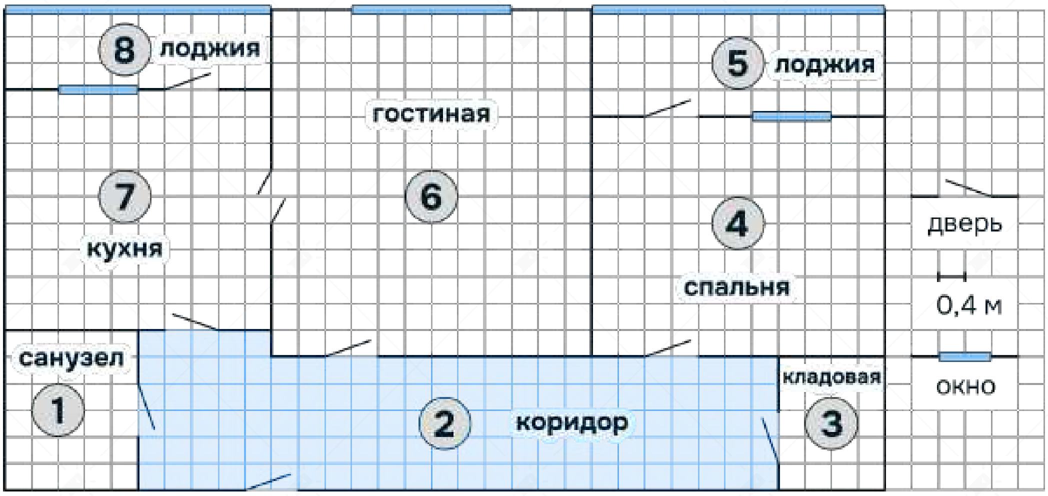
Ответ: 2146.

Задача 2.13 #122297 (77D7FA)

Паркетная доска размером 20 см на 40 см продаётся в упаковках по 8 штук. Сколько упаковок паркетной доски понадобилось, чтобы выложить пол в коридоре?

Решение. По условию паркетная доска имеет размер 20 см на 40 см. Значит, площадь одной доски равна

$$20\text{ см}\cdot 40\text{ см} = 800\text{ см}^2.$$



Коридору соответствует комната 2 на плане. Помещение под номером 2 имеет форму прямоугольника с размерами 24×5 клеток и выступ с размерами 5×1 клетку. Длина каждой клетки равна $0{,}4$ м $= 40$ см. Значит, площадь коридора равна

$$\underbrace{24\cdot 40}_{\text{длина}}\cdot\underbrace{5\cdot 40}_{\text{ширина}}+\underbrace{5\cdot 40}_{\text{длина}}\cdot\underbrace{1\cdot 40}_{\text{ширина}} = 40\cdot 40(24\cdot 5+5\cdot 1) = 1600\cdot 125\text{ см}^2$$

Тогда количество досок, которое понадобится для того, чтобы выложить пол в коридоре, равно:

$$\frac{125\cdot 1600}{800} = 250\text{ досок}$$

В одной упаковке 8 досок, то есть понадобится

$$\frac{250}{8} = 31\frac{2}{8} \text{ уп.}$$

Так как количество упаковок – целое число, то нужно 32 упаковки.

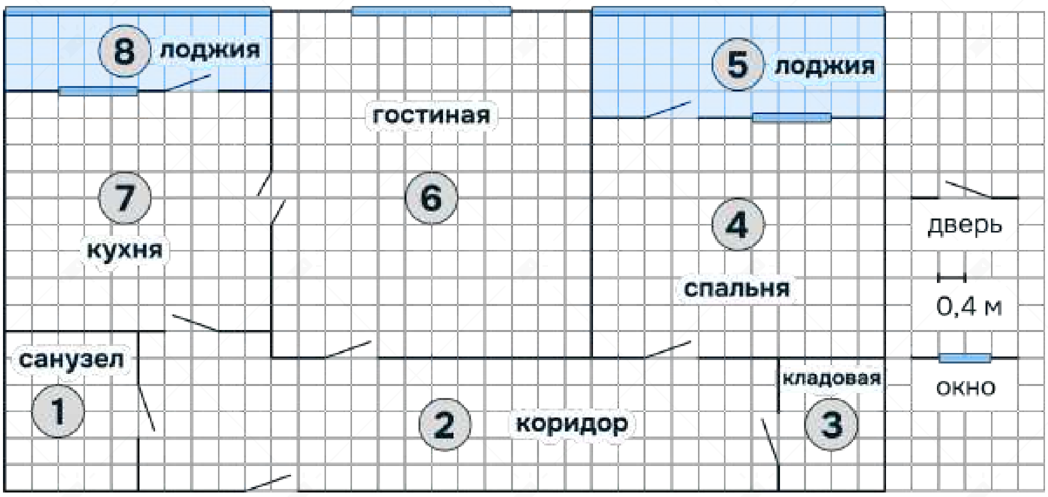
Ответ: 32.

Задача 2.14 #159611 **(01790D)**

Плитка для пола размером 40 см на 40 см продаётся в упаковках по 12 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить пол на обеих лоджиях?

Решение. По условию плитка имеет размер 40 см на 40 см. Значит, её площадь равна

$$40 \text{ см} \cdot 40 \text{ см} = 1600 \text{ см}^2.$$



Лоджиям соответствуют комнаты 5 и 8 на плане. Помещения под номером 5 и 8 имеют форму прямоугольников. Размер первой лоджии равен 10×3 клеток, а размер второй – 11×4 клеток. Длина каждой клетки равна $0{,}4$ м $= 40$ см. Значит, площадь обеих лоджий равна

$$\underbrace{10 \cdot 40}_{\text{длина}} \cdot \underbrace{3 \cdot 40}_{\text{ширина}} + \underbrace{11 \cdot 40}_{\text{длина}} \cdot \underbrace{4 \cdot 40}_{\text{ширина}} =$$
$$= 40 \cdot 40(10 \cdot 3 + 11 \cdot 4) = 1600 \cdot 74 \text{ см}^2$$

Тогда количество плиток, которые понадобятся для того, чтобы выложить пол в лоджиях, равно:

$$\frac{74 \cdot 1600}{1600} = 74 \text{ досок}$$

В одной упаковке 12 досок, то есть понадобится

$$\frac{74}{12} = 6\frac{2}{12} \text{ уп.}$$

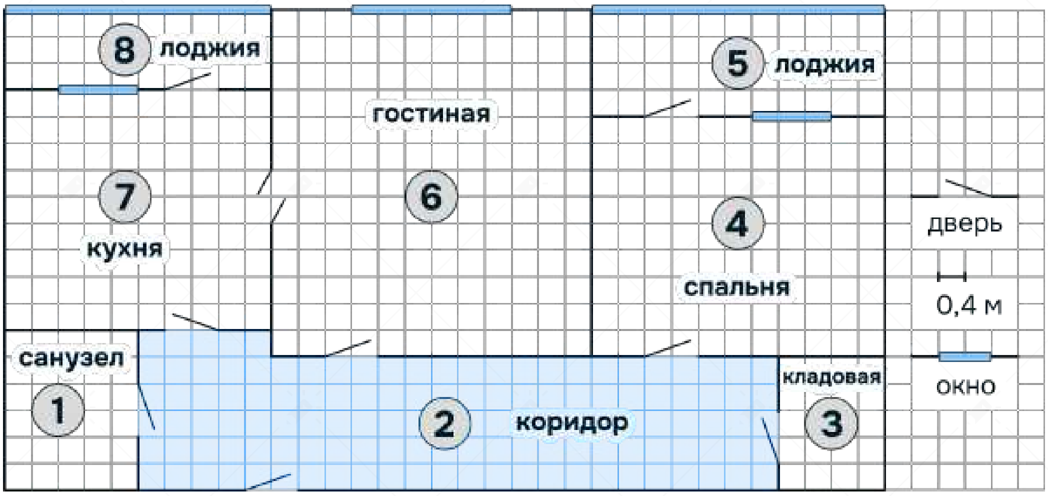
Так как количество упаковок – целое число, то нужно 7 упаковок.

Ответ: 7.

Задача 2.15 #159613 (ADB415)

Найдите площадь коридора. Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение.



Коридор на плане обозначена цифрой 2. Помещение под номером 2 имеет форму прямоугольника с размерами 24×5 клеток и выступ с размерами 5×1 клеток. Значит, площадь коридора равна

$$S = 24 \cdot 5 + 5 \cdot 1 = 120 + 5 = 125 \text{ клеток}.$$

Каждая клетка имеет форму квадрата со стороной 0,4 м. Значит, площадь одной клетки равна

$$S_{\text{кл.}} = 0{,}4 \text{ м} \cdot 0{,}4 \text{ м} = 0{,}16 \text{ м}^2.$$

Значит, площадь коридора в квадратных метрах равна

$$S = 125 \cdot 0{,}16 \text{ м}^2 = 20 \text{ м}^2.$$

Ответ: 20.

Задача 2.16 #182118 (DFB25A)

Найдите площадь меньшей лоджии. Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение.

Лоджии на плане обозначены цифрами 5 и 8. Помещение под номером 5 имеет форму прямоугольника с размерами 11×4. Помещение под номером 8 имеет форму прямоугольника с размерами 10×3. Стороны помещения под номером 8 меньше сторон помещения под номером 5, следовательно, оно является меньшей лоджией. Значит, площадь меньшей лоджии равна

$$S = 10 \cdot 3 = 30 \text{ клеток.}$$

Каждая клетка имеет форму квадрата со стороной 0,4 м. Значит, площадь одной клетки равна

$$S_{\text{кл.}} = 0{,}4 \text{ м} \cdot 0{,}4 \text{ м} = 0{,}16 \text{ м}^2.$$

Значит, площадь меньшей лоджии в квадратных метрах равна

$$S = 30 \cdot 0{,}16 \text{ м}^2 = 4{,}8 \text{ м}^2.$$

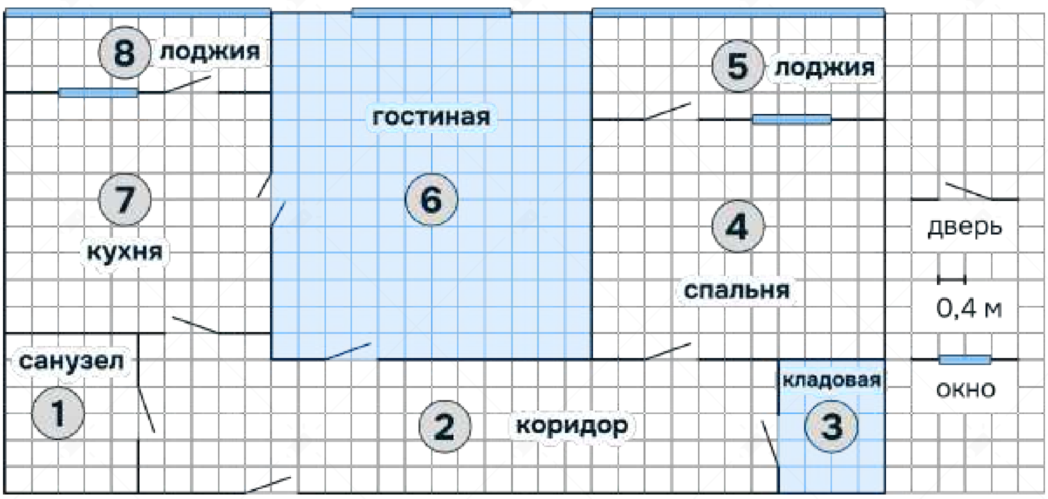
Ответ: 4,8.

Задача 2.17 #182122 (DC13FC)

На сколько процентов площадь гостиной больше площади кладовой?

Решение. Пусть x – процент, который составляет площадь гостиной от площади кладовой.

$$\begin{aligned} \text{кладовая} &\ -\ 100\% \\ \text{гостиная} &\ -\ x\% \end{aligned}$$



Кладовая – комната под номером 3. Она имеет размеры 4×5 клеток. Значит, её площадь равна $4 \cdot 5$ клеток.

Гостиная – комната под номером 6. Она имеет размеры 12×13 клеток. Значит, её площадь равна $12 \cdot 13$ клеток.

Получаем

$$\begin{aligned} 4 \cdot 5 &\ -\ 100\% \\ 12 \cdot 13 &\ -\ x\% \end{aligned}$$

Составим пропорцию:

$$\frac{4 \cdot 5}{12 \cdot 13} = \frac{100}{x}$$

Воспользуемся правилом пропорции. Для этого умножаем два числа, которые стоят на диагонали без x и делим на число, которое стоит на одной диагонали с x :

$$x = \frac{12 \cdot 13 \cdot 100}{4 \cdot 5} = 3 \cdot 13 \cdot 20 = 780\%.$$

Площадь гостиной составляет 780% от площади кладовой. Значит, разность их площадей в процентах равна

$$780\% - 100\% = 680\%.$$

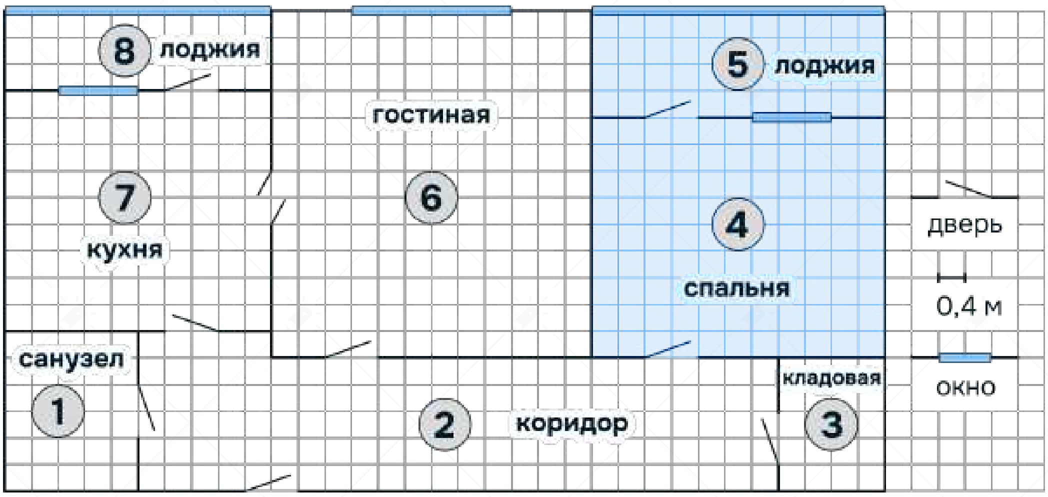
Ответ: 680.

Задача 2.18 #182123 **(6232F3)**

На сколько процентов площадь спальни больше площади лоджии, примыкающей к спальне?

Решение. Пусть x – процент, который составляет площадь спальни от площади примыкающей к ней лоджии.

$$\begin{aligned} \text{лоджия} &\ - \ 100\% \\ \text{спальня} &\ - \ x\% \end{aligned}$$



Лоджия, примыкающая к спальне – комната под номером 5. Она имеет размеры 11×4 клеток. Значит, её площадь равна $11 \cdot 4$ клеток.

Спальня – комната под номером 4. Она имеет размеры 11×9 клеток. Значит, её площадь равна $11 \cdot 9$ клеток.

Получаем

$$\begin{aligned} 11 \cdot 4 &\ - \ 100\% \\ 11 \cdot 9 &\ - \ x\% \end{aligned}$$

Составим пропорцию:

$$\frac{11 \cdot 4}{11 \cdot 9} = \frac{100}{x}$$

Воспользуемся правилом пропорции. Для этого умножаем два числа, которые стоят на диагонали без x и делим на число, которое стоит на одной диагонали с x :

$$x = \frac{11 \cdot 9 \cdot 100}{11 \cdot 4} = 9 \cdot 25 = 225\%.$$

Площадь спальни составляет 225% от площади лоджии. Значит, разность их площадей в процентах равна

$$225\% - 100\% = 125\%.$$

Ответ: 125.

Задача 2.19 #182132 (71528E)

В квартире планируется подключить интернет. Предполагается, что трафик составит 1000 Мб в месяц, и исходя из этого выбирается наиболее дешёвый вариант. Интернет-провайдер предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «600»	650 руб. за 600 Мб трафика в месяц	2 руб. за 1 Мб сверх 600 Мб
План «900»	820 руб. за 900 Мб трафика в месяц	1,5 руб. за 1 Мб сверх 900 Мб
План «Безлимитный»	950 руб. за неограниченное количество Мб трафика	–

Сколько рублей нужно будет заплатить за интернет за месяц, если трафик действительно будет равен 1000 Мб?

Решение. Рассмотрим тарифный план «600». По условию месячное потребление трафика составляет 1000 Мб, что на 400 Мб превышает установленный лимит. Следовательно, абоненту необходимо оплатить дополнительно $400 \cdot 2$ руб. Общая сумма затрат равна

$$\text{«600»:}\ 650 + 2 \cdot 400 = 1450 \text{ рублей в месяц.}$$

Рассмотрим тарифный план «900». По условию месячное потребление трафика составляет 1000 Мб, что на 100 Мб превышает установленный лимит. Следовательно, абоненту необходимо оплатить дополнительно $100 \cdot 1{,}5$ руб. Общая сумма затрат равна

$$\text{«900»:}\ 820 + 1{,}5 \cdot 100 = 970 \text{ рублей в месяц.}$$

Рассмотрим тарифный план «Безлимитный». Он предусматривает неограниченный объем интернет-трафика, следовательно, сумма затрат равна

$$\text{«Безлимитный»:}\ 950 \text{ рублей в месяц.}$$

Тогда наиболее дешевый подходящий вариант – План «Безлимитный» – стоит 950 руб.

Ответ: 950.

Задача 2.20 #182130 (AA6E67)

В квартире планируется установить стиральную машину. Характеристики стиральных машин, условия подключения и доставки приведены в таблице. Планируется купить стиральную машину с фронтальной загрузкой, по глубине не превосходящую 42 см.

Модель	Вместимость барабана (кг)	Тип загрузки	Стоимость (руб.)	Стоимость подключения (руб.)	Стоимость доставки (% от стоимости машины)	Габариты (высота×ширина×глубина, см)
А	7	верт.	28 000	1 700	бесплатно	$85 \times 60 \times 45$
Б	5	фронт.	24 000	4 500	10	$85 \times 60 \times 40$
В	5	фронт.	25 000	5 000	10	$85 \times 60 \times 40$
Г	6,5	фронт.	24 000	4 500	10	$85 \times 60 \times 44$
Д	6	фронт.	28 000	1 700	бесплатно	$85 \times 60 \times 45$
Е	6	верт.	27 600	2 300	бесплатно	$89 \times 60 \times 40$
Ж	6	верт.	27 585	1 900	10	$89 \times 60 \times 40$
З	6	фронт.	20 000	6 300	15	$85 \times 60 \times 42$
И	5	фронт.	27 000	1 800	бесплатно	$85 \times 60 \times 40$
К	5	верт.	27 000	1 800	10	$85 \times 60 \times 40$

Сколько рублей будет стоить наиболее дешёвый подходящий вариант вместе с подключением и доставкой?

Решение. Так как стиральная машина должна быть с фронтальной загрузкой, по таблице можно увидеть, что подходят только модели Б, В, Г, Д, З, И.

Если теперь взять из них только те, у которых глубина не превосходит 42 см, то останутся только Б, В, И.

Рассмотрим стоимость каждой стиральной машины вместе с подключением и доставкой и найдем среди них минимальную.

Стоимость доставки стиральной машины модели Б составляет 10 % от стоимости машины. Машина стоит 24000 рублей, следовательно, доставка стоит:

$$24000 \cdot \frac{10}{100} = 2400\,\text{руб.}$$

Общая стоимость модели Б равна:

$$\text{Б: } 24000 + 4500 + 2400 = 30900$$

Стоимость доставки стиральной машины модели В составляет 10 % от стоимости машины. Машина стоит 25000 рублей, следовательно, доставка стоит:

$$25000 \cdot \frac{10}{100} = 2500\,\text{руб.}$$

Общая стоимость модели В равна:

$$\text{В: } 25000 + 5000 + 2500 = 32500$$

Доставка стиральной машины модели И бесплатная. Следовательно её общая стоимость равна

$$\text{И: } 27000 + 1800 = 28800$$

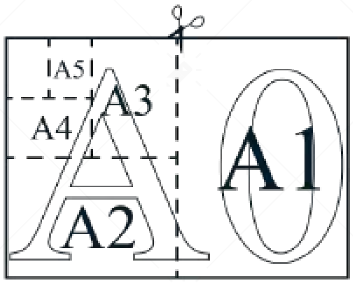
Тогда наиболее дешевый подходящий вариант – модель И – стоит 28800 руб.

Ответ: 28800.

Бумага. Группа B9A7F7 из банка ФИПИ

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.

Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее. Лист формата А0 имеет форму прямоугольника площадью 1 кв. м. Если лист формата А0 разрезать пополам параллельно меньшей стороне, получатся два одинаковых листа формата А1. Если лист А1 разрезать пополам таким же образом, получатся два листа формата А2 и т.д.



Отношение большей стороны к меньшей стороне листа каждого формата одно и то же, поэтому листы всех форматов подобны. Это нужно, чтобы пропорции текста и его расположение на листе сохранялись при изменении формата листа.

Задача 3.21 #124386 (187F35)

В таблице даны размеры (с точностью до мм) четырёх листов, имеющих форматы А2, А3, А5 и А6.

Номер листа	Длина (мм)	Ширина (мм)
1	210	148
2	594	420
3	148	105
4	420	297

Установите соответствие между форматами и номерами листов. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр, соответствующих номерам листов, без пробелов, запятых и дополнительных символов.

А2	А3	А5	А6

Решение. Из описания принципа деления листов следует, что чем больше размер листа, тем меньше его индекс, записанный после буквы А. А0 – самый большой, далее идёт А1, далее А2 и т. д.

А2 – самый большой из представленных, далее А3, далее А5, далее А6 – самый маленький из представленных.

Самая большая длина у формата с номером 2 (594 мм), поэтому формату А2 соответствует номер 2.

Вторая по величине длина у формата с номером 4 (420 мм), поэтому формату А3 соответствует номер 4.

Третья по величине длина у формата с номером 1 (210 мм), поэтому формату А5 соответствует номер 1.

Самая маленькая длина у формата с номером 3 (148 мм), поэтому формату А6 соответствует номер 3.

Ответ: 2413.

Задача 3.22 #124388 (1DFDCC)

Сколько листов формата А4 получится из одного листа формата А1?

Решение. При разрезании одного листа формата А3 получается два листа формата А4.

При разрезании одного листа формата А2 получается два листа формата А3, следовательно, $2 \cdot 2 = 4$ листа формата А4.

При разрезании одного листа формата А1 получается два листа формата А2, следовательно, $2 \cdot 4 = 8$ листов формата А4.

Таким образом, из одного листа формата А1 получится 8 листов формата А4.

Ответ: 8.

Задача 3.23 #124389 (6C743F)

Найдите ширину листа бумаги формата А0. Ответ дайте в миллиметрах и округлите до ближайшего целого числа, кратного 10.

Решение. Заметим, что ширина листа бумаги формата А0 равна длине листа бумаги формата А1. При этом длина листа бумаги формата А1 равна удвоенной ширине листа бумаги формата А2. Из таблицы задачи 1 известно, что ширина листа бумаги формата А2 равна 420 мм. Следовательно, ширина листа бумаги формата А0 равна

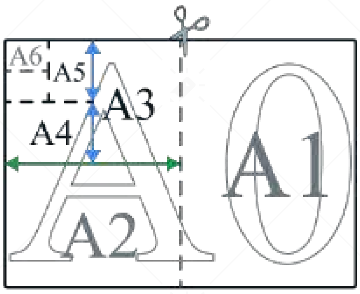
$$420 \cdot 2 = 840 \text{ мм.}$$

Ответ: 840.

Задача 3.24 #124391 (A7FCE1)

Найдите отношение длины меньшей стороны листа формата А4 к большей. Ответ округлите до десятых.

Решение.



Ширина листа бумаги формата А4 равна длине листа бумаги формата А5. Лист формата А5 указан в таблице 1 под номером 1 и его длина равна 210 мм. Следовательно, ширина листа бумаги формата А4 равна

$$\text{ширина А4} \ = \ \text{длина А5} \ = 210 \text{ мм.}$$

Длина листа бумаги формата А4 равна ширине листа бумаги формата А3. Лист формата А3 указан в таблице 1 под номером 4 и его ширина равна 297 мм. Следовательно, длина листа бумаги формата А4 равна

$$\text{длина А4} \ = \ \text{ширина А3} \ = 297 \text{ мм.}$$

Найдем отношение сторон:

$$\frac{210}{296} = \frac{105}{148}.$$

Найдем значение числа $\frac{105}{148}$ до второго знака после запятой, поделив в столбик:

$$\begin{array}{r|l} -\,105{,}00 & 148 \\ \cline{2-2} 1036 & 0{,}70\ldots \\ \cline{1-1} 140 & \end{array}$$

Получаем, что отношение сторон после округления до десятых равно

$$\frac{210}{296} \approx 0{,}7.$$

Ответ: 0,7.

Задача 3.25 #124398 **(CC70B9)**

Бумагу формата A1 упаковали в пачки по 80 листов. Найдите массу пачки, если масса бумаги площадью 1 кв. м равна 120 г. Ответ дайте в граммах.

Решение. Так как масса листа площади 1 м^2 равна 120 г, а площадь листа формата A0 равна 1 м^2, то масса листа формата A0 равна 120 г.

Из листа формата A0 получается 2 листа формата A1, поэтому масса 2 листов формата A1 равна 120 г.

Тогда масса 1 листа формата A1 равна:

$$\frac{120}{2}\text{ г} = 60\text{ г.}$$

Значит, масса 80 листов бумаги формата A1 в 80 раз больше, то есть равна:

$$60\cdot 80\text{ г} = 4800\text{ г.}$$

Ответ: 4800.

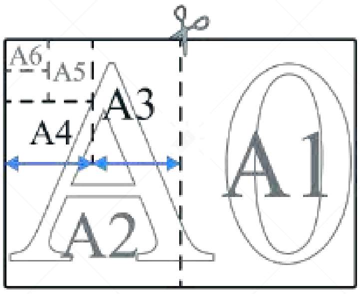
Задача 3.26 #124399 **(07E7B1)**

Размер (высота) типографского шрифта измеряется в пунктах. Один пункт равен 1/72 дюйма, то есть 0,3528 мм. Какой высоты нужен шрифт (в пунктах), чтобы текст был расположен на листе формата A5 так же, как этот же текст, напечатанный шрифтом высотой 16 пунктов на листе формата A4? Размер шрифта округляется до целого.

Решение. Обозначим за x пунктов размер шрифта на листе A5. Из условия знаем, что отношение размеров шрифтов совпадает с отношением сторон листов. Это означает, что отношение длин листов A5 и A4 совпадает с отношением размеров шрифтов. Получим:

$$\begin{aligned} x\text{ п.} &\quad - \quad \text{длина A5}\\ 16\text{ п.} &\quad - \quad \text{длина A4}\end{aligned}$$

Лист формата A5 указан в таблице 1 под номером 4 и его длина равна 210 мм.



Длина листа бумаги формата A4 равна ширине листа A3. Лист формата A3 указан в таблице 1 под номером 2 и его ширина равна 297 мм. Следовательно, длина листа бумаги формата A4 равна

$$\begin{aligned}\text{длина A4} &= \text{ширина A3} =\\ &= 2\cdot 297 = 594\text{ мм.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x\text{ п.} &\quad - \quad 210\text{ мм}\\ 16\text{ п.} &\quad - \quad 297\text{ мм}\end{aligned}$$

Составим пропорцию:

$$\frac{x}{16} = \frac{210}{297}$$

Воспользуемся правилом пропорции. Для умножаем два числа, которые стоят на диагонали без x и делим на число, которое стоит на одной диагонали с x :

$$x = \frac{210 \cdot 16}{297} = \frac{70 \cdot 16}{99} = \frac{1120}{99}$$

Выделим целую часть дроби и округлим:

$$x = \frac{1120}{99} = 11\frac{31}{99} \approx 11.$$

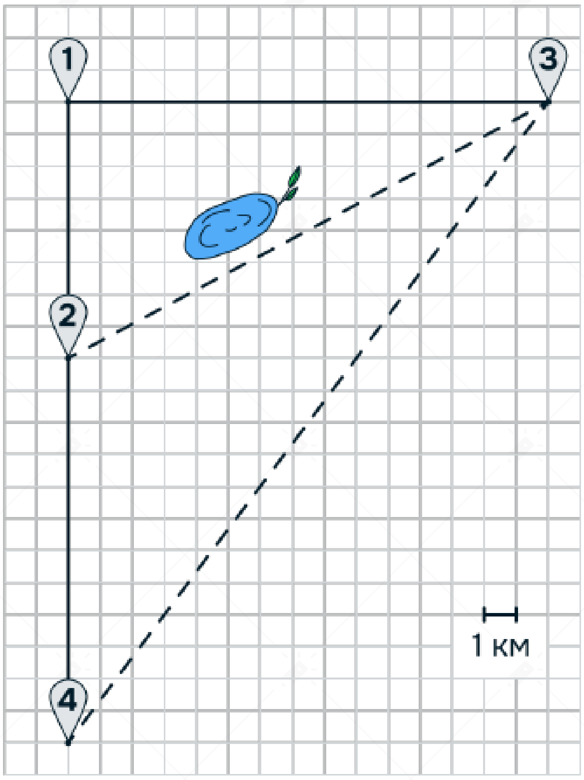
Ответ: 11.

Дороги. Группа BA66FC из банка ФИПИ

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

Гриша летом отдыхает у дедушки в деревне Осиновка. В субботу они собираются съездить на велосипедах в село Николаево в магазин. Из деревни Осиновка в село Николаево можно проехать по прямой лесной дорожке. Есть более длинный путь: по прямолинейному шоссе через деревню Зябликово до деревни Старая, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое шоссе, ведущее в село Николаево. Есть и третий маршрут: в деревне Зябликово можно свернуть на прямую тропинку в село Николаево, которая идёт мимо пруда.

Лесная дорожка и тропинка образуют с шоссе прямоугольные треугольники.



По шоссе Гриша с дедушкой едут со скоростью 15 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке — со скоростью 10 км/ч. На плане изображено взаимное расположение населённых пунктов, длина стороны каждой клетки равна 1 км.

Задача 4.27 #177607 (B54F14)

Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты.

Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Насел. пункты	д. Старая	с. Николаево	д. Зябликово
Цифры			

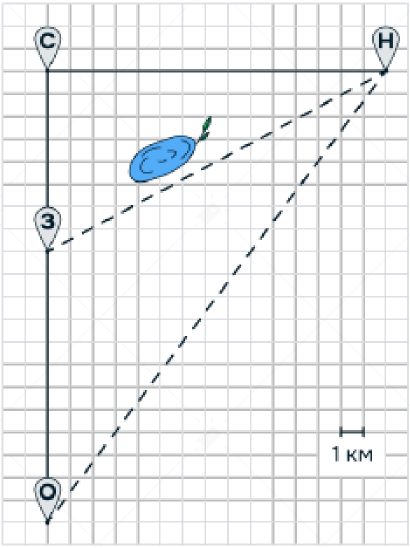
Решение. Из деревни Осиновка в село Николаево можно проехать по прямолинейному шоссе через деревню Зябликово до деревни Старая, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое шоссе.

Вершине прямого угла на картинке соответствует населённый пункт, обозначенный цифрой 1. Так как под прямым углом нужно повернуть в деревне Старая, то деревне Старая соответствует цифра 1.

Деревня Осиновка, деревня Зябликово и деревня Старая расположены на одной прямой, причем деревня Зябликово находится между деревней Осиновка и деревней Старая. Значит, деревня Осиновка, деревня Зябликово и деревня Старая обозначены цифрами 4, 2 и 1 соответственно.

Тогда село Николаево обозначено цифрой 3.

Таким образом, мы определили, какими цифрами на плане обозначены населенные пункты. Заменим эти цифры на первые буквы населенных пунктов, соответствующих им:



Теперь заполним таблицу и получим ответ:

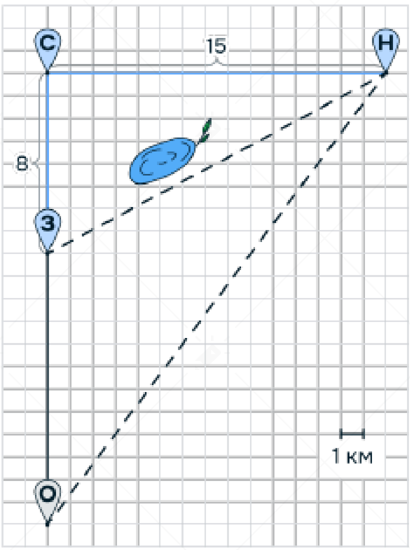
Насел. пункты	д. Старая	с. Николаево	д. Зябликово
Цифры	1	3	2

Ответ: 132.

Задача 4.28 #177609 (4004C7)

Сколько километров проедут Гриша с дедушкой от деревни Зябликово до села Николаево, если они поедут по шоссе через деревню Старая?

Решение. Выделим путь по шоссе от деревни Зябликово до села Николаево через деревню Старая:



Длина такого пути составит

$$15 + 8 = 23 \text{ клетки.}$$

Так как длина стороны каждой клетки равна 1 км, то весь путь составит

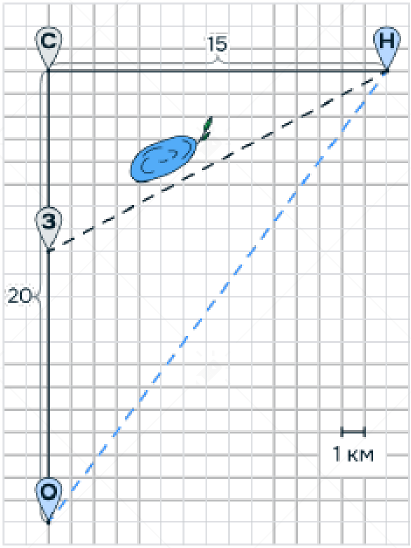
$$23 \cdot 1 \text{ км} = 23 \text{ км.}$$

Ответ: 23.

Задача 4.29 #177610 **(8285E0)**

Найдите расстояние от деревни Осиновка до села Николаево по прямой. Ответ дайте в километрах.

Решение. Выделим прямую дорогу от деревни Осиновка до села Николаево:



Таким образом, нужно найти длину гипотенузы прямоугольного треугольника, вершинами которого являются деревня Осиновка, деревня Старая и село Николаево.

Пусть x – расстояние (в клетках) от деревни Осиновка до села Николаево по прямой. По теореме Пифагора:

$$x^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$$
$$x = \sqrt{625} = 25.$$

Так как длина стороны клетки равна 1 км, то расстояние от деревни Осиновка до села Николаево составляет

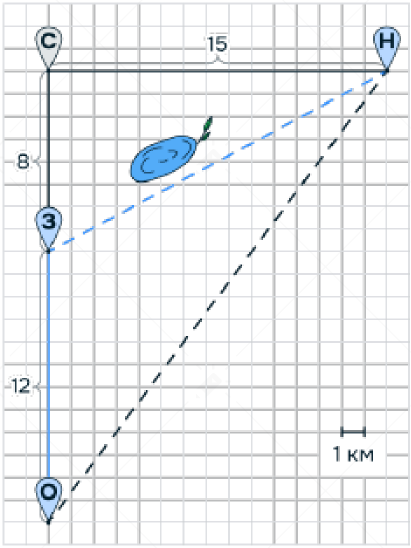
$$25 \cdot 1 \text{ км} = 25 \text{ км}.$$

Ответ: 25.

Задача 4.30 #177612 **(42D860)**

Сколько минут затратят на дорогу из деревни Осиновка в село Николаево Гриша с дедушкой, если они поедут сначала по шоссе, а затем свернут в деревне Зябликово на прямую тропинку, которая проходит мимо пруда?

Решение. Выделим интересующий нас маршрут:



По шоссе Гриша с дедушкой едут со скоростью 15 км/ч. Время движения – это отношение пройденного пути к скорости. Значит, участок шоссе между деревней Осиновка и деревней Зябликово длиной в $12 \cdot 1 = 12$ км они преодолеют за время, равное

$$t = \frac{S}{v} = \frac{12}{15} \text{ ч} = \frac{4}{5} \cdot 60 \text{ мин} = 48 \text{ мин}.$$

По прямой лесной тропинке между деревней Зябликово и селом Николаево Гриша с дедушкой едут со скоростью 10 км/ч.

Нужно найти длину дороги между деревней Зябликово и селом Николаево, то есть длину гипотенузы прямоугольного треугольника, вершинами которого являются деревня Зябликово, деревня Старая и село Николаево.

Пусть x – расстояние (в клетках) от деревни Зябликово до села Николаево по прямой. По теореме Пифагора:

$$x^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$$
$$x = \sqrt{289} = 17.$$

Так как длина стороны клетки равна 1 км, то расстояние от деревни Зябликово до села Николаево составляет

$$17 \cdot 1 \text{ км} = 17 \text{ км}.$$

Время движения – это отношение пройденного пути к скорости. Значит, время, которое Гриша с дедушкой затратят на дорогу из деревни Зябликово в село Николаево, равно

$$t = \frac{S}{v} = \frac{17}{10} \text{ ч} = \frac{17}{10} \cdot 60 \text{ мин} = 17 \cdot 6 = 102 \text{ мин}.$$

Следовательно, суммарное время в пути будет равно

$$48 + 102 = 150 \text{ мин}.$$

Ответ: 150.

Задача 4.31 #177614 (648B0F)

В таблице указана стоимость (в рублях) некоторых продуктов в четырёх магазинах, расположенных в деревне Осиновка, селе Николаево, деревне Зябликово и деревне Старая.

Наименование продукта	д. Осиновка	с. Николаево	д. Зябликово	д. Старая
Молоко (1 л)	44	48	54	60
Хлеб (1 батон)	26	19	23	18
Сыр «Российский» (1 кг)	310	330	340	290
Говядина (1 кг)	370	320	330	360
Картофель (1 кг)	24	26	25	27

Гриша с дедушкой хотят купить 5 л молока, 2 кг сыра «Российский» и 2 кг говядины. В каком магазине такой набор продуктов будет стоить дешевле всего? В ответ запишите стоимость данного набора в этом магазине.

Решение. Способ 1.

Самый дорогой товар из набора – это говядина. Дешевле всего она стоит в селе Николаево, поэтому предположим, что и весь набор будет стоить дешевле в этой деревне.

В селе Николаево набор из 5 л молока, 2 кг сыра и 2 кг говядины будет стоить

$$\begin{gathered}5\cdot 48+2\cdot 330+2\cdot 320=\\=240+660+640=1540\text{ руб.}\end{gathered}$$

Покажем, что в остальных магазинах цена за набор будет больше.

В деревне Осиновка литр молока на 4 рубля дешевле, то есть на 5 л молока мы экономим $5\cdot 4$ рублей. 1 кг сыра на 20 рублей дешевле, то есть на 2 кг сыра экономим $2\cdot 20$ рублей. 1 кг говядины на 50 рублей дороже, следовательно, за 2 кг говядины мы переплачиваем $2\cdot 50$ рублей. Значит, весь набор будет дороже на

$$2\cdot 50-5\cdot 4-2\cdot 20=100-20-40=40\text{ руб.}$$

В деревне Зябликово стоимости 1 л молока, 1 кг сыра и 1 кг говядины больше, чем стоимости этих позиций в селе Николаево, поэтому в деревне Зябликово нужный набор продуктов будет стоить дороже.

В деревне Старая литр молока на 12 рублей дороже, то есть за 5 л молока мы переплачиваем $5\cdot 12$ рублей. 1 кг сыра на 40 рублей дешевле, то есть на 2 кг сыра экономим $2\cdot 40$ рублей. 1 кг говядины на 40 рублей дороже, следовательно, за 2 кг говядины мы переплачиваем $2\cdot 40$ рублей. Значит, весь набор будет дороже на

$$5\cdot 12-2\cdot 40+2\cdot 40=60-80+80=60\text{ руб.}$$

Таким образом, наименьшая стоимость набора в селе Николаево и она составляет 1540 руб.

Способ 2.

В деревне Осиновка набор из 5 л молока, 2 кг сыра и 2 кг говядины будет стоить

$$\begin{gathered}5\cdot 44+2\cdot 310+2\cdot 370=\\=220+620+740=1580\text{ руб.}\end{gathered}$$

В селе Николаево этот же набор будет стоить

$$\begin{gathered}5\cdot 48+2\cdot 330+2\cdot 320=\\=240+660+640=1540\text{ руб.}\end{gathered}$$

В деревне Зябликово этот же набор будет стоить

$$5 \cdot 54 + 2 \cdot 340 + 2 \cdot 330 =$$
$$= 270 + 680 + 660 = 1610 \text{ руб.}$$

В деревне Старая этот же набор будет стоить

$$5 \cdot 60 + 2 \cdot 290 + 2 \cdot 360 =$$
$$= 300 + 580 + 720 = 1600 \text{ руб.}$$

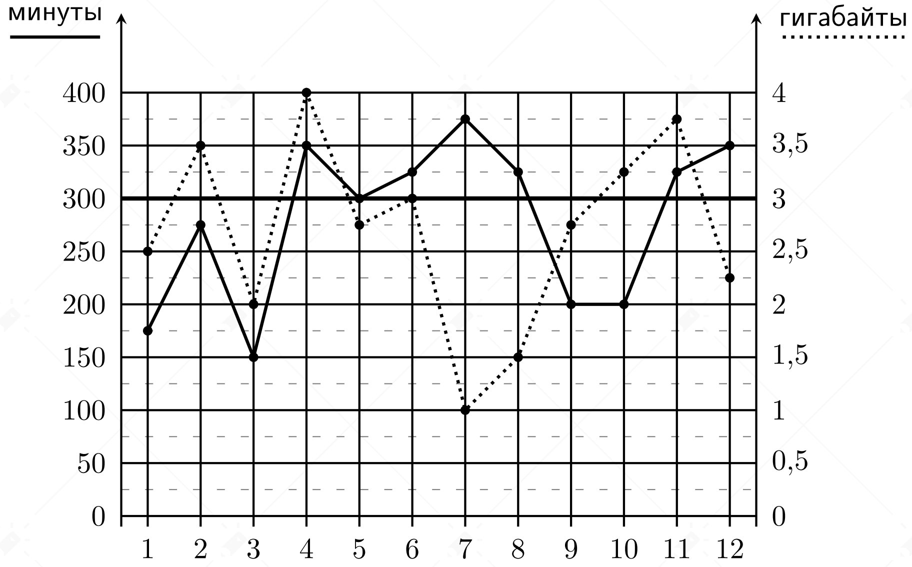
Сравним полученные суммы и поймём, что наименьшая стоимость набора в селе Николаево и она составляет 1540 руб.

Ответ: 1540.

Мобильный интернет. Группа F4978F из банка ФИПИ

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.

На рисунке точками показано количество минут исходящих вызовов и трафик мобильного интернета в гигабайтах, израсходованных абонентом в процессе пользования смартфоном, за каждый месяц 2019 года. Для удобства точки, соответствующие минутам и гигабайтам, соединены сплошными и пунктирными линиями соответственно.



В течение года абонент пользовался тарифом «Стандартный», абонентская плата по которому составляла 350 рублей в месяц. При условии нахождения абонента на территории РФ в абонентскую плату тарифа «Стандартный» входит:

- пакет минут, включающий 300 минут исходящих вызовов на номера, зарегистрированные на территории РФ;
- пакет интернета, включающий 3 гигабайта мобильного интернета;
- пакет SMS, включающий 120 SMS в месяц;
- безлимитные бесплатные входящие вызовы.

Стоимость минут, интернета и SMS сверх пакета тарифа указана в таблице.

Исходящие вызовы	3 руб./мин
Мобильный интернет (пакет)	90 руб. за 0,5 ГБ
SMS	2 руб./шт.

Абонент не пользовался услугами связи в роуминге. За весь год абонент отправил 110 SMS.

Задача 5.32 #123248 (E4697C)

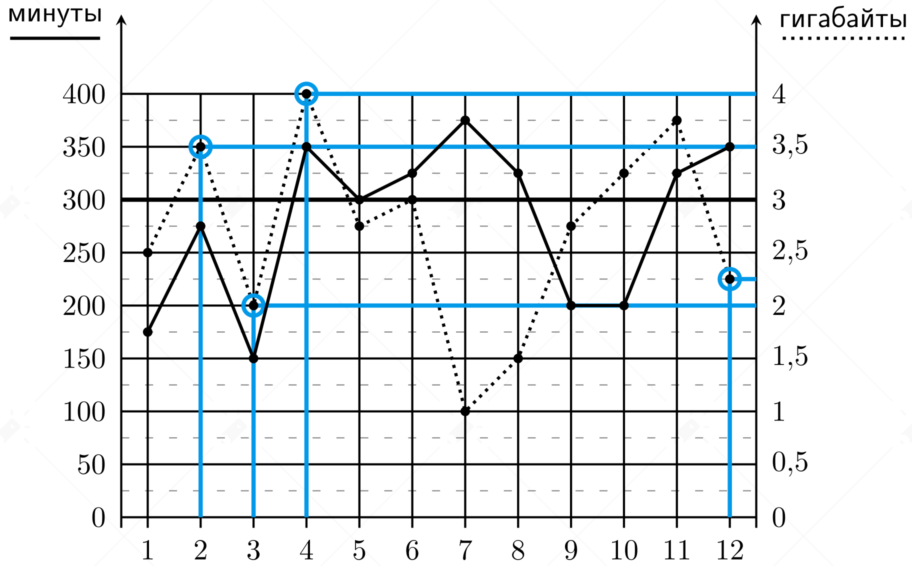
Определите, какие месяцы соответствуют указанному в таблице трафику мобильного интернета.

Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите числа, соответствующие номерам месяцев, без пробелов, запятых и других дополнительных символов (например, для месяцев май, январь, ноябрь, август в ответ нужно записать число 51118).

Мобильный интернет	2 ГБ	2,25 ГБ	4 ГБ	3,5 ГБ
Номер месяца				

Решение. Информация о трафике мобильного интернета указана на графике пунктирными линиями, ось гигабайтов находится справа.

На правой оси найдём соответствующие значения гигабайтов, проведём от них горизонтальную линию до встречи с точкой на пунктирном графике. Для того чтобы узнать, к какому месяцу относится данная точка, проведём от неё вертикальную прямую вниз и определим номер месяца.



- 2 ГБ интернета было израсходовано в 3 месяце.
- 2,25 ГБ интернета было израсходовано в 12 месяце.
- 4 ГБ интернета было израсходовано в 4 месяце.
- 3,5 ГБ интернета было израсходовано во 2 месяце.

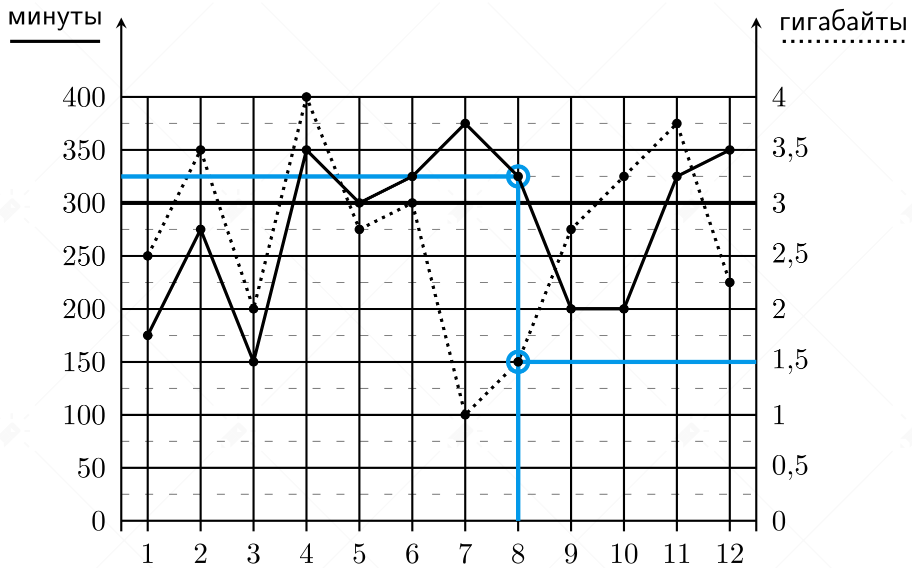
Таким образом, в ответ записываем 31242.

Ответ: 31242.

Задача 5.33 #123253 **(AF4CEB)**

Сколько рублей потратил абонент на услуги связи в августе?

Решение. Август – восьмой по счету месяц.



По графику видно, что в этом месяце абонент использовал 325 минут на исходящие вызовы. В абонентскую плату тарифа «Стандартный» входит 300 минут исходящих вызовов на российские номера. То есть перерасход абонента равен:

$$325 - 300 = 25 \text{ мин.}$$

За каждую минуту сверх пакета абонент платит 3 рубля, то есть дополнительная плата равна:

$$25 \cdot 3 = 75 \text{ руб.}$$

По графику видно, что в этом месяце абонент использовал 1,5 ГБ интернета. В абонентскую плату тарифа «Стандартный» входит 3 ГБ интернета. Значит, в этом месяце перерасхода гигабайтов не было.

Таким образом, всего в августе абонент заплатил за услуги связи 350 рублей за тариф «Стандартный» и 75 рублей за минуты исходящих вызовов сверх пакета. Итого:

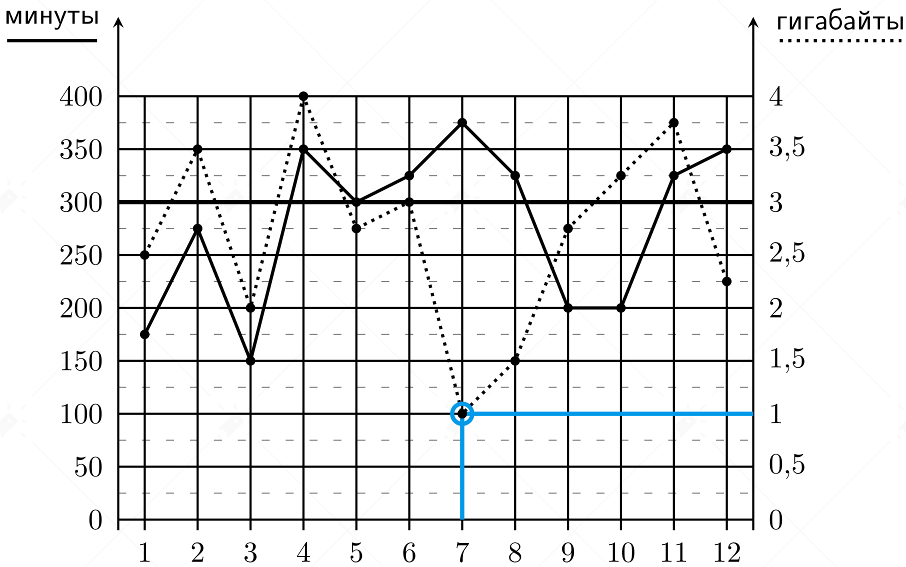
$$350 + 75 = 425 \text{ руб.}$$

Ответ: 425.

Задача 5.34 #123291 (0563D8)

Какой наименьший трафик мобильного интернета в гигабайтах за месяц был в 2019 году?

Решение. Информация о трафике мобильного интернета указана на графике пунктирными линиями, ось гигабайтов находится справа.



Из графика видно, что самая низкая точка на графике пунктирной ломаной – это точка, соответствующая 7 месяцу. Трафик мобильного интернета за этот месяц – 1 ГБ

Ответ: 1.

Задача 5.35 #123295 (1CDEF9)

Известно, что в 2019 году абонентская плата по тарифу «Стандартный» выросла на 75% по сравнению с 2018 годом. Сколько рублей составляла абонентская плата в 2018 году?

Решение. В 2019 году абонентская плата по тарифу «Стандартный» выросла на 75% по сравнению с 2018 годом, а значит стала составлять 175% от абонентской платы в 2018 году.

$$\begin{aligned} 2018 \text{ год} &\ - \ 100\% \\ 2019 \text{ год} &\ - \ 175\% \end{aligned}$$

Пусть в 2018 году абонентская плата составляла x рублей. По условию абонентская плата в 2019 году составляла 350 рублей в месяц. Составим пропорцию:

$$\frac{x}{350} = \frac{100}{175}$$

Воспользуемся свойством пропорции. Для этого умножаем два числа, которые стоят на диагонали без x, и делим на число, которое стоит на одной диагонали с x:

$$x = \frac{350 \cdot 100}{175} = 2 \cdot 100 = 200 \text{ руб.}$$

Значит, абонентская плата в 2018 году составляла 200 рублей.

Ответ: 200.

Задача 5.36 #171387 (9A1C92)

Помимо мобильного интернета, абонент использует домашний интернет от провайдера «Омега». Этот интернет-провайдер предлагает три тарифных плана. Условия приведены в таблице.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
«0»	Нет	1,1 руб. за 1 Мб
«300»	290 руб. за 300 Мб трафика в месяц	1,2 руб. за 1 Мб сверх 300 Мб
«800»	930 руб. за 800 Мб трафика в месяц	0,5 руб. за 1 Мб сверх 800 Мб

Абонент предполагает, что трафик составит 800 Мб в месяц, и выбирает наиболее дешёвый тарифный план. Сколько рублей должен будет заплатить абонент за месяц, если трафик действительно будет равен 800 Мб?

Решение. Рассмотрим тарифный план «0». По условию месячное потребление трафика составляет 800 Мб. По данному тарифу нет абонентской платы. Абоненту необходимо заплатить $800 \cdot 1{,}1$ руб. Общая сумма затрат равна:

$$\text{«0»: } 800 \cdot 1{,}1 = 880 \text{ рублей в месяц.}$$

Рассмотрим тарифный план «300». По условию месячное потребление трафика составляет 800 Мб, что на $800 - 300 = 500$ Мб превышает установленный лимит. Следовательно, абоненту необходимо заплатить дополнительно $500 \cdot 1{,}2$ руб. Общая сумма затрат равна:

$$\text{«300»: } 290 + 500 \cdot 1{,}2 = 890 \text{ рублей в месяц.}$$

Рассмотрим тарифный план «800». По условию месячное потребление трафика составляет 800 Мб, что соответствует установленному лимиту. Следовательно, общая сумма затрат равна:

$$\text{«800»: } 930 \text{ рублей в месяц.}$$

Тогда наиболее дешевый вариант – План «0». Он стоит 880 руб.

Ответ: 880.

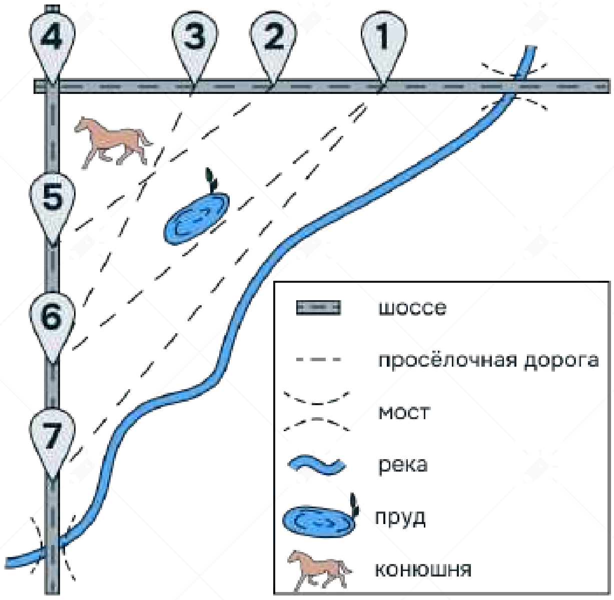
Сложные дороги. Группа B64540 из банка ФИПИ

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

На рисунке изображён план сельской местности.

Таня на летних каникулах приезжает в гости к дедушке в деревню Антоновку (на плане обозначена цифрой 1). В конце каникул дедушка на машине собирается отвезти Таню на автобусную станцию, которая находится в деревне Богданово. Из Антоновки в Богданово можно проехать по просёлочной дороге вдоль реки. Есть другой путь – по шоссе до деревни Ванютино, где нужно повернуть под прямым углом налево на другое шоссе, ведущее в Богданово. Третий маршрут проходит по просёлочной дороге мимо пруда до деревни Горюново, где можно свернуть на шоссе до Богданово. Четвёртый маршрут пролегает по шоссе до деревни Доломино, от Доломино до Горюново по просёлочной дороге мимо конюшни и от Горюново до Богданово по шоссе. Ещё один маршрут проходит по шоссе до деревни Егорки, по просёлочной дороге мимо конюшни от Егорки до Жилино и по шоссе от Жилино до Богданово.

Шоссе и просёлочные дороги образуют прямоугольные треугольники.



По шоссе Таня с дедушкой едут со скоростью 50 км/ч, а по просёлочным дорогам – со скоростью 30 км/ч. Расстояние от Антоновки до Доломино равно 12 км, от Доломино до Егорки – 4 км, от Егорки до Ванютино – 12 км, от Горюново до Ванютино – 15 км, от Ванютино до Жилино – 9 км, а от Жилино до Богданово – 12 км.

Задача 6.37 #181498 (EABF12)

Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены деревни. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Деревни	Ванютино	Горюново	Егорка	Жилино
Цифры				

Решение. Антоновка на плане обозначена цифрой 1. По условию из Антоновки в Богданово можно проехать по просёлочной дороге вдоль реки. Так как ближайшая к реке пунктирная линия, обозначающая просёлочную дорогу, соединяет деревни с номером 1 и 7, то деревня Богданово обозначена цифрой 7.

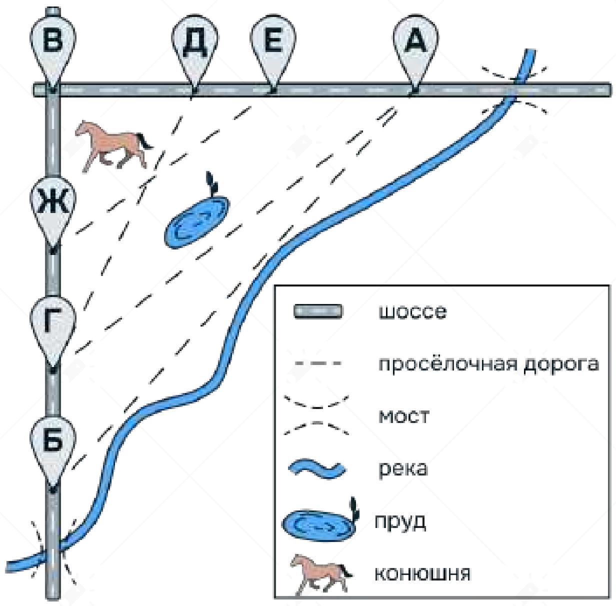
Из Антоновки в Богданово можно добраться по шоссе до деревни Ванютино, где нужно повернуть под прямым углом на другое шоссе. Так как прямой угол образуют шоссе, соединяющее деревни 1 и 4, и шоссе, соединяющее деревни 4 и 7, то деревня, обозначенная цифрой 4 – это деревня Ванютино.

Просёлочная дорога, проходящая мимо пруда, – это дорога, соединяющая деревни 1 и 6. Так как третий маршрут из Антоновки в Богданово проходит по просёлочной дороге мимо пруда до деревни Горюново, то деревня Горюново обозначена цифрой 6.

По условию просёлочная дорога, проходящая через конюшню, должна соединять деревню Доломино и Горюново. На картинке две дороги, проходящие через конюшню: соединяющая деревни 2 и 5, и соединяющая деревни 3 и 6. Так как деревня Горюново обозначена цифрой 6, то подходит только дорога, соединяющая деревни 3 и 6. Значит, цифрой 3 обозначена деревня Доломино.

Просёлочная дорога между деревней Егорка и деревней Жилино проходит через конюшню. Значит, это дорога, соединяющая деревни 2 и 5. Так как маршрут из Антоновки в Богданово проходит по шоссе до деревни Егорки, то деревня, обозначенная цифрой 2, – это Егорка. Тогда деревня Жилино обозначена цифрой 5.

Таким образом, мы определили, какими цифрами на плане обозначены населенные пункты. Заменим эти цифры на первые буквы населенных пунктов, соответствующих им:



Теперь заполним таблицу и получим ответ:

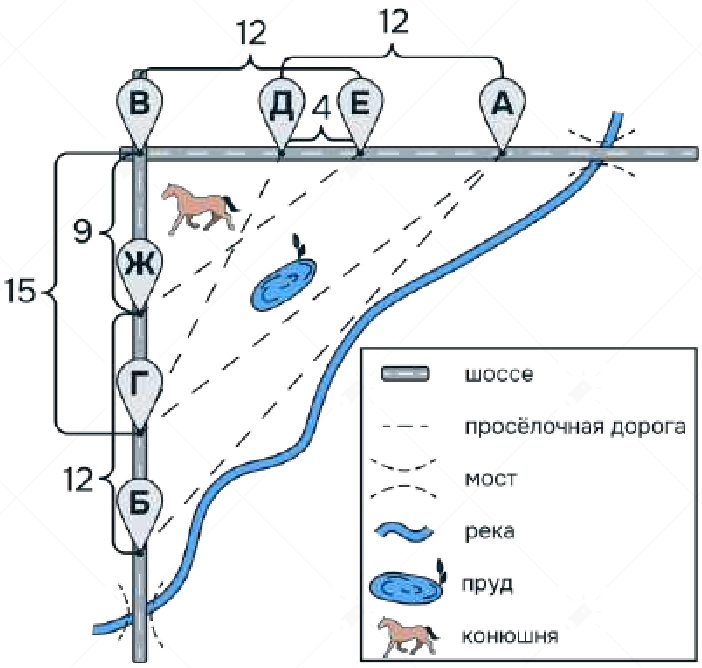
Деревни	Ванютино	Горюново	Егорка	Жилино
Цифры	4	6	2	5

Ответ: 4625.

Задача 6.38 #181504 (1DD53B)

Найдите расстояние от Ванютино до Богданово по шоссе. Ответ дайте в километрах.

Решение. Обозначим на схеме все расстояния, которые даны в тексте, и найдём все расстояния между соседними деревнями:



Из схемы видно, что расстояние от Доломино до Ванютино равно разности расстояний от Егорки до Ванютино и от Егорки до Доломино.

При этом по информации из текста расстояние от Егорки до Ванютино равно 12 км, а расстояние от Егорки до Доломино равно 4 км.

Значит, расстояние между Доломино и Ванютино равно:

$$12 - 4 = 8 \text{ км.}$$

Расстояние от Антоновки до Егорки равно разности расстояний от Антоновки до Доломино и от Егорки до Доломино. По информации из текста следует, что эти расстояния равны 12 км и 4 км соответственно.

Значит, расстояние между Антоновкой и Егоркой равно:

$$12 - 4 = 8 \text{ км.}$$

Расстояние от Жилино до Горюново равно разности расстояний от Ванютино до Горюново и от Ванютино до Жилино. По информации из текста следует, что эти расстояния равны 15 км и 9 км соответственно.

Значит, расстояние между Жилино и Горюново равно:

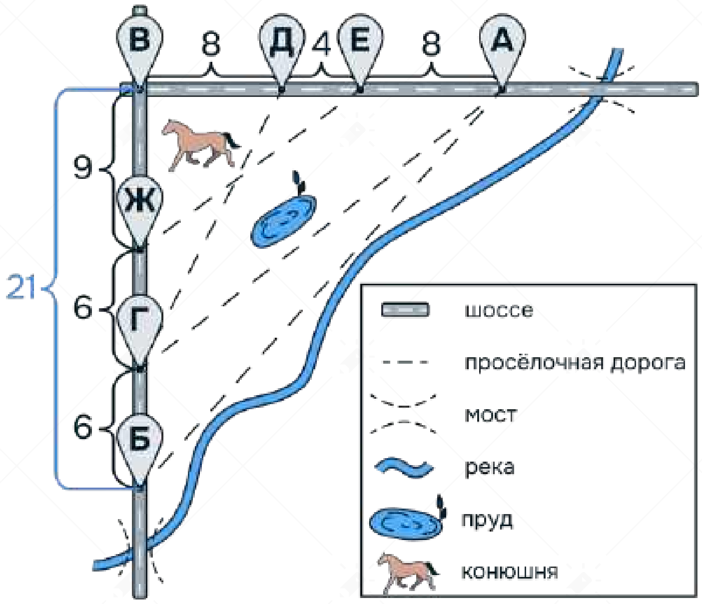
$$15 - 9 = 6 \text{ км.}$$

Расстояние от Горюново до Богданово равно разности расстояний от Жилино до Богданово и от Жилино до Горюново. По информации из текста расстояние от Жилино до Богданово равно 12 км, а ранее мы получили, что расстояние от Жилино до Горюново равно 6 км.

Значит, расстояние между Жилино и Горюново равно:

$$12 - 6 = 6 \text{ км.}$$

Отметим все полученные расстояния на схеме и выделим интересующее нас расстояние:



Расстояние между Ванютино и Богданово равно сумме расстояний от Ванютино до Горюново и от Горюново до Богданово. По информации из текста расстояние от Ванютино до Горюново равно 15 км, а ранее мы получили, что расстояние от Горюново до Богданово равно 6 км.

Значит расстояние между Ванютино и Богданово равно:

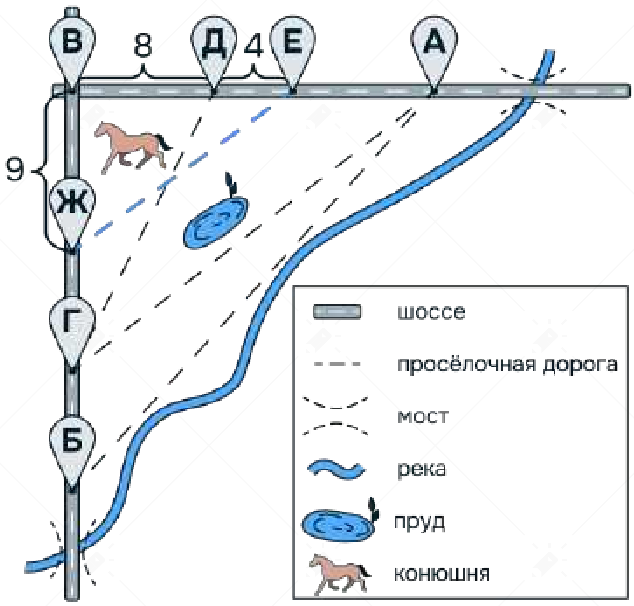
$$15 + 6 = 21 \text{ км.}$$

Ответ: 21.

Задача 6.39 #181505 **(B8F7D9)**

Найдите расстояние от Егорки до Жилино по прямой. Ответ дайте в километрах.

Решение. Выделим прямую дорогу от Егорки до Жилино:



Таким образом, нужно найти длину гипотенузы прямоугольного треугольника, вершинами которого являются Егорка, Ванютино и Жилино.

Из схемы видно что расстояние от Ванютино до Жилино равно 9 км. По условию расстояние от Егорки до Ванютино составляет 12 км. Пусть x – расстояние от Егорки до Жилино.

По теореме Пифагора:

$$x^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225$$
$$x = \sqrt{225} = 15$$

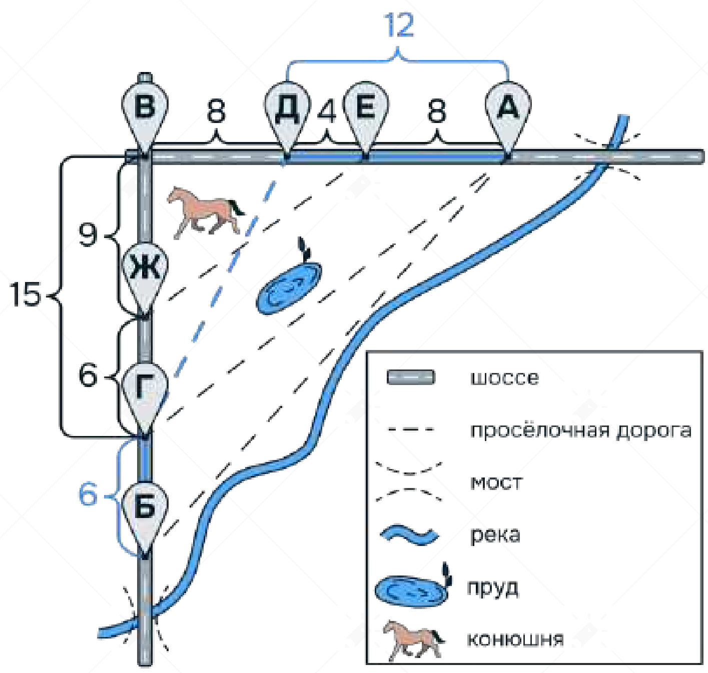
Таким образом, расстояние от Егорки до Жилино равно 15 км.

Ответ: 15.

Задача 6.40 #181506 (44E538)

Сколько минут затратят на дорогу Таня с дедушкой из Антоновки в Богданово, если поедут через Доломино и Горюново мимо конюшни?

Решение. Согласно условию задачи, Таня с дедушкой отправляются из Антоновки в Богданово через Доломино и Горюново мимо конюшни. Их маршрут включает три участка: движение по шоссе от Антоновки до Доломино со скоростью 50 км/ч, по проселочной дороге от Доломино до Горюново со скоростью 30 км/ч и по шоссе от Горюново до Богданово со скоростью 50 км/ч.



Найдем расстояние от Доломино до Горюново по проселочной дороге.

Для этого необходимо найти длину гипотенузы прямоугольного треугольника, вершинами которого являются Доломино, Ванютино и Горюново.

Дорога от Ванютино до Горюново и дорога от Доломино до Ванютино являются катетами этого треугольника, а дорога от Доломино до Горюново – гипотенузой. Известно, что расстояние от Ванютино до Горюново составляет 15 км и расстояние от Доломино до Ванютино равно 8 км.

Пусть x – расстояние от Доломино до Горюново. По теореме Пифагора

$$x^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289$$
$$x = \sqrt{289} = 17.$$

Таким образом, расстояние от Доломино до Горюново равно 17 км.

Значит, по проселочной дороге Таня с дедушкой будут ехать:

$$t = \frac{S}{v} = \frac{17}{30}\text{ ч} = \frac{17}{30} \cdot \frac{60}{1}\text{ мин} = 17 \cdot 2\text{ мин} = 34\text{ мин.}$$

Расстояние от Антоновки до Доломино равно 12 км. Расстояние от Горюново до Богданово равно 6 км. Значит, всего по шоссе Таня с дедушкой будут ехать:

$$t = \frac{S}{v} = \frac{12+6}{50}\text{ ч} = \frac{18}{50}\cdot\frac{60}{1}\text{ мин} = \frac{18\cdot 6}{5}\text{ мин} = \frac{108}{5}\text{ мин} = \frac{216}{10}\text{ мин} = 21{,}6\text{ мин.}$$

Таким образом, общее время в пути равно:

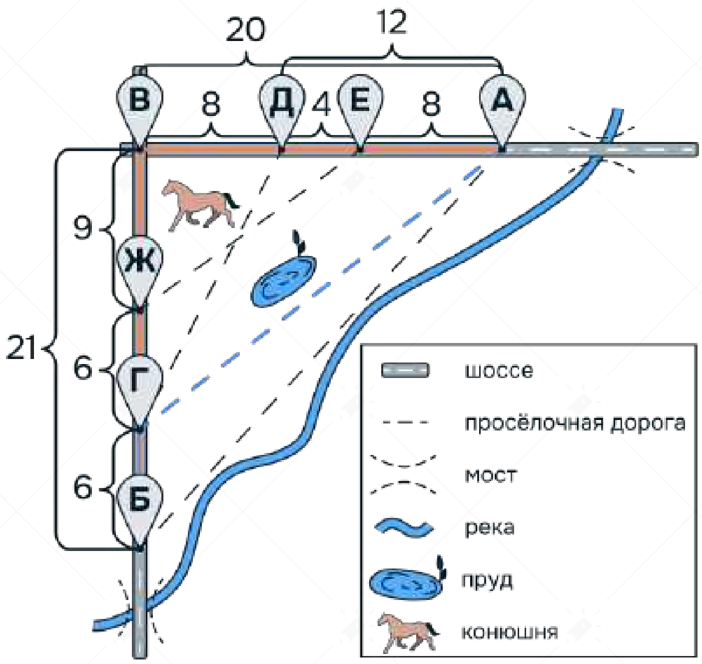
$$34 + 21{,}6 = 55{,}6\text{ мин}$$

Ответ: 55,6.

Задача 6.41 #181507 (3DE30E)

На шоссе машина дедушки расходует 6,5 литра бензина на 100 км. Известно, что на путь из Антоновки до Богданово через Ванютино и путь через Горюново мимо пруда ей необходим один и тот же объём бензина. Сколько литров бензина на 100 км машина дедушки расходует на просёлочных дорогах?

Решение.



Заметим, что в обоих маршрутах содержится участок шоссе от Горюново до Богданово. Значит на этом участке пути расход бензина будет одинаков, поэтому на путь от Антоновки до Горюново через Ванютино и путь напрямую необходим один и тот же объём бензина.

Расстояние от Антоновки до Горюново по шоссе через Ванютино равно сумме всех расстояний между соседними деревнями:

$$8+4+8+9+6 = 35\,\text{км.}$$

На шоссе машина дедушки расходует 6,5 литра бензина на 100 км. Пусть на 35 км машина расходует d литров. Составим пропорцию:

$$\frac{6{,}5}{d} = \frac{100}{35}$$

Воспользуемся правилом пропорции. Для этого умножаем два числа, которые стоят на диагонали без d и делим на число, которое стоит на одной диагонали с d:

$$d = \frac{35\cdot 6{,}5}{100}\text{ литров.}$$

Значит, на 35 км по шоссе тратится $\dfrac{35\cdot 6{,}5}{100}$ литров.

Найдем расстояние от Антоновки до Горюново по проселочной дороге.

Для этого необходимо найти длину гипотенузы прямоугольного треугольника, вершинами которого являются Антоновка, Ванютино и Горюново.

Расстояние от Ванютино до Горюново равно 15 км.

Расстояние от Антоновки до Ванютино равно сумме расстояний от Доломино до Ванютино, от Егорки до Доломино и от Антоновки до Егорки:

$$8+4+8=20\,\text{км}.$$

Пусть x – расстояние от Антоновки до Горюново. По теореме Пифагора:

$$x^2=15^2+20^2=225+400=625$$
$$x=\sqrt{625}=25.$$

Таким образом, расстояние от Антоновки до Горюново равно 25 км.

На путь из Антоновки до Горюново через Ванютино и путь напрямик машине необходим один и тот же объём бензина, следовательно, на 25 км по проселочной дороге машина расходует $\dfrac{35\cdot 6{,}5}{100}$ литров. Пусть на 100 км по проселочной дороге машина расходует y литров. Составим пропорцию:

$$\frac{\frac{35\cdot 6{,}5}{100}}{y}=\frac{25}{100}$$

Воспользуемся правилом пропорции. Для этого умножаем два числа, которые стоят на диагонали без y и делим на число, которое стоит на одной диагонали с y :

$$y=\frac{\frac{35\cdot 6{,}5}{100}\cdot 100}{25}=\frac{6{,}5\cdot 35}{25}=\frac{65\cdot 35}{25\cdot 10}=\frac{91}{10}=9{,}1\text{ литров.}$$

Таким образом, на 100 км машина расходует на просёлочных дорогах $9{,}1$ литров бензина.

Ответ: 9,1.

Задача №6. Решение

Задача 6.1 #115585 (91AB0C)

Найдите значение выражения $\dfrac{9{,}6}{1{,}2}$.

Решение.

$$\frac{9{,}6}{1{,}2}=\frac{9{,}6\cdot 10}{1{,}2\cdot 10}=\frac{96}{12}=8.$$

Ответ: 8.

Задача 6.2 #85123 (8F6C3D)

Найдите значение выражения $5{,}2\cdot 3{,}1$.

Решение.

$$5{,}2\cdot 3{,}1=\frac{52}{10}\cdot\frac{31}{10}=$$
$$=\frac{52\cdot 31}{10\cdot 10}=\frac{1612}{100}=16{,}12.$$

Ответ: 16,12.

Задача 6.3 #115556 **(6B40A0)**

Найдите значение выражения $3{,}6 - 4{,}1$.

Решение.

$$3{,}6 - 4{,}1 = \frac{36}{10} - \frac{41}{10} = -\frac{5}{10} = -0{,}5.$$

Ответ: $-0{,}5$.

Задача 6.4 #85128 **(214904)**

Найдите значение выражения $8{,}9 \cdot 4{,}3$.

Решение.

$$8{,}9 \cdot 4{,}3 = \frac{89}{10} \cdot \frac{43}{10} =$$
$$= \frac{89 \cdot 43}{10 \cdot 10} = \frac{3827}{100} = 38{,}27.$$

Ответ: 38,27.

Задача 6.5 #115583 **(3A4787)**

Найдите значение выражения $3{,}2 \cdot 6{,}2$.

Решение.

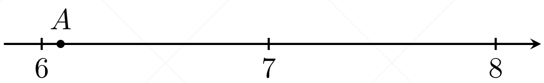
$$3{,}2 \cdot 6{,}2 = \frac{32}{10} \cdot \frac{62}{10} = \frac{1984}{100} = 19{,}84.$$

Ответ: 19,84.

Задача №7. Решение

Задача 7.1 #176708 **(0835E0)**

Одно из чисел $\sqrt{37}$, $\sqrt{47}$, $\sqrt{50}$, $\sqrt{62}$ отмечено на прямой точкой A.



Какое это число?

1) $\sqrt{37}$ 2) $\sqrt{47}$ 3) $\sqrt{50}$ 4) $\sqrt{62}$

Решение. Заметим, что $A \in (6;7)$. Представим концы интервала в виде квадратных корней

$$6 = \sqrt{36} \text{ и } 7 = \sqrt{49}.$$

Получаем две точки $\sqrt{37}$ и $\sqrt{47}$ из вариантов ответов, которые попадают в интервал $\left(\sqrt{36}; \sqrt{49}\right) = (6;7)$.

$$\sqrt{36} < \sqrt{37} < \sqrt{49}$$
$$\sqrt{36} < \sqrt{47} < \sqrt{49}$$

Заметим, что точка A находится ближе к 6, а не к 7, поэтому точке A соответствует число $\sqrt{37}$.

Таким образом, в ответ записываем номер 1.

Ответ: 1.

Задача 7.2 #141629 (EDFEDE)

Какому из данных промежутков принадлежит число $\frac{5}{9}$?

1) $[0{,}5; 0{,}6]$

2) $[0{,}6; 0{,}7]$

3) $[0{,}7; 0{,}8]$

4) $[0{,}8; 0{,}9]$

Решение. Найдем значение числа $\frac{5}{9}$ до второго знака после запятой, поделив в столбик:

$$\begin{array}{r|l} -\,5{,}00 & 9 \\ 45 & \overline{0{,}55\ldots} \\ \hline -\,50 & \\ 45 & \\ \hline 5 & \end{array}$$

$$\frac{5}{9} = 0{,}55\ldots \quad \Rightarrow \quad 0{,}5 \leqslant \frac{5}{9} \leqslant 0{,}6$$

Тогда $\frac{5}{9}$ лежит в промежутке $[0{,}5; 0{,}6]$, то есть ответ — 1.

Ответ: 1.

Задача 7.3 #54945 (D427DD)

Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{4}{11}$ и $\frac{7}{17}$?

1) 0,1

2) 0,2

3) 0,3

4) 0,4

Решение. Найдем значения чисел $\frac{4}{11}, \frac{7}{17}$ до первого знака после запятой, поделив в столбик:

$$\begin{array}{r|l} -\,4{,}0 & 11 \\ 33 & \overline{0{,}3\ldots} \\ \hline 7 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} -\,7{,}0 & 17 \\ 68 & \overline{0{,}4\ldots} \\ \hline 2 & \end{array}$$

Получаем, что:

$$\frac{4}{11} = 0{,}3\ldots \quad \Rightarrow \quad \frac{4}{11} < 0{,}4.$$
$$\frac{7}{17} = 0{,}4\ldots \quad \Rightarrow \quad \frac{7}{17} > 0{,}4.$$

То есть из представленных чисел между дробями лежит 0,4. Тогда ответ — 4.

Ответ: 4.

Задача №8. Решение

Задача 8.1 #145078 (D69B35)

Найдите значение выражения $\sqrt{5\cdot 18}\cdot\sqrt{10}$.

Решение. Воспользуемся свойством $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b}$:

$$\sqrt{5\cdot 18}\cdot\sqrt{10}=$$
$$=\sqrt{5\cdot 18\cdot 10}.$$

Разложим на множители выражение под корнем:

$$\sqrt{5\cdot 18\cdot 10}=$$
$$=\sqrt{5\cdot 9\cdot 2\cdot 5\cdot 2}=$$
$$=\sqrt{5\cdot 3\cdot 3\cdot 2\cdot 5\cdot 2}.$$

Парный множитель при извлечении из-под корня остается в виде одного множителя. Извлечём корень и выполним умножение:

$$\sqrt{5\cdot 3\cdot 3\cdot 2\cdot 5\cdot 2}=$$
$$=5\cdot 3\cdot 2=5\cdot 6=30.$$

Ответ: 30.

Задача 8.2 #145096 (8FAB1D)

Найдите значение выражения $(\sqrt{8}+\sqrt{2})\cdot\sqrt{2}$.

Решение. 1 способ

Раскроем скобки:

$$\left(\sqrt{8}+\sqrt{2}\right)\cdot\sqrt{2}=\sqrt{8}\cdot\sqrt{2}+\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}.$$

Воспользуемся свойством $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b}$:

$$\sqrt{8}\cdot\sqrt{2}+\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=$$
$$=\sqrt{8\cdot 2}+\sqrt{2\cdot 2}=\sqrt{16}+\sqrt{4}.$$

Извлечем корни и выполним сложение:

$$\sqrt{16}+\sqrt{4}=4+2=6.$$

2 способ

Упростим корень, разложив подкоренное выражение на множители. Парный множитель при извлечении из-под корня остается в виде одного множителя:

$$\sqrt{8}=\sqrt{4\cdot 2}=\sqrt{2\cdot 2\cdot 2}=2\sqrt{2}.$$

Подставим полученное выражение в сумму из исходного выражения:

$$\sqrt{8}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}+\sqrt{2}=3\sqrt{2}.$$

Выполним умножение:

$$3\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=3\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=3\cdot 2=6.$$

Ответ: 6.

Задача 8.3 #21159 (75A3CA)

Найдите значение выражения $(\sqrt{11}+3)(\sqrt{11}-3)$.

Решение. По формуле разности квадратов для любых a и b выполнено равенство:

$$(a-b)(a+b)=a^2-b^2.$$

Воспользуемся формулой разности квадратов:

$$\left(\sqrt{11}-3\right)\left(\sqrt{11}+3\right)=$$
$$=\left(\sqrt{11}\right)^2-3^2.$$

Воспользуемся свойством $(\sqrt{a})^2=a$ и вычислим разность:

$$\left(\sqrt{11}\right)^2-3^2=11-9=2.$$

Ответ: 2.

Задача №9. Решение

Задача 9.1 #121797 (30344D)

Решите уравнение $x^2-6x+5=0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Решение.

$$x^2-6x+5=0$$
$$a=1,\quad b=-6,\quad c=5$$

Найдем дискриминант:

$$D=b^2-4ac=(-6)^2-4\cdot1\cdot5=36-20=16=4^2$$

Отсюда имеем:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$
$$x=\frac{6\pm4}{2}$$
$$\left[\begin{aligned}&x=5\\&x=1\end{aligned}\right.$$

В условии требуется записать меньший корень, поэтому в ответ запишем 1.

Ответ: 1.

Задача 9.2 #139582 (E4CE6B)

Решите уравнение $x^2-81=0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Решение. Способ 1

Воспользуемся формулой $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$:

$$x^2-81=0$$
$$(x-9)(x+9)=0$$

Произведение равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю:

$$\left[\begin{aligned}&x-9=0\\&x+9=0\end{aligned}\right.$$

$$\left[\begin{aligned}&x=9\\&x=-9\end{aligned}\right.$$

Нам нужно указать больший корень, поэтому ответ 9.

Способ 2

$$x^2-81=0$$
$$x^2=81$$
$$x=\pm 9$$

Нам нужно указать больший корень, поэтому ответ 9.

Ответ: 9.

Задача 9.3 #121793 (CA994A)

Решите уравнение $10x^2=80x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Решение. Перенесем все слагаемые в левую часть:

$$10x^2=80x$$
$$10x^2-80x=0$$

Вынесем за скобку общий множитель $10x$:

$$10x\left(x-8\right)=0$$

Произведение равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю:

$$\left[\begin{aligned}&10x=0\\&x-8=0\end{aligned}\right.$$

$$\left[\begin{aligned}&x=0\\&x=8\end{aligned}\right.$$

Тогда меньший из корней равен 0.

Ответ: 0.

Задача №10. Решение

Задача 10.1 #140092 (AD359F)

В лыжных гонках участвуют 11 спортсменов из России, 6 спортсменов из Норвегии и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из России.

Решение. Вероятность — это отношение количества благоприятных исходов к количеству всех исходов.

Количество спортсменов, участвующих в гонках, равно:

$$11 + 6 + 3 = 20.$$

Всего исходов — 20, так как первым может стартовать любой из спортсменов. Благоприятных исходов — 11, так как спортсменов из России 11.

Тогда искомая вероятность равна

$$P = \frac{11}{20} = \frac{11 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{55}{100} = 0{,}55.$$

Ответ: 0,55.

Задача 10.2 #45669 (2EB028)

В лыжных гонках участвуют 11 спортсменов из России, 6 спортсменов из Норвегии и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из Норвегии или Швеции.

Решение. Вероятность — это отношение количества благоприятных исходов к количеству всех исходов.

Количество спортсменов, участвующих в гонках, равно:

$$11 + 6 + 3 = 20.$$

Всего исходов — 20, так как первым может стартовать любой из спортсменов. Благоприятных исходов — 9, так как всего спортсменов из Норвегии или Швеции $6 + 3 = 9$.

Тогда искомая вероятность равна

$$P = \frac{9}{20} = \frac{9 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{45}{100} = 0{,}45.$$

Ответ: 0,45.

Задача 10.3 #140101 (534EEA)

Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,09. Покупатель в магазине выбирает одну шариковую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Решение. Так как исходов всего два: ручка пишет хорошо и ручка пишет плохо или не пишет, то сумма их вероятностей равна 1.

Так как вероятность того, что ручка пишет плохо или не пишет, равна $0{,}09$, то вероятность того, что ручка пишет хорошо, равна

$$P = 1 - 0{,}09 = 0{,}91.$$

Ответ: 0,91.

Задача 10.4 #140074 (B1D764)

В среднем из 75 карманных фонариков, поступивших в продажу, девять неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

Решение. Вероятность события равна отношению числа благоприятных исходов к числу всех исходов.

Благоприятные исходы – те, в которых случайно выбранный фонарик оказался исправным. Так как в среднем из 75 фонариков будет 9 неисправных, то исправных среди них будет

$$75 - 9 = 66.$$

Число всех исходов равно количеству карманных фонариков, поступивших в продажу, то есть 75.

Тогда вероятность того, что выбранный фонарик окажется исправным, равна

$$P = \frac{66}{75} = \frac{22}{25} = \frac{22 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{88}{100} = 0{,}88.$$

Ответ: 0,88.

Задача 10.5 #56516 (D5F1B9)

На экзамене 50 билетов, Яша не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Решение. Вероятность события равна отношению числа благоприятных исходов к числу всех возможных исходов.

Благоприятные исходы — те, в которых Яше попадётся выученный билет. Их количество равно общему числу билетов минус количество невыученных, то есть $50 - 3 = 47$.

Число всех исходов равно количеству всех билетов, то есть 50. Найдём вероятность:

$$P = \frac{47}{50} = \frac{47 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{94}{100} = 0{,}94.$$

Ответ: 0,94.

Задача 10.6 #56517 (531087)

Родительский комитет закупил 20 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 8 с машинами и 12 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 20 детьми, среди которых есть Вася. Найдите вероятность того, что Васе достанется пазл с машиной.

Решение. Вероятность события равна отношению числа благоприятных исходов к числу всех возможных исходов. Благоприятные исходы – пазлы с машинами. Их количество равно 8. Число всех исходов равно количеству всех пазлов, то есть 20. Найдём вероятность:

$$P = \frac{8}{20} = \frac{4}{10} = 0{,}4.$$

Ответ: 0,4.

Задача №11. Решение

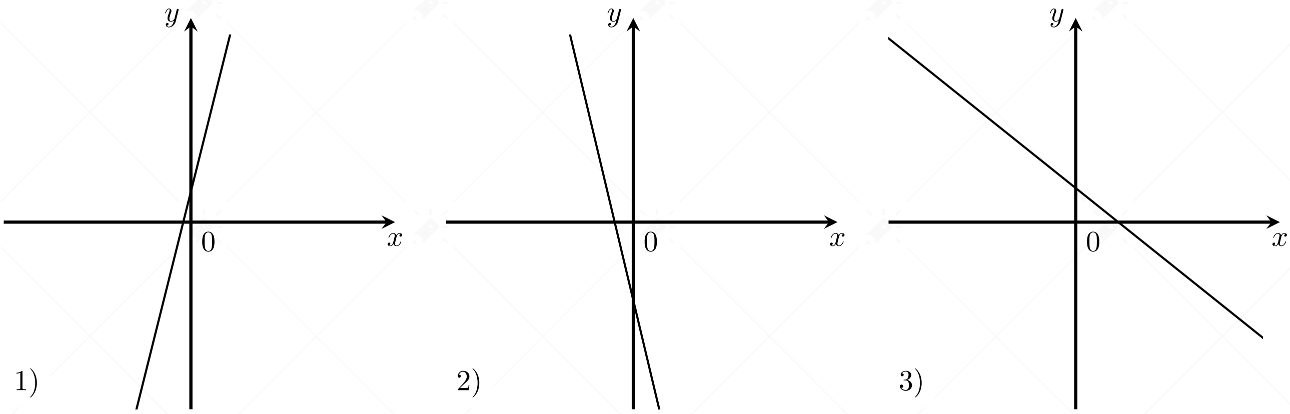
Задача 11.1 #160583 (2FC11A)

На рисунках изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между знаками коэффициентов k и b и графиками функций.

Коэффициенты

А) $k < 0, b < 0$ Б) $k < 0, b > 0$ В) $k > 0, b > 0$

Графики



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

Решение. Заметим, что функции из условия – это линейные функции $y = kx + b$ значит, графиками будут являться прямые.

Коэффициент k отвечает за возрастание/убывание линейной функции:

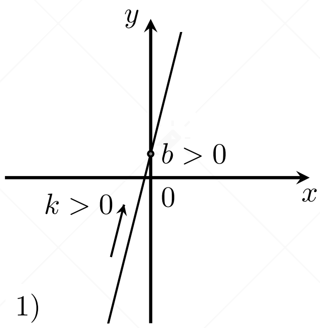
- если коэффициент k положителен, то функция $y = kx + b$ возрастает $\nearrow$;
- если коэффициент k отрицателен, то функция $y = kx + b$ убывает $\searrow$.

Коэффициент b отвечает за точку пересечения графика линейной функции с осью ординат:

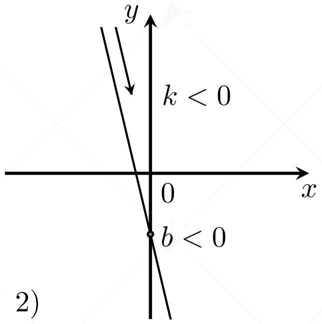
- коэффициент b положителен, если точка пересечения находится выше оси абсцисс;
- коэффициент b отрицателен, если точка пересечения находится ниже оси абсцисс.

Рассмотрим графики функций.

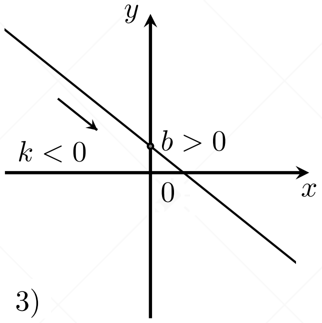
На графике 1 прямая возрастает, следовательно, $k > 0$. Также прямая пересекает ось ординат выше оси абсцисс, следовательно, $b > 0$. Значит, график 1 соответствует набору коэффициентов под буквой В.



На графике 2 прямая убывает, следовательно, $k < 0$. Также прямая пересекает ось ординат ниже оси абсцисс, следовательно, $b < 0$. Значит, график 2 соответствует набору коэффициентов под буквой А.



На графике 3 прямая убывает, следовательно, $k < 0$. Также прямая пересекает ось ординат выше оси абсцисс, следовательно, $b > 0$. Значит, график 3 соответствует набору коэффициентов под буквой Б.



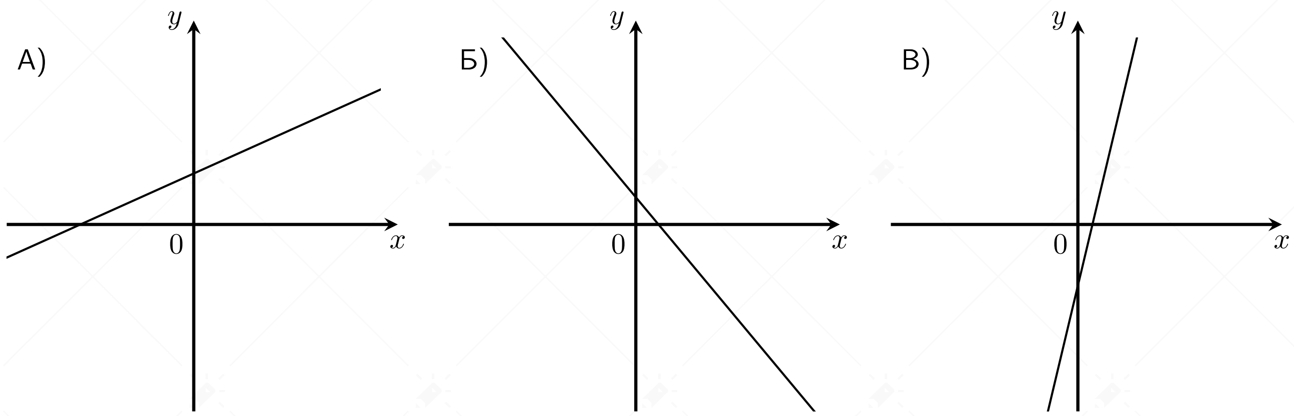
Таким образом, букве А соответствует цифра 2, букве Б соответствует цифра 3, букве В соответствует цифра 1, то есть ответ – 231.

Ответ: 231.

Задача 11.2 #160655 (642C12)

На рисунках изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов k и b.

Графики



Коэффициенты

1) $k > 0,\ b < 0$ 2) $k < 0,\ b > 0$ 3) $k > 0,\ b > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

Решение. Заметим, что функции из условия – это линейные функции $y = kx + b$ значит, графиками будут являться прямые.

Коэффициент k отвечает за возрастание/убывание линейной функции:

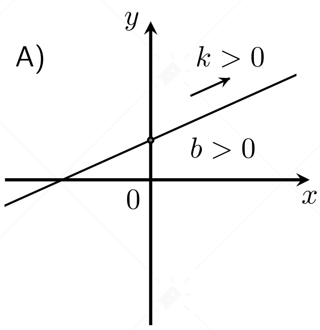
- если коэффициент k положителен, то функция $y = kx + b$ возрастает $\nearrow$;
- если коэффициент k отрицателен, то функция $y = kx + b$ убывает $\searrow$.

Коэффициент b отвечает за точку пересечения графика линейной функции с осью ординат:

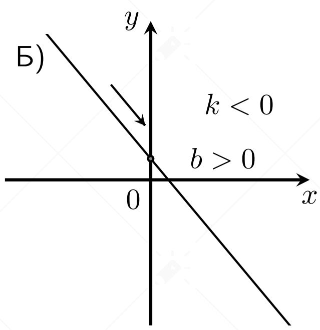
- коэффициент b положителен, если точка пересечения находится выше оси абсцисс;
- коэффициент b отрицателен, если точка пересечения находится ниже оси абсцисс.

Рассмотрим графики функций.

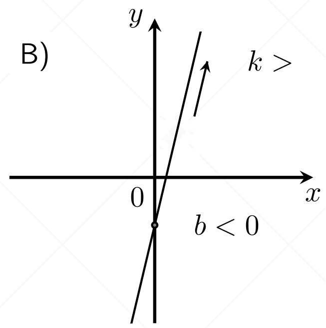
На графике А прямая возрастает, следовательно, $k > 0$. Также прямая пересекает ось ординат выше оси абсцисс, следовательно, $b > 0$. Значит, график А соответствует набору коэффициентов под номером 3.



На графике Б прямая убывает, следовательно, $k < 0$. Также прямая пересекает ось ординат выше оси абсцисс, следовательно, $b > 0$. Значит, график Б соответствует набору коэффициентов под номером 2.



На графике В прямая возрастает, следовательно, $k > 0$. Также прямая пересекает ось ординат ниже оси абсцисс, следовательно, $b < 0$. Значит, график В соответствует набору коэффициентов под номером 1.



Таким образом, букве А соответствует цифра 3, букве Б соответствует цифра 2, букве В соответствует цифра 1, то есть ответ – 321.

Ответ: 321.

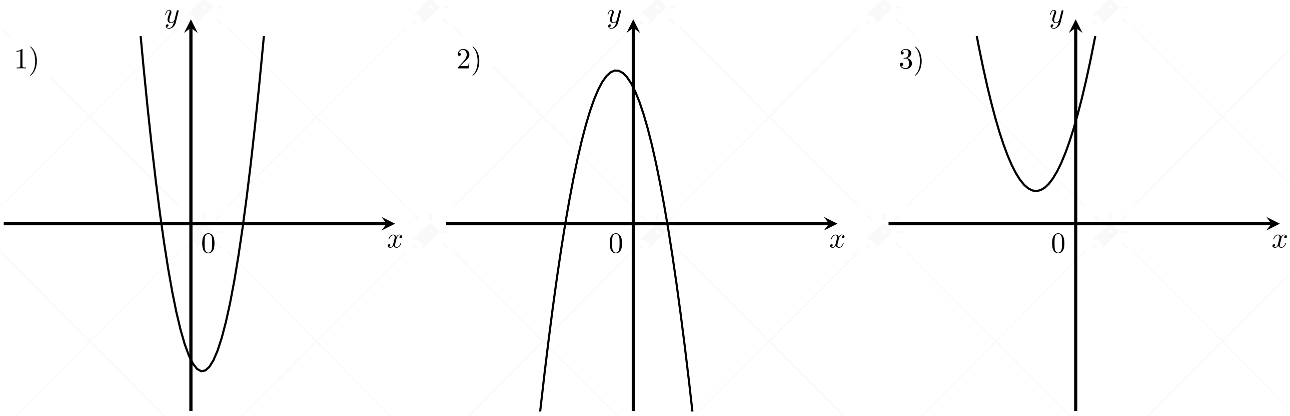
Задача 11.3 #160621 (FADB4B)

На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между знаками коэффициентов a и c и графиками функций.

Коэффициенты

А) $a > 0,\ c > 0$ Б) $a < 0,\ c > 0$ В) $a > 0,\ c < 0$

Графики



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

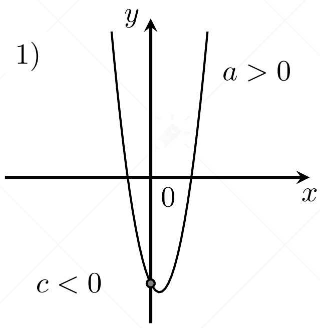
Решение. Коэффициент a отвечает за направление ветвей параболы:

- если $a > 0$, то ветви параболы направлены вверх $\cup$
- если $a < 0$, то ветви параболы направлены вниз $\cap$

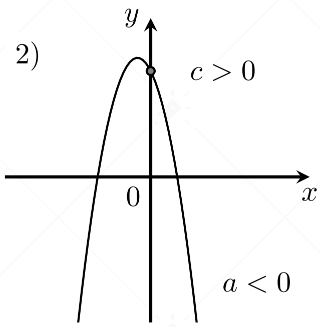
Коэффициент c является свободным членом и отвечает за точку пересечения параболы с осью ординат. Точка пересечения имеет координаты $(0; c)$, то есть

- если $c > 0$, то график пересекает ось ординат выше оси абсцисс;
- если $c < 0$, то график пересекает ось ординат ниже оси абсцисс.

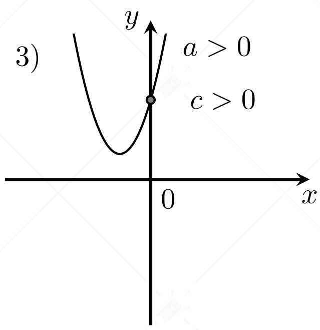
На рисунке 1 изображена парабола с ветвями вверх, значит, $a > 0$. Парабола пересекает ось ординат ниже оси абсцисс, значит, $c < 0$. Поэтому рисунку 1 соответствует набор коэффициентов под буквой В.



На рисунке 2 изображена парабола с ветвями вниз, значит, $a < 0$. Парабола пересекает ось ординат выше оси абсцисс, значит, $c > 0$. Поэтому рисунку 2 соответствует набор коэффициентов под буквой Б.



На рисунке 3 изображена парабола с ветвями вверх, значит, $a > 0$. Парабола пересекает ось ординат выше оси абсцисс, значит, $c > 0$. Поэтому рисунку 3 соответствует набор коэффициентов под буквой А.



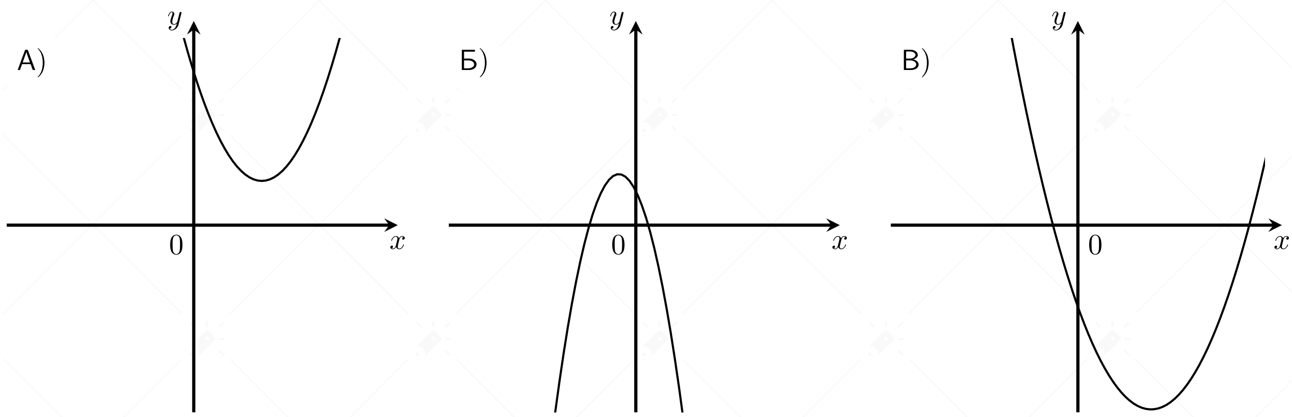
Таким образом, букве А соответствует цифра 3, букве Б соответствует цифра 2, букве В соответствует цифра 1, то есть ответ – 321.

Ответ: 321.

Задача 11.4 #160610 (3C2809)

На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов a и c.

Графики



Коэффициенты

1) $a > 0,\ c > 0$ 2) $a > 0,\ c < 0$ 3) $a < 0,\ c > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

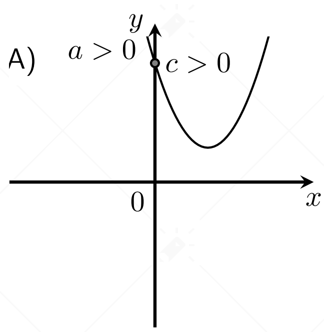
Решение. Коэффициент a отвечает за направление ветвей параболы:

- если $a > 0$, то ветви параболы направлены вверх $\cup$
- если $a < 0$, то ветви параболы направлены вниз $\cap$

Коэффициент c является свободным членом и отвечает за точку пересечения параболы с осью ординат. Точка пересечения имеет координаты $(0; c)$, то есть

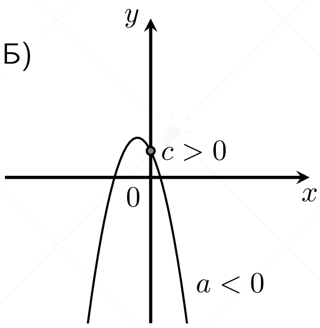
- если $c > 0$, то график пересекает ось ординат выше оси абсцисс;
- если $c < 0$, то график пересекает ось ординат ниже оси абсцисс.

На рисунке А изображена парабола с ветвями вверх, значит, $a > 0$. Парабола пересекает ось ординат выше оси абсцисс, значит, $c > 0$. Поэтому рисунку А соответствует набор коэффициентов под цифрой 1.



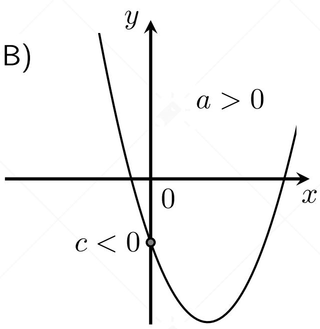
На рисунке Б изображена парабола с ветвями вниз, значит, $a < 0$. Парабола пересекает ось ординат выше оси абсцисс, значит, $c > 0$. Поэтому рисунку Б соответствует набор коэффициентов под цифрой 3.

Б)



На рисунке В изображена парабола с ветвями вверх, значит, $a > 0$. Парабола пересекает ось ординат ниже оси абсцисс, значит, $c < 0$. Поэтому рисунку В соответствует набор коэффициентов под цифрой 2.

В)



Таким образом, букве А соответствует цифра 1, букве Б соответствует цифра 3, букве В соответствует цифра 2, то есть ответ – 132.

Ответ: 132.

Задача №12. Решение

Задача 12.1 #147092 (087E6E)

Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2R$, где I – сила тока (в амперах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R, если мощность составляет 211,25 Вт, а сила тока равна 6,5 А. Ответ дайте в омах.

Решение. Подставим значения из условия в формулу и получим следующее равенство:

$$211{,}25 = 6{,}5^2 \cdot R$$

Перепишем уравнение справа налево и разделим обе части на 42,25:

$$42{,}25 \cdot R = 211{,}25 \,\Big|\; : 42{,}25$$

$$R = \frac{211{,}25}{42{,}25}$$

$$R = \frac{42{,}25 \cdot 5}{42{,}25}$$

$$R = 5.$$

Ответ: 5.

Задача 12.2 #147011 **(CEB524)**

Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F = 1{,}8t_C + 32$, где t_C – температура в градусах Цельсия, t_F – температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует 25 градусов по шкале Цельсия?

Решение. По условию $t_C = 25$. Подставим значение в формулу:

$$t_F = 1{,}8t_C + 32 = 1{,}8 \cdot 25 + 32 = 45 + 32 = 77.$$

Ответ: 77.

Задача 12.3 #104975 **(9C01E9)**

Если тело массой m кг подвешено на высоте h м над горизонтальной поверхностью земли, то его потенциальная энергия в джоулях вычисляется по формуле $P = mgh$, где $g = 9{,}8$ м/с^2 – ускорение свободного падения. Найдите массу тела, подвешенного на высоте 20 м над поверхностью земли, если его потенциальная энергия равна 3920 джоулям. Ответ дайте в килограммах.

Решение. Подставим данные в формулу, по условию $P = 3920$ Дж; $g = 9{,}8$ м/с^2; $h = 20$ м :

$$\begin{gathered} P = mgh \\ 3920 = m \cdot 9{,}8 \cdot 20 \\ 3920 = m \cdot 196 \end{gathered}$$

Перепишем уравнение справа налево и разделим обе части на 196 :

$$\begin{gathered} 196 \cdot m = 3920 \;\Big|\; : 196 \\ m = \frac{3920}{196} \\ m = \frac{20 \cdot 196}{196} \\ m = 20. \end{gathered}$$

Ответ: 20.

Задача 12.4 #147215 **(5BD3BB)**

Центростремительное ускорение при движении по окружности $\left(\text{в м/с}^2\right)$ вычисляется по формуле $a = \omega^2 R$, где ω – угловая скорость $\left(\text{в с}^{-1}\right)$, R – радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R, если угловая скорость равна 4 с$^{-1}$, а центростремительное ускорение равно 64 м/с^2. Ответ дайте в метрах.

Решение. Подставим значения из условия в формулу и получим следующее равенство:

$$64 = 4^2 \cdot R$$

Перепишем уравнение справа налево и разделим обе части на 16:

$$\begin{gathered} 16 \cdot R = 64 \;\Big|\; : 16 \\ R = \frac{64}{16} \\ R = \frac{16 \cdot 4}{16} \\ R = 4. \end{gathered}$$

Ответ: 4.

Задача 12.5 #147404 (78A568)

Сила Архимеда, выталкивающая на поверхность погружённое в воду тело, вычисляется по формуле $F = \rho g V$, где $\rho = 1000$ кг/м^3 – плотность воды, $g = 9{,}8$ м/с^2 – ускорение свободного падения, а V – объём тела в кубических метрах. Сила F измеряется в ньютонах. Найдите силу Архимеда, действующую на погружённое в воду тело объёмом 0,9 куб. м. Ответ дайте в ньютонах.

Решение. Подставим данные в формулу, по условию $\rho = 1000$ кг/м^3; $g = 9{,}8$ м/с^2; $V = 0{,}9$ м^3 :

$$F = 1000 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}9 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}9 = 10 \cdot 98 \cdot 9 = 8820.$$

Ответ: 8820.

Задача №13. Решение

Задача 13.1 #151279 (A7E982)

Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} x + 2{,}8 \leqslant 0, \\ x + 0{,}3 \leqslant -1{,}4. \end{cases}$

1) $(-\infty; -2{,}8]$

2) $(-\infty; -2{,}8] \cup [-1{,}7; +\infty)$

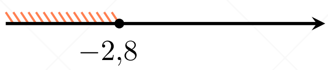
3) $[-2{,}8; -1{,}7]$

4) $[-1{,}7; +\infty)$

Решение. Отдельно решим каждое из неравенств системы. Для этого в каждом неравенстве будем переносить все слагаемые с x в левую часть, а все остальные – в правую:

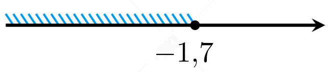
$$\begin{gathered} x + 2{,}8 \leqslant 0 \\ x \leqslant -2{,}8 \end{gathered}$$

Нарисуем ответ первого неравенства на оси. Точка закрашена, так как знак неравенства нестрогий:

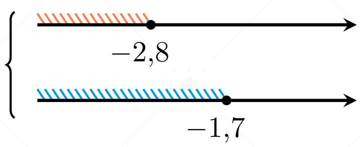


$$\begin{gathered} x + 0{,}3 \leqslant -1{,}4 \\ x \leqslant -1{,}4 - 0{,}3 \\ x \leqslant -1{,}7 \end{gathered}$$

Нарисуем ответ второго неравенства на оси. Точка закрашена, так как знак неравенства нестрогий:



Найдем те участки, где заштрихованы обе оси одновременно:

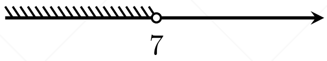


Таким образом, решением исходной системы является промежуток $(-\infty; -2{,}8]$, то есть ответ – 1.

Ответ: 1.

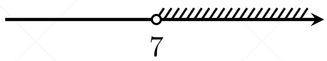
Задача 13.2 #31549 (8B2598)

Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} -35 + 5x > 0, \\ 6 - 3x > -3. \end{cases}$

1) 

2) 

3) нет решений

4) 

Решение. Отдельно решим каждое из неравенств системы. Для этого в каждом неравенстве будем переносить все слагаемые с x в левую часть, а все остальные – в правую:

$$-35 + 5x > 0$$
$$5x > 35$$

Поделим обе части на 5, что больше 0, значит, знак неравенства не изменится.

$$x > 7$$

Нарисуем ответ первого неравенства на оси. Точка выколотая, так как знак неравенства строгий:

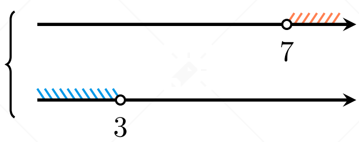
$$6 - 3x > -3$$
$$-3x > -3 - 6$$
$$-3x > -9$$

Поделим обе части на -3, что меньше 0, значит, знак неравенства изменится на противоположный.

$$x < \frac{-9}{-3}$$
$$x < 3$$

Нарисуем ответ второго неравенства на оси. Точка выколотая, так как знак неравенства строгий:

Найдем те участки, где заштрихованы обе оси одновременно:



Таким образом, решением исходной системы является пустое множество, то есть ответ – 3.

Ответ: 3.

Задача №14. Решение

Задача 14.1 #97934 (5C8260)

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается вдвое каждые 9 минут. В начальный момент масса изотопа составляла 320 мг. Найдите массу изотопа через 63 минуты. Ответ дайте в миллиграммах.

Решение. Так как масса изотопа уменьшается каждые 9 минут, то за 63 минуты масса изотопа уменьшится $\frac{63}{9} = 7$ раз.

Составим табличку с массой изотопа с интервалом в 9 минут:

0 мин	320 мг
9 мин	160 мг
18 мин	80 мг
27 мин	40 мг
36 мин	20 мг
45 мин	10 мг
54 мин	5 мг
63 мин	$2{,}5$ мг

Тогда через 63 минуты масса изотопа будет равняться 2,5 мг.

Ответ: 2,5.

Задача 14.2 #106178 (4C0E02)

Каучуковый мячик с силой бросили на асфальт. Отскочив, мячик подпрыгнул на 3,6 м, а при каждом следующем прыжке он поднимался на высоту в три раза меньше предыдущей. При каком по счёту прыжке мячик в первый раз не достигнет высоты 15 см?

Решение. Выпишем высоты, на которые подлетал мячик после каждого отскока. Будем вести расчет в сантиметрах.

1. После первого отскока мячик подлетел на высоту 3,6 м, то есть 360 см.
2. После второго отскока мячик подлетел на высоту $\frac{360}{3}$ см $= 120$ см.
3. После третьего отскока мячик подлетел на высоту $\frac{120}{3}$ см $= 40$ см.
4. После четвертого отскока мячик подлетел на высоту $\frac{40}{3}$ см $\approx 13{,}333$ см.

Значит, после 4-го отскока высота, на которую подлетит мячик, станет меньше 15 см.

Ответ: 4.

Задача 14.3 #124865 (0BBBCB)

При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 10 минут. При этом каждую минуту его температура уменьшалась на $6\,^\circ\mathrm{C}$. Найдите температуру вещества в градусах Цельсия через 7 минут после начала опыта, если начальная температура вещества составляла $-9\,^\circ\mathrm{C}$.

Решение. По условию каждую минуту температура вещества уменьшается на $6\,^\circ\mathrm{C}$.

В начале эксперимента температура составляла $-9\,^\circ\mathrm{C}$.

Через минуту температура составляла $-9\,^\circ\mathrm{C} - 6\,^\circ\mathrm{C} = -15\,^\circ\mathrm{C}$.

Через 2 минуты температура составляла $-15\,^\circ\mathrm{C} - 6\,^\circ\mathrm{C} = -21\,^\circ\mathrm{C}$.

Через 3 минуты температура составляла $-21\,^\circ\mathrm{C} - 6\,^\circ\mathrm{C} = -27\,^\circ\mathrm{C}$.

Через 4 минуты температура составляла $-27\,^\circ\mathrm{C} - 6\,^\circ\mathrm{C} = -33\,^\circ\mathrm{C}$.

Через 5 минут температура составляла $-33\,^\circ\mathrm{C} - 6\,^\circ\mathrm{C} = -39\,^\circ\mathrm{C}$.

Через 6 минут температура составляла $-39\,^\circ\mathrm{C} - 6\,^\circ\mathrm{C} = -45\,^\circ\mathrm{C}$.

Через 7 минут температура составляла $-45\,^\circ\mathrm{C} - 6\,^\circ\mathrm{C} = -51\,^\circ\mathrm{C}$.

Значит, через 7 минут температура вещества будет равна $-51\,^\circ\mathrm{C}$.

Ответ: -51.

Задача 14.4 #143690 (85A862)

В ходе биологического эксперимента в чашку Петри с питательной средой поместили колонию микроорганизмов массой 16 мг. За каждые 20 минут масса колонии увеличивается в 3 раза. Найдите массу колонии микроорганизмов через 60 минут после начала эксперимента. Ответ дайте в миллиграммах.

Решение. Так как масса колонии увеличивается каждые 20 минут, то за 60 минут масса колонии увеличится $\dfrac{60}{20} = 3$ раза.

1. После 20 минут масса колонии будет равна $16 \cdot 3$ мг $= 48$ мг.
2. После 40 минут масса колонии будет равна $48 \cdot 3$ мг $= 144$ мг.
3. После 60 минут масса колонии будет равна $144 \cdot 3$ мг $= 432$ мг.

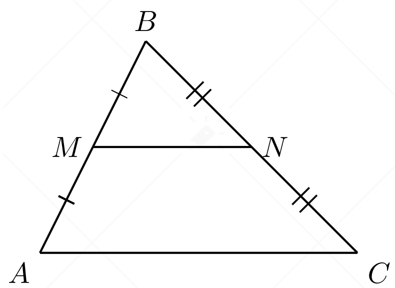
Значит, через 60 минут масса колонии станет 432 мг.

Ответ: 432.

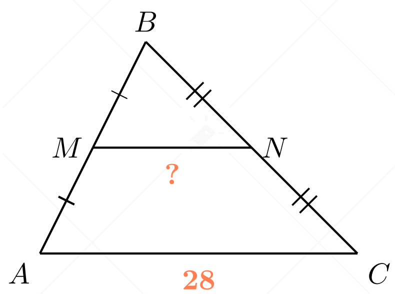
Задача №15. Решение

Задача 15.1 #131878 (1D9426)

Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно, сторона AB равна 21, сторона BC равна 22, сторона AC равна 28. Найдите MN.

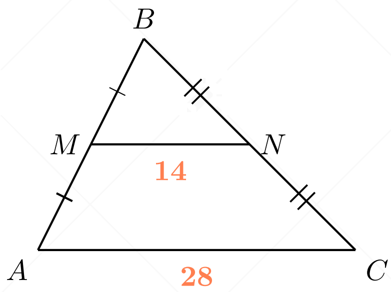


Решение. Средняя линия треугольника проходит через середины двух его сторон, параллельна третьей стороне и равна половине её длины.



Так как M и N являются серединами сторон AB и BC, MN – средняя линия треугольника ABC, параллельная стороне AC. Значит, длина MN равна половине AC :

$$MN = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 28 = 14.$$

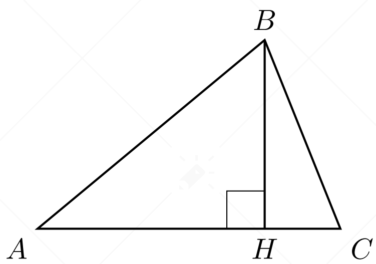


Таким образом, отрезок MN равен 14.

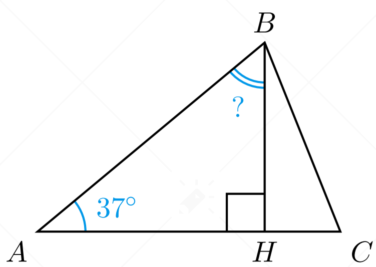
Ответ: 14.

Задача 15.2 #122400 **(3A1100)**

В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH, $\angle BAC = 37^\circ$. Найдите угол ABH. Ответ дайте в градусах.



Решение. Рассмотрим треугольник ABH. В нём $BH \perp AH$, так как BH – высота, проведённая к стороне AC. Значит, угол AHB равен 90°, то есть треугольник ABH – прямоугольный.



Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90°. Известно, что в треугольнике ABH острый угол BAC равен 37°, а в сумме два острых угла дают 90°. Значит, второй острый угол ABH равен:

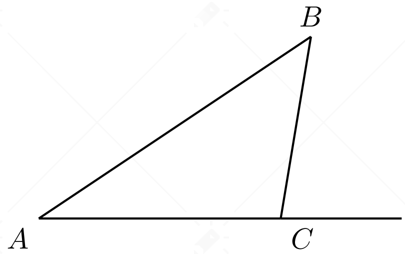
$$\angle ABH = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ.$$

Таким образом, угол ABH равен 53°.

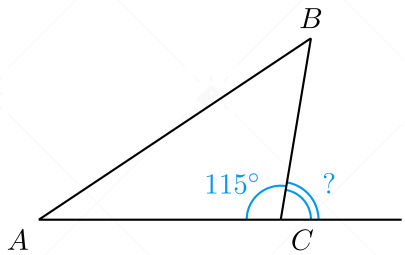
Ответ: 53.

Задача 15.3 #131354 (AB056D)

В треугольнике ABC угол C равен 115°. Найдите внешний угол при вершине C. Ответ дайте в градусах.



Решение.



Внешний угол при вершине C – угол, смежный углу ACB. Сумма смежных углов равна 180°. Значит, внешний угол при вершине C равен:

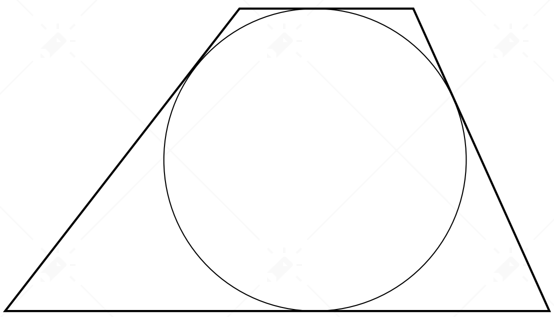
$$180^\circ - 115^\circ = 65^\circ.$$

Ответ: 65.

Задача №16. Решение

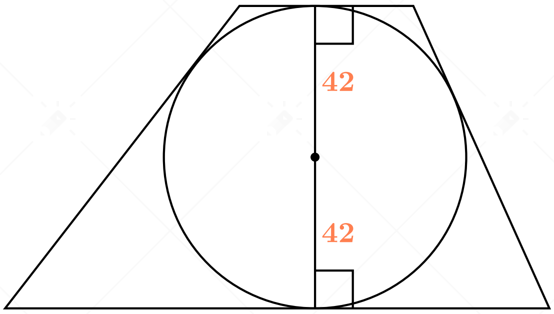
Задача 16.1 #133527 (F45C93)

Радиус окружности, вписанной в трапецию, равен 42. Найдите высоту этой трапеции.



Решение. Проведём радиус в точку касания окружности с нижним основанием. Радиус, проведённый в точку касания, перпендикулярен касательной, то есть он перпендикулярен нижнему основанию.

Аналогично проведём радиус в точку касания окружности с верхним основанием. Этот радиус также перпендикулярен верхнему основанию.



Так как противоположные стороны квадрата параллельны, то между радиусами образуется развернутый угол, следовательно, оба радиуса лежат на одной прямой.

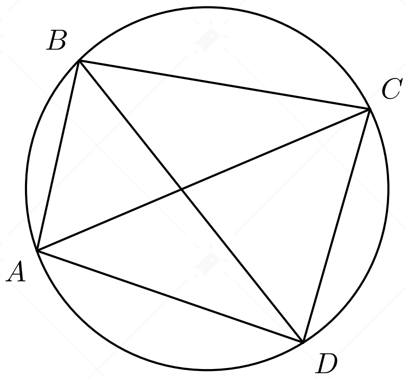
Высота трапеции равна расстоянию между её основаниями, а значит, совпадает с длиной отрезка, образованного этими радиусами:

$$h = 42 + 42 = 84.$$

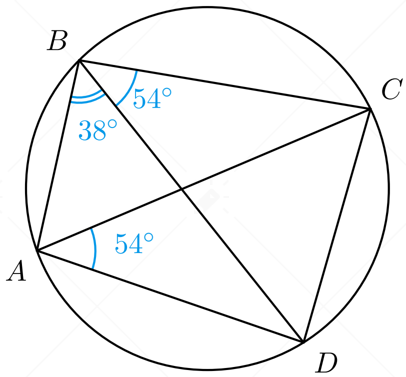
Ответ: 84.

Задача 16.2 #123720 (80EA92)

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 38°, угол CAD равен 54°. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.



Решение. Угол CAD – вписанный, так как его вершина A лежит на окружности. Он опирается на дугу CD. Угол CBD – вписанный, так как его вершина B лежит на окружности. Он опирается на ту же дугу CD.



Вписанные углы, опирающиеся на одну дугу, равны. Углы CAD и CBD равны, так как опираются на одну дугу CD. Поэтому:

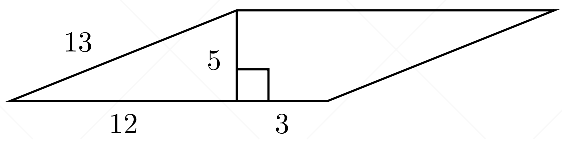
$$\angle ABC = \angle ABD + \angle CBD =$$
$$= \angle ABD + \angle CAD = 38^\circ + 54^\circ = 92^\circ.$$

Ответ: 92.

Задача №17. Решение

Задача 17.1 #131372 (D97D85)

Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



Решение. Площадь параллелограмма равна произведению основания a на высоту h, проведённую к этому основанию.

$$S = a \cdot h$$

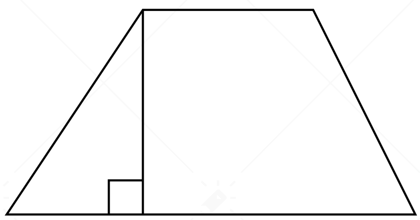
Основание параллелограмма равно $12 + 3 = 15$, высота равна 5, поэтому:

$$S = 15 \cdot 5 = 75.$$

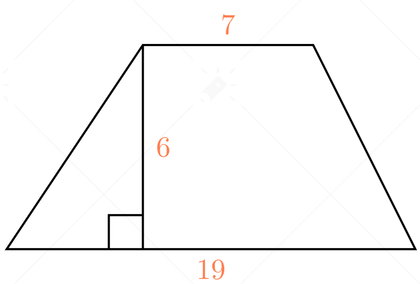
Ответ: 75.

Задача 17.2 #122968 (F70300)

Основания трапеции равны 7 и 19, а высота равна 6. Найдите площадь этой трапеции.



Решение.



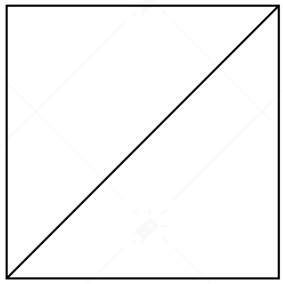
Формула площади трапеции $S = \dfrac{a+b}{2} \cdot h$, где a и b – длины оснований, а h – длина высоты трапеции. Подставим значения из условия и вычислим искомую площадь:

$$S = \frac{7+19}{2} \cdot 6 = \frac{26}{2} \cdot 6 = 13 \cdot 6 = 78.$$

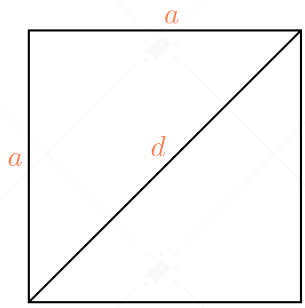
Ответ: 78.

Задача 17.3 #77262 (33F1C7)

Сторона квадрата равна $4\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата.



Решение.



Пусть сторона квадрата равна a, d – диагональ квадрата. Тогда по теореме Пифагора:

$$a^2 + a^2 = d^2$$
$$d^2 = 2a^2$$
$$d = \sqrt{2}a$$

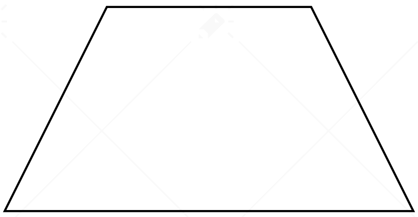
Подставляем $a = 4\sqrt{2}$ и получаем:

$$d = \sqrt{2}a = \sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} = 8.$$

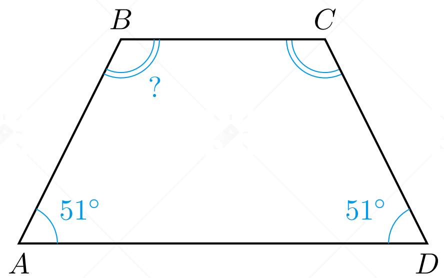
Ответ: 8.

Задача 17.4 #131598 (51D937)

Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 102°. Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Решение.



Пусть $ABCD$ — равнобедренная трапеция. Тогда:

$$\angle BAD = \angle ADC$$
$$\angle ABC = \angle BCD$$

Тогда:

$$\angle BAD + \angle ADC = 102^\circ$$
$$2 \cdot \angle BAD = 102^\circ$$
$$\angle BAD = \frac{102^\circ}{2} = 51^\circ$$

Сумма тупого и острого углов равнобедренной трапеции равна 180° как сумма односторонних углов при параллельных прямых.

$$\angle BAD + \angle ABC = 180^\circ$$

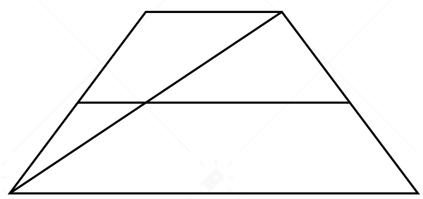
Найдем величину большего угла:

$$\angle ABC = 180^\circ - \angle BAD$$
$$\angle ABC = 180^\circ - 51^\circ$$
$$\angle ABC = 129^\circ$$

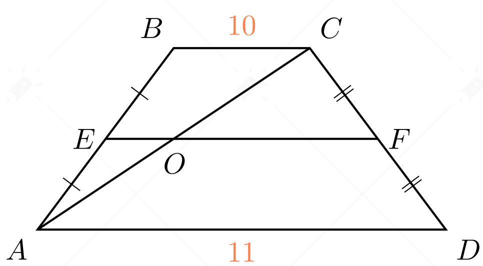
Ответ: 129.

Задача 17.5 #107213 (8F7CEA)

Основания трапеции равны 10 и 11. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



Решение. Пусть $ABCD$ – трапеция, EF её средняя линия, $AD = 11$, $BC = 10$.



$EF \parallel BC \parallel AD$ как средняя линяя трапеции.

Из того, что $OF \parallel AD$ и $CF = FD$ следует, что OF – средняя линия ΔACD.

Из того, что $EO \parallel BC$ и $AE = EB$ следует, что EO – средняя линия ΔABC.

Тогда имеем:

$$EO = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5.$$

$$OF = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \cdot 11 = 5{,}5.$$

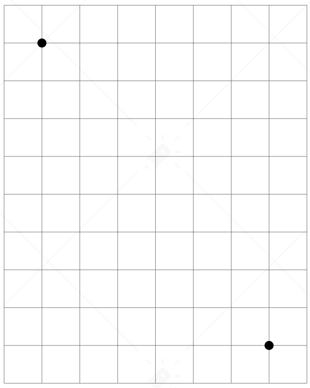
Больший из этих отрезков равен 5,5.

Ответ: 5,5.

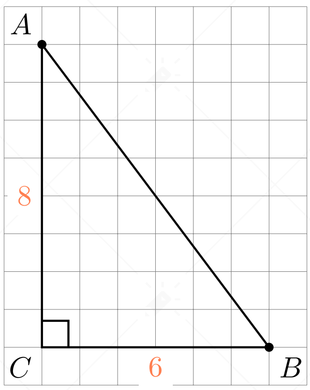
Задача №18. Решение

Задача 18.1 #106275 (552BC0)

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображены две точки. Найдите расстояние между ними.



Решение. Обозначим точки за A и B. Проведем вертикальную прямую из точки A и горизонтальную прямую из точки B вдоль линии сетки. Обозначим точку пересечения за C.



Треугольник ABC – прямоугольный, следовательно, по теореме Пифагора

$$AB^2 = AC^2 + BC^2.$$

Из рисунка видно, что $AC = 8, BC = 6$. Получаем

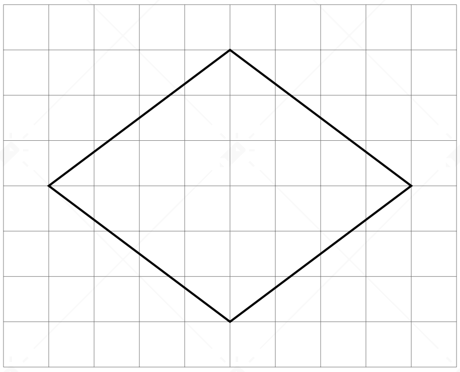
$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} =$$
$$= \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10.$$

То есть расстояние между точками равно 10.

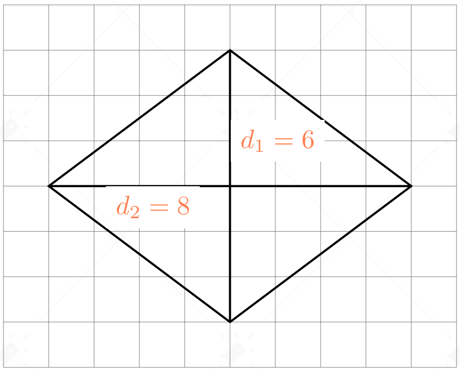
Ответ: 10.

Задача 18.2 #50560 **(90A16B)**

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



Решение.



Проведем диагонали ромба. Получили, что длина первой диагонали $d_1 = 6$, длина второй диагонали $d_2 = 8$. Нужно найти большую диагональ, поэтому ответ 8.

Ответ: 8.

Задача №19. Решение

Задача 19.1 #183708 (0F4035)

Какие из следующих утверждений являются истинными высказываниями?

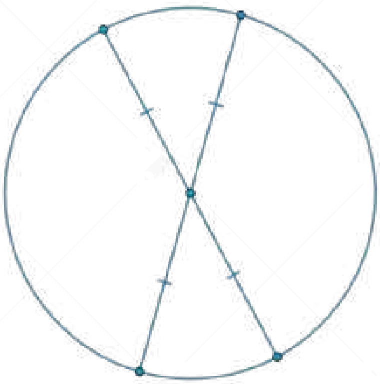
1) Все диаметры окружности равны между собой.

2) Если в параллелограмме две соседние стороны равны, то этот параллелограмм является ромбом.

3) Сумма углов любого треугольника равна 360 градусам.

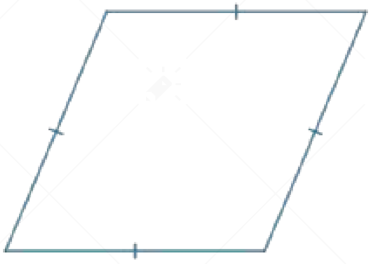
В ответ запишите номера истинных высказываний без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Решение.



1.

Диаметр окружности равен удвоенному радиусу окружности, значит, все диаметры окружности равны, и это верное утверждение.



2.

По свойству параллелограмма противоположные стороны равны. Так как равны соседние стороны, то равны все стороны, значит, это ромб по определению, поэтому это верное утверждение.

3.

Сумма углов любого треугольника равна 180°, поэтому это неверное утверждение.

Таким образом, ответ – 12 или 21.

Ответ: 12 21.

Задача 19.2 #178766 (3F9748)

Какие из следующих утверждений являются истинными высказываниями?

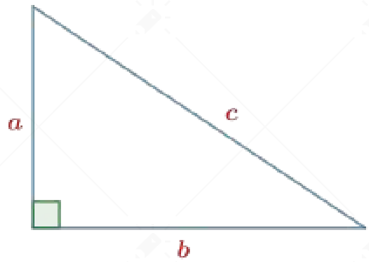
1) Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов.

2) Если точка лежит на биссектрисе угла, то она равноудалена от сторон этого угла.

3) Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является ромбом.

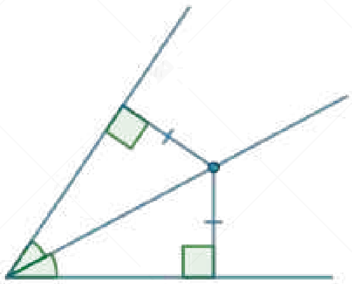
В ответ запишите номера истинных высказываний без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Решение.



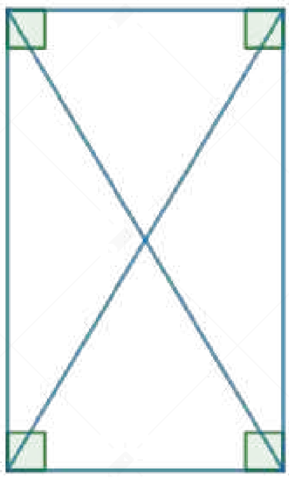
1.

По неравенству треугольника любая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон: $c < a + b$. Значит, это верное утверждение.



2.

Рассмотрим два получившихся прямоугольных треугольника. У них общая гипотенуза и равные острые углы, поэтому такие треугольники равны. Тогда равны и катеты с концом в данной точке как соответственные элементы равных треугольников. Значит, точка, лежащая на биссектрисе угла, равноудалена от сторон этого угла, поэтому это верное утверждение.



3.

Если диагонали параллелограмма равны, то он является прямоугольником, поэтому это неверное утверждение.

Таким образом, ответ – 12 или 21.

Ответ: 12 21.

Задача 19.3 #183713 **(9B5088)**

Какие из следующих утверждений являются истинными высказываниями?

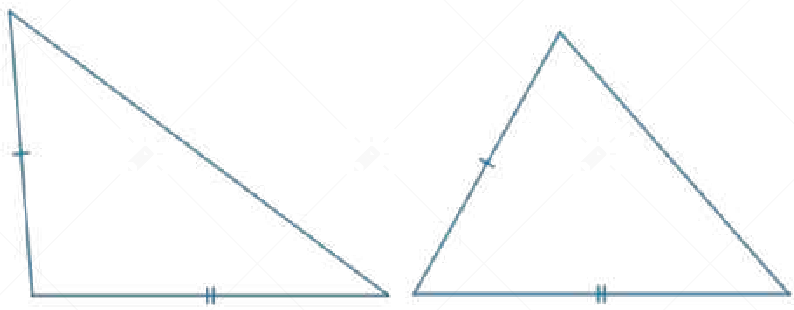
1) Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

2) Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90 градусам.

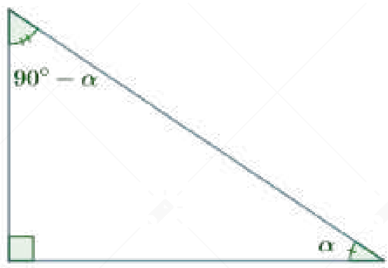
3) Любые два равносторонних треугольника подобны.

В ответ запишите номера истинных высказываний без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

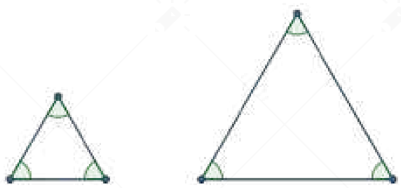
Решение.

1. 

Необходимо равенство углов между равными сторонами, поэтому это неверное утверждение.

2. 

Сумма углов треугольника равна $180°$. Так как прямой угол равен $90°$, то сумма двух оставшихся углов также равна $90°$. Значит, это верное утверждение.

3. 

В равностороннем треугольнике все углы равны $60°$. Значит, все равносторонние треугольники подобны по двум углам, поэтому это верное утверждение.

Таким образом, ответ – 23 или 32.

Ответ: 23 32.

Задача 19.4 #183677 **(79B6CD)**

Какие из следующих утверждений являются истинными высказываниями?

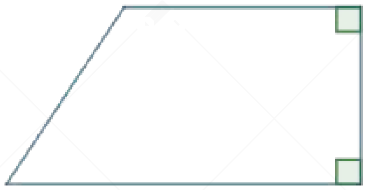
1) В любой прямоугольной трапеции есть два равных угла.

2) Касательная к окружности параллельна радиусу, проведённому в точку касания.

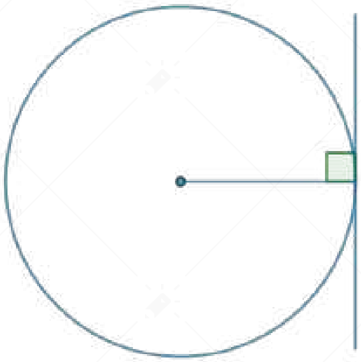
3) Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.

В ответ запишите номера истинных высказываний без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

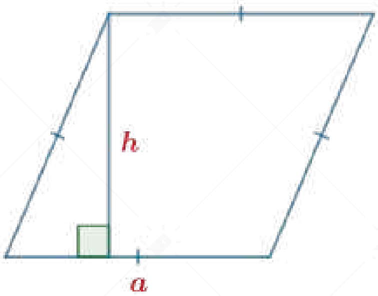
Решение.



1. В трапеции сумма односторонних углов равна 180°. Если один из углов трапеции равен 90°, то второй угол при соответствующей боковой стороне равен $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$. Тогда в прямоугольной трапеции есть два угла, равных 90°, поэтому это верное утверждение.



2. Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания, поэтому это неверное утверждение.



3. Площадь параллелограмма равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне:

$$S = a \cdot h$$

Так как ромб – частный случай параллелограмма, то это верное утверждение.

Таким образом, ответ – 13 или 31.

Ответ: 13 31.

Часть 2. Решения

Задача №20. Решение

Задача 20.1 #90555 (8AA84C)

Решите уравнение $x^3+2x^2-x-2=0$.

Решение. Преобразуем уравнение:

$$x^3+2x^2-x-2=0$$
$$x^2(x+2)-(x+2)=0$$
$$(x+2)\left(x^2-1\right)=0$$

Преобразуем левую часть полученного уравнения, воспользовавшись формулой разности квадратов:

$$(x+2)(x-1)(x+1)=0$$

Произведение равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю, поэтому полученное уравнение равносильно совокупности:

$$\left[\begin{array}{l}x+2=0\\x-1=0\\x+1=0\end{array}\right.\quad\Leftrightarrow\quad\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\\x=-1\end{array}\right.$$

Ответ: $-2;\ -1;\ 1.$

Задача 20.2 #90571 (8B4010)

Решите уравнение $x^3+2x^2=9x+18$.

Решение. Преобразуем уравнение:

$$x^3+2x^2=9x+18$$
$$x^3+2x^2-9x-18=0$$
$$x^2(x+2)-9(x+2)=0$$
$$(x+2)\left(x^2-9\right)=0$$

Преобразуем левую часть полученного уравнения, воспользовавшись формулой разности квадратов:

$$(x+2)(x-3)(x+3)=0$$

Произведение равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю, поэтому полученное уравнение равносильно совокупности:

$$\left[\begin{array}{l}x+2=0\\x-3=0\\x+3=0\end{array}\right.\quad\Leftrightarrow\quad\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=3\\x=-3\end{array}\right.$$

Ответ: $-3;\ -2;\ 3.$

Задача 20.3 #49725 (541E78)

Решите уравнение $(x-1)\left(x^2+8x+16\right)=6(x+4)$.

Решение. Преобразуем уравнение:

$$(x-1)\left(x^2+8x+16\right)=6(x+4)$$
$$(x-1)\left(x^2+8x+16\right)-6(x+4)=0$$

По формуле сокращённого умножения:

$$x^2+8x+16=x^2+2\cdot4\cdot x+4^2=(x+4)^2$$

Тогда имеем:

$$(x-1)(x+4)^2-6(x+4)=0$$
$$(x-1)(x+4)(x+4)-6(x+4)=0$$
$$(x+4)\left((x-1)(x+4)-6\right)=0$$
$$(x+4)\left(x^2+4x-x-4-6\right)=0$$
$$(x+4)\left(x^2+3x-10\right)=0$$

Произведение равно нулю, когда один из множителей равен нулю, поэтому полученное уравнение равносильно совокупности:

$$\left[\begin{aligned}&x+4=0\\&x^2+3x-10=0\end{aligned}\right.$$

Решим второе уравнение совокупности:

$$x^2+3x-10=0$$
$$D=3^2+4\cdot10=49=7^2$$
$$x=\frac{-3\pm7}{2}$$
$$\left[\begin{aligned}&x=2\\&x=-5\end{aligned}\right.$$

Таким образом,

$$\left[\begin{aligned}&x+4=0\\&x^2+3x-10=0\end{aligned}\right.\quad\Leftrightarrow\quad\left[\begin{aligned}&x=-4\\&x=2\\&x=-5\end{aligned}\right.$$

Ответ: $-5;\ -4;\ 2.$

Задача 20.4 #46327 (193429)

Решите уравнение $x^4=(2x-3)^2$.

Решение. Заметим, что $x^4=\left(x^2\right)^2$. Тогда:

$$x^4=(2x-3)^2$$
$$\left(x^2\right)^2=(2x-3)^2$$
$$\left(x^2\right)^2-(2x-3)^2=0$$

Преобразуем левую часть полученного уравнения, воспользовавшись формулой разности квадратов:

$$\left(x^2-(2x-3)\right)\left(x^2+(2x-3)\right)=0$$
$$\left(x^2-2x+3\right)\left(x^2+2x-3\right)=0$$

Произведение равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю, поэтому полученное уравнение равносильно совокупности:

$$\left[\begin{aligned}&x^2-2x+3=0\\&x^2+2x-3=0\end{aligned}\right.$$

Решим первое уравнение совокупности:

$$x^2-2x+3=0$$
$$D=(-2)^2-4\cdot1\cdot3=4-12=-8<0$$

Следовательно, первое уравнение совокупности не имеет решений.

Решим второе уравнение совокупности:

$$x^2+2x-3=0$$
$$D=2^2-4\cdot1\cdot(-3)=4+12=16=4^2$$
$$x=\frac{-2\pm4}{2}$$
$$\left[\begin{aligned}&x=1\\&x=-3\end{aligned}\right.$$

Таким образом,

$$\left[\begin{aligned}&x^2-2x+3=0\\&x^2+2x-3=0\end{aligned}\right.\quad\Leftrightarrow\quad\left[\begin{aligned}&x=1\\&x=-3\end{aligned}\right.$$

Ответ: $-3;\ 1.$

Задача 20.5 #90583 **(176E9F)**

Решите уравнение $x\left(x^2+6x+9\right)=4(x+3)$.

Решение. Преобразуем уравнение:

$$x\left(x^2+6x+9\right)=4(x+3)$$
$$x\left(x^2+6x+9\right)-4(x+3)=0$$

По формуле сокращённого умножения:

$$x^2+6x+9=x^2+2\cdot3\cdot x+3^2=(x+3)^2$$

Тогда имеем:

$$x(x+3)^2-4(x+3)=0$$
$$x(x+3)(x+3)-4(x+3)=0$$
$$(x+3)\left(x(x+3)-4\right)=0$$
$$(x+3)\left(x^2+3x-4\right)=0$$

Произведение равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю, поэтому полученное уравнение равносильно совокупности:

$$\left[\begin{aligned}&x+3=0\\&x^2+3x-4=0\end{aligned}\right.$$

Решим второе уравнение совокупности:

$$x^2+3x-4=0$$
$$D=3^2+4\cdot4=25=5^2$$
$$x=\frac{-3\pm5}{2}$$
$$\left[\begin{aligned}&x=1\\&x=-4\end{aligned}\right.$$

Таким образом,

$$\left[\begin{array}{l} x+3=0 \\ x^2+3x-4=0 \end{array}\right. \quad \Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=1 \\ x=-4 \end{array}\right.$$

Ответ: $-4;\ -3;\ 1.$

Задача №21. Решение

Задача 21.1 #92516 (7BB613)

Расстояние между пристанями A и B равно 90 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт B, тотчас повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот проплыл 52 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Решение. Пусть скорость лодки в неподвижной воде равняется x км/ч. Составим таблицу для лодки:

Часть пути	Скорость, км/ч	Время, ч	Путь, км
По течению	$x+4$	$\dfrac{90}{x+4}$	90
Против течения	$x-4$	$\dfrac{90}{x-4}$	90

Плот плывет со скоростью течения реки, то есть со скоростью 4 км/ч. Тогда он проплывает 52 км за $52:4=13$ часов. Исходя из того, что к этому времени лодка вернулась в пункт A, а выплыла она на час позже плота, составим уравнение:

$$\frac{90}{x+4}+\frac{90}{x-4}+1=13$$
$$\frac{90}{x+4}+\frac{90}{x-4}=12$$

Разделим обе части полученного уравнения на 6:

$$\frac{15}{x+4}+\frac{15}{x-4}=2$$
$$\frac{15}{x+4}+\frac{15}{x-4}-2=0$$
$$\frac{15(x-4)+15(x+4)-2(x+4)(x-4)}{(x+4)(x-4)}=0$$

$$\begin{cases} 15(x-4)+15(x+4)-2(x+4)(x-4)=0 \\ x\neq -4 \\ x\neq 4 \end{cases}$$

Решим первое уравнение системы:

$$15(x-4)+15(x+4)-2(x+4)(x-4)=0$$
$$15x-60+15x+60-2\left(x^2-16\right)=0$$
$$30x-2x^2+32=0$$
$$x^2-15x-16=0$$

Найдем дискриминант полученного уравнения:

$$D = (-15)^2 + 4 \cdot 16 = 225 + 64 = 289 = 17^2$$

Тогда

$$\left[\begin{aligned} &x = \frac{15+17}{2} \\ &x = \frac{15-17}{2} \end{aligned}\right. \quad \Leftrightarrow \quad \left[\begin{aligned} &x = 16 \\ &x = -1 \end{aligned}\right.$$

Корень $x = -1$ не подходит по смыслу задачи, так как $x > 0$. Поэтому скорость лодки равна 16 км/ч.

Ответ: 16 км/ч.

Задача 21.2 #93092 (40EE48)

Моторная лодка прошла против течения реки 297 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 3 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

Решение. Пусть скорость лодки в неподвижной воде равняется x км/ч. Составим таблицу:

Часть пути	Скорость, км/ч	Время, ч	Путь, км
По течению	$x+2$	$\frac{297}{x+2}$	297
Против течения	$x-2$	$\frac{297}{x-2}$	297

По условию лодка затратила на путь по течению на 3 часа меньше, чем против течения. Составим уравнение:

$$\frac{297}{x-2} - \frac{297}{x+2} = 3.$$

Разделим обе части уравнения на 3:

$$\begin{gathered} \frac{99}{x-2} - \frac{99}{x+2} = 1 \\ \frac{99}{x-2} - \frac{99}{x+2} - 1 = 0 \\ \frac{99(x+2) - 99(x-2) - (x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = 0 \\ \begin{cases} 99(x+2) - 99(x-2) - (x-2)(x+2) = 0 \\ x \neq 2 \\ x \neq -2 \end{cases} \end{gathered}$$

Решим первое уравнение системы:

$$\begin{gathered} 99(x+2) - 99(x-2) - (x-2)(x+2) = 0 \\ 99x + 99 \cdot 2 - 99x + 99 \cdot 2 - \left(x^2 - 2^2\right) = 0 \\ 99 \cdot 2 + 99 \cdot 2 - x^2 + 4 = 0 \\ x^2 = 99 \cdot 4 + 4 \\ x^2 = 100 \cdot 4 \\ \left[\begin{aligned} &x = 20 \\ &x = -20 \end{aligned}\right. \end{gathered}$$

Корень $x = -20$ не подходит по смыслу задачи, так как $x > 0$. Поэтому скорость моторной лодки равна 20 км/ч.

Ответ: 20 км/ч.

Задача 21.3 #93089 (3006CF)

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 176 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 19 км/ч, стоянка длится 1 час, а в пункт отправления теплоход возвращается через 20 часов после отплытия из него.

Решение. Пусть скорость течения реки равняется x км/ч. Составим таблицу:

Часть пути	Скорость, км/ч	Время, ч	Путь, км
По течению	$19 + x$	$\dfrac{176}{19+x}$	176
Против течения	$19 - x$	$\dfrac{176}{19-x}$	176

По условию с учетом стоянки длительностью в 1 час время, за которое теплоход возвращается в пункт отправления после отплытия из него, равняется 20 часам. Составим уравнение:

$$\frac{176}{19+x} + \frac{176}{19-x} + 1 = 20$$
$$\frac{176}{19+x} + \frac{176}{19-x} - 19 = 0$$
$$\frac{176(19-x) + 176(19+x) - 19(19+x)(19-x)}{(19+x)(19-x)} = 0$$
$$\begin{cases} 176(19-x) + 176(19+x) - 19(19+x)(19-x) = 0 \\ x \neq -19 \\ x \neq 19 \end{cases}$$

Решим первое уравнение системы:

$$176(19-x) + 176(19+x) - 19(19+x)(19-x) = 0$$
$$176 \cdot 19 - 176x + 176 \cdot 19 + 176x - 19\left(19^2 - x^2\right) = 0$$
$$176 \cdot 19 \cdot 2 - 19 \cdot 19^2 + 19x^2 = 0$$

Разделим обе части уравнения на 19:

$$176 \cdot 1 \cdot 2 - 19^2 + x^2 = 0$$
$$x^2 = 361 - 352$$
$$x^2 = 9$$
$$\left[\begin{aligned} &x = 3 \\ &x = -3 \end{aligned}\right.$$

Корень $x = -3$ не подходит по смыслу задачи, так как $x > 0$. Поэтому скорость течения реки равна 3 км/ч.

Ответ: 3 км/ч.

Задача №22. Решение

Задача 22.1 #61565 (1D2900)

Постройте график функции

$$y = |x| \cdot (x - 1) - 2x.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение. Преобразуем уравнение, задающее функцию:

$$y = \begin{cases} x(x-1) - 2x & \text{при } x \geqslant 0 \\ -x(x-1) - 2x & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{при } x \geqslant 0 \\ -x^2 - x & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

Графиком квадратичной функции $y = x^2 - 3x$ является парабола, ветви которой направлены вверх. Найдем координаты вершины параболы:

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2} = 1{,}5;$$
$$y_0 = y(1{,}5) = 1{,}5^2 - 3 \cdot 1{,}5 = -2{,}25.$$

Следовательно, $(1{,}5; -2{,}25)$ – вершина параболы. Составим таблицу:

x	0	1	$1{,}5$	2	3
y	0	-2	$-2{,}25$	-2	0

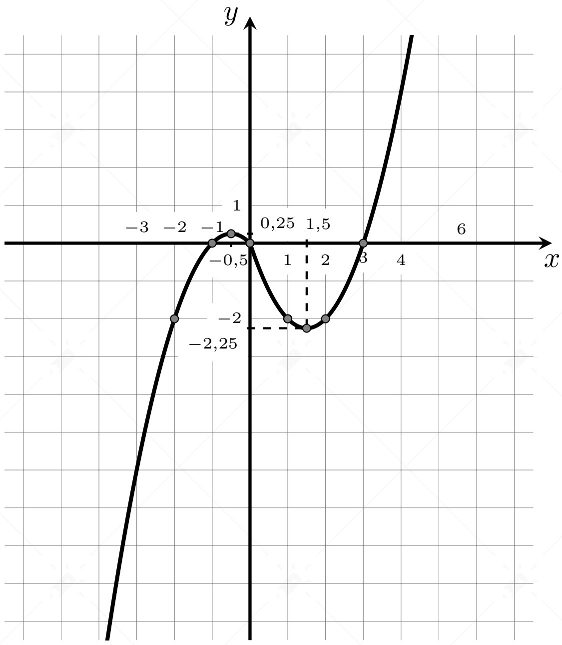
Графиком квадратичной функции $y = -x^2 - x$ является парабола, ветви которой направлены вниз. Найдем координаты вершины параболы:

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2};$$
$$y_0 = y\left(-\frac{1}{2}\right) = -\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

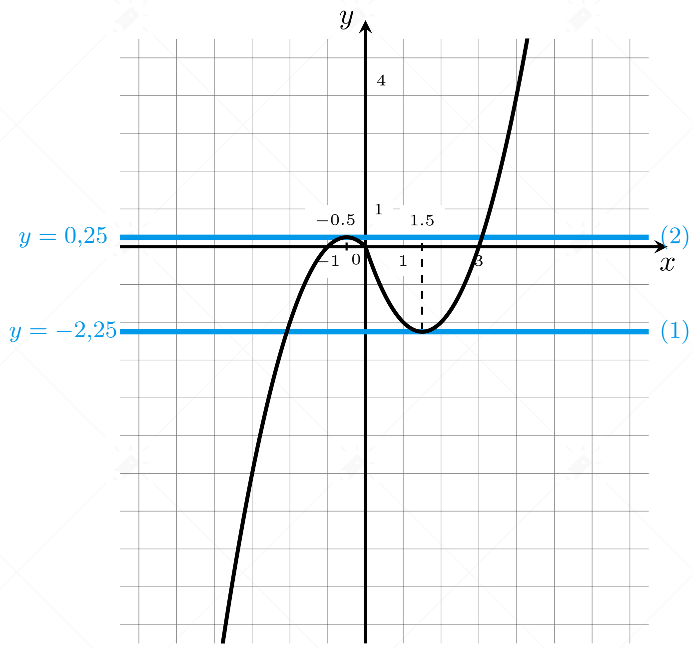
Следовательно, $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$ – вершина параболы. Составим таблицу:

x	-2	-1	$-0{,}5$	0	1
y	-2	0	$0{,}25$	0	-2

Отмечаем полученные точки на координатной плоскости и строим график функции. Точка $(0; 0)$ – точка пересечения.



Изобразим положения горизонтальной прямой $y = m$, при которых она имеет с графиком этой функции ровно две общие точки:



Нам подходят положения 1 и 2 прямой $y = m$.

Положение 1: прямая $y = m$ проходит через вершину $(1{,}5; -2{,}25)$ параболы $y = x^2 - 3x$, следовательно, $m = -2{,}25$.

Положение 2: прямая $y = m$ проходит через вершину $(-0{,}5; 0{,}25)$ параболы $y = -x^2 - x$, следовательно, $m = 0{,}25$.

Следовательно, ответ

$$m \in \{-2{,}25; 0{,}25\}.$$

Ответ: $m \in \{-2{,}25; 0{,}25\}$.

Задача 22.2 #106110 (2F87A2)

Постройте график функции

$$y = 2|x-4| - x^2 + 9x - 20.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Решение. Преобразуем уравнение, задающее функцию:

$$y = \begin{cases} 2(x-4) - x^2 + 9x - 20 & \text{при } x - 4 \geqslant 0 \\ -2(x-4) - x^2 + 9x - 20 & \text{при } x - 4 < 0 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} -x^2 + 11x - 28 & \text{при } x \geqslant 4 \\ -x^2 + 7x - 12 & \text{при } x < 4 \end{cases}$$

Графиком квадратичной функции $y = -x^2 + 11x - 28$ является парабола, ветви которой направлены вниз. Найдем координаты вершины параболы:

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{-11}{-2} = 5{,}5$$

$$y_0 = y(5{,}5) = -5{,}5^2 + 11 \cdot 5{,}5 - 28 = 2{,}25$$

Следовательно, $(5{,}5; 2{,}25)$ – вершина параболы. Составим таблицу:

x	4	5	5,5	6	7
y	0	2	2,25	2	0

Графиком квадратичной функции $y = -x^2 + 7x - 12$ является парабола, ветви которой направлены вверх. Найдем координаты вершины параболы:

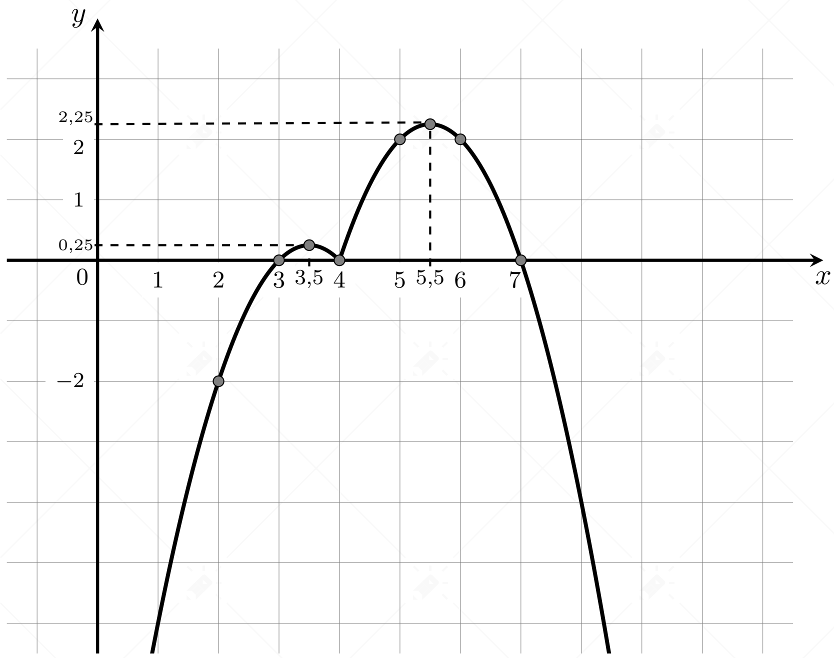
$$x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{-7}{-2} = 3{,}5$$

$$y_0 = y(3{,}5) = -3{,}5^2 + 7 \cdot 3{,}5 - 12 = 0{,}25$$

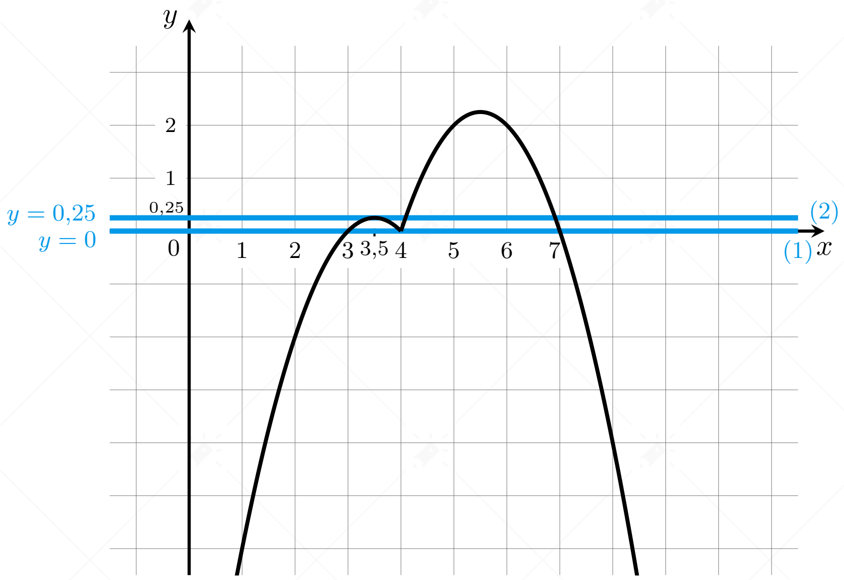
Следовательно, $(3{,}5; 0{,}25)$ – вершина параболы. Составим таблицу:

x	2	3	3,5	4
y	-2	0	0,25	0

Отмечаем полученные точки в системе координат и строим график функции. Точка $(4; 0)$ – точка пересечения.



Изобразим положения горизонтальной прямой $y = m$, при которых она имеет с графиком этой функции ровно три общие точки.



Нам подходят положения 1 и 2 прямой $y = m$.

Положение 1: прямая $y = m$ проходит через точку стыка $(4; 0)$, то есть $m = 0$.

Положение 2: прямая $y = m$ проходит через вершину $(3{,}5; 0{,}25)$ параболы $y = -x^2 + 7x - 12$, следовательно, $m = 0{,}25$.

Следовательно, ответ

$$m \in \{0; 0{,}25\}.$$

Ответ: $m \in \{0; 0{,}25\}$.

Задача 22.3 #124451 (91BF55)

Постройте график функции

$$y = x^2 - 7x - 5|x-3| + 12.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Решение. Преобразуем уравнение, задающее функцию:

$$y = \begin{cases} x^2 - 7x - 5(x-3) + 12 & \text{при } x - 3 \geqslant 0 \\ x^2 - 7x + 5(x-3) + 12 & \text{при } x - 3 < 0 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} x^2 - 12x + 27 & \text{при } x \geqslant 3 \\ x^2 - 2x - 3 & \text{при } x < 3 \end{cases}$$

Графиком квадратичной функции $y = x^2 - 12x + 27$ является парабола, ветви которой направлены вверх. Найдем вершину параболы:

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-12}{2} = 6$$
$$y_0 = y(6) = 6^2 - 12\cdot 6 + 27 = 36 - 72 + 27 = -9$$

Следовательно, $(6; -9)$ – вершина параболы. Составим таблицу:

x	3	4	5	6
y	0	-5	-8	-9

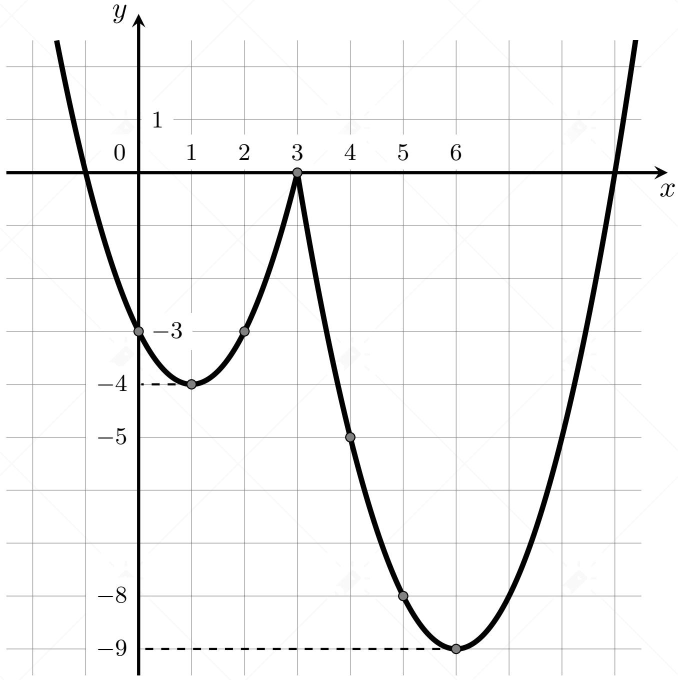
Графиком квадратичной функции $y = x^2 - 2x - 3$ является парабола, ветви которой направлены вверх. Найдем вершину параболы:

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1$$
$$y_0 = y(1) = 1^2 - 2\cdot 1 - 3 = 1 - 2 - 3 = -4$$

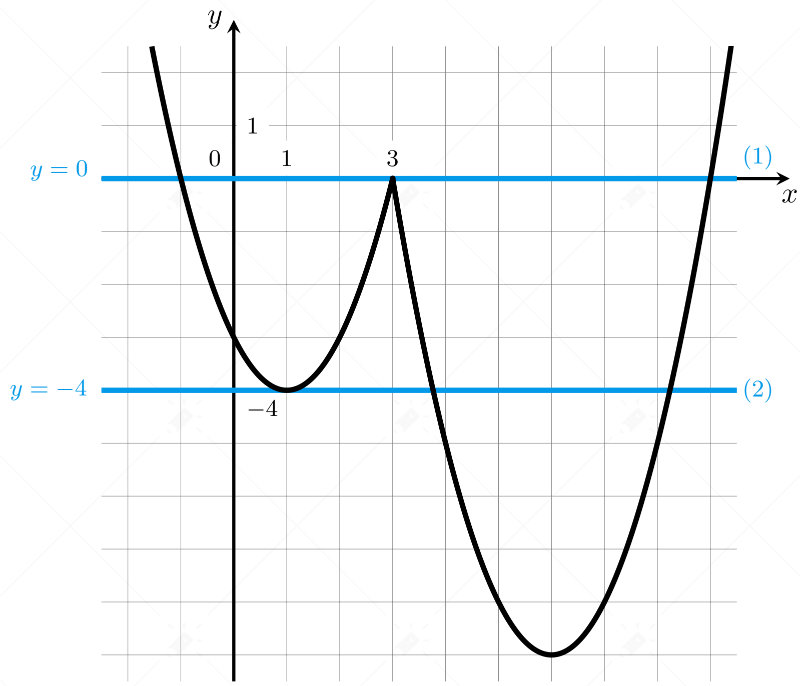
Следовательно, $(1; -4)$ – вершина параболы. Составим таблицу:

x	0	1	2	3
y	-3	-4	-3	0

Отмечаем полученные точки на координатной плоскости и строим график функции. Точка $(3; 0)$ – точка стыка.



Изобразим положения горизонтальной прямой $y = m$, при которых она имеет с графиком этой функции ровно три общие точки.



Нам подходят положения 1 и 2 прямой $y = m$.

Положение 1: прямая $y = m$ проходит через точку стыка $(3; 0)$, то есть $m = 0$.

Положение 2: прямая $y = m$ проходит через вершину $(1; -4)$ параболы $y = x^2 - 2x - 3$, следовательно, $m = -4$.

Следовательно,

$$m \in \{-4; 0\}.$$

Ответ: $m \in \{-4; 0\}$.

Задача 22.4 #37453 **(076977)**

Постройте график функции

$$y = x|x| + |x| - 3x.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение. Преобразуем уравнение, задающее функцию:

$$y = \begin{cases} x \cdot x + x - 3x & \text{при } x \geqslant 0 \\ x \cdot (-x) - x - 3x & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{при } x \geqslant 0 \\ -x^2 - 4x & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

Графиком квадратичной функции $y = x^2 - 2x$ является парабола, ветви которой направлены вверх. Найдем координаты вершины параболы:

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{2}{2} = 1;$$
$$y_0 = y(1) = 1^2 - 2 = -1.$$

Следовательно, $(1; -1)$ – вершина параболы. Составим таблицу:

x	0	1	2	3
y	0	-1	0	3

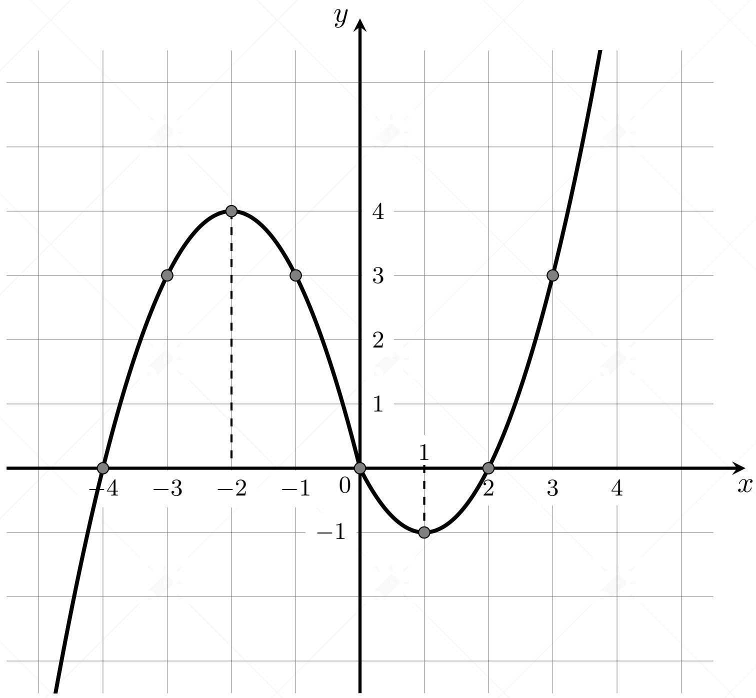
Графиком квадратичной функции $y = -x^2 - 4x$ является парабола, ветви которой направлены вниз. Найдем координаты вершины параболы:

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{-2} = -2;$$
$$y_0 = y(-2) = -(-2)^2 - 4 \cdot (-2) = 4.$$

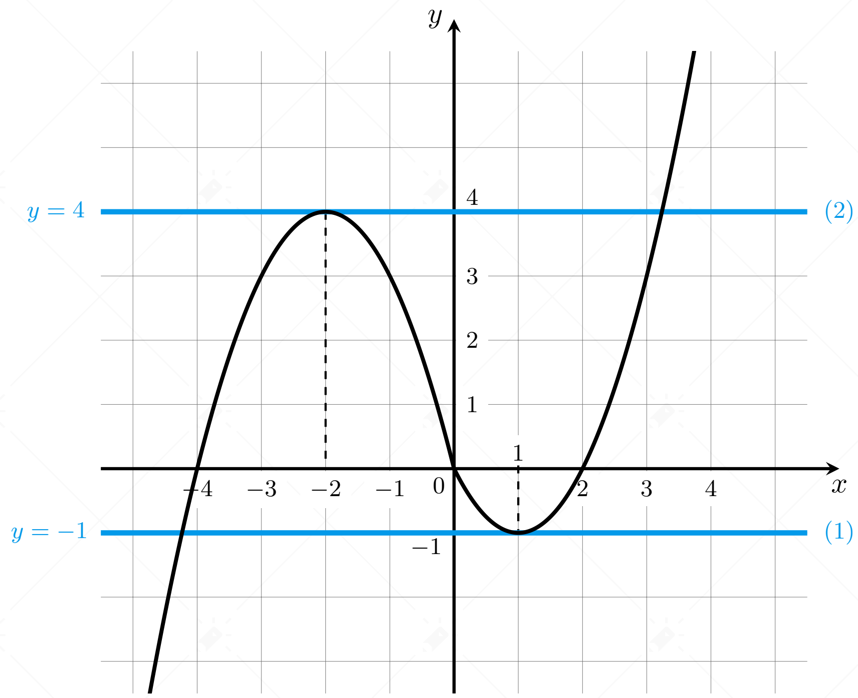
Следовательно, $(-2; 4)$ – вершина параболы. Составим таблицу:

x	-4	-3	-2	-1	0
y	0	3	4	3	0

Отмечаем полученные точки в системе координат и строим график функции. Точка $(0; 0)$ – точка пересечения.



Изобразим положения горизонтальной прямой $y = m$, при которых она имеет с графиком этой функции ровно две общие точки:



Нам подходят положения 1 и 2 прямой $y = m$.

Положение 1: прямая $y = m$ проходит через вершину $(1; -1)$ параболы $y = x^2 - 2x$, следовательно, $m = -1$.

Положение 2: прямая $y = m$ проходит через вершину $(-2; 4)$ параболы $y = -x^2 - 4x$, следовательно, $m = 4$.

Следовательно, ответ

$$m \in \{-1; 4\}.$$

Ответ: $m \in \{-1; 4\}$.

Задача №23. Решение

Задача 23.1 #95732 (A39656)

Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках Kи P соответственно и проходит через вершины B и C. Найдите длину отрезка KP, если $AP = 30$, а сторона BC в 1,2 раза меньше стороны AB.

Решение. Так как четырёхугольник $KBCP$ вписан в окружность, то

$$\angle KPC + \angle KBC = 180^\circ.$$

Тогда

$$\angle KBC = 180^\circ - \angle KPC.$$

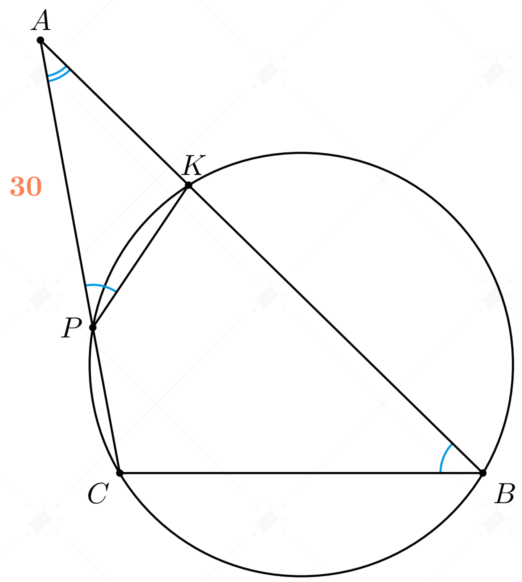
$\angle KPC$ и $\angle KPA$ смежные, поэтому

$$\angle KPC + \angle KPA = 180^\circ,$$

следовательно,

$$\angle KPA = 180^\circ - \angle KPC = \angle KBC.$$

Рассмотрим треугольники APK и ABC. Так как $\angle BAC$ – общий и $\angle APK = \angle ABC$, то треугольники APK и ABC подобны по двум углам.



Запишем отношение подобия треугольников APK и ABC :

$$\frac{AP}{AB} = \frac{PK}{BC},$$

следовательно,

$$\frac{AP}{PK} = \frac{AB}{BC} = 1{,}2.$$

Значит,

$$PK = \frac{AP}{1{,}2} = \frac{30}{1{,}2} = \frac{300}{12} = 25.$$

Ответ: 25.

Задача 23.2 #57415 (27E2F1)

Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C. Найдите длину отрезка KP, если $AK = 18$, а сторона AC в 1,2 раза больше стороны BC.

Решение. Так как четырёхугольник $KBCP$ вписан в окружность, то

$$\angle PKB + \angle BCP = 180^\circ.$$

Тогда

$$\angle BCP = 180^\circ - \angle PKB.$$

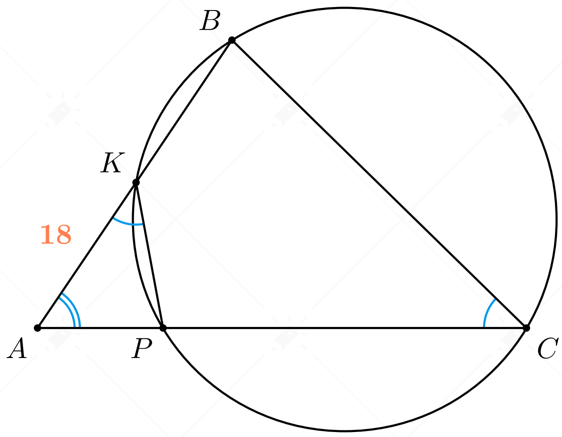
$\angle PKB$ и $\angle PKA$ смежные, поэтому

$$\angle PKB + \angle PKA = 180^\circ,$$

следовательно,

$$\angle PKA = 180^\circ - \angle PKB = \angle BCP.$$

Рассмотрим треугольники APK и ABC. Так как $\angle BAC$ – общий и $\angle AKP = \angle ACB$, то треугольники APK и ABC подобны по двум углам.



Запишем отношение подобия треугольников APK и ABC :

$$\frac{AK}{AC} = \frac{PK}{BC},$$

следовательно,

$$\frac{AK}{PK} = \frac{AC}{BC} = 1{,}2.$$

Значит,

$$PK = \frac{AK}{1{,}2} = \frac{18}{1{,}2} = \frac{180}{12} = 15.$$

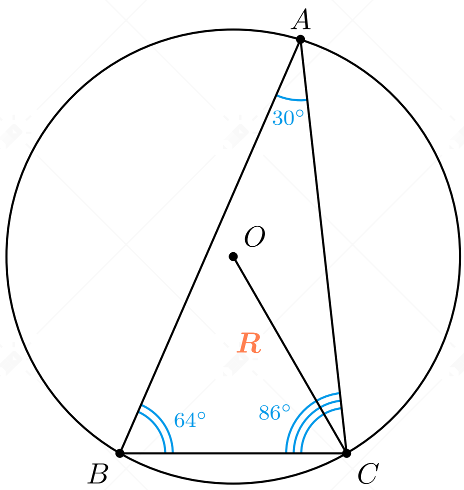
Ответ: 15.

Задача 23.3 #95719 (18FAEE)

Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 64° и 86°. Найдите BC, если радиус окружности, описанной около треугольника ABC, равен 13.

Решение. Сумма углов треугольника равна 180°, поэтому

$$\angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 64^\circ - 86^\circ = 30^\circ.$$



Тогда по теореме синусов:

$$\frac{BC}{\sin\angle A} = 2R.$$

Значит,

$$BC = 2R\cdot\sin\angle A = 2\cdot 13\cdot\sin 30^\circ =$$
$$= 2\cdot 13\cdot\frac{1}{2} = 13.$$

Ответ: 13.

Задача 23.4 #95626 (EF764E)

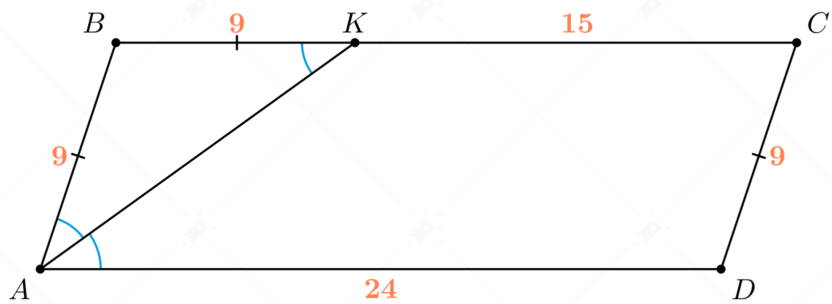
Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 9$, $CK = 15$.

Решение. По условию $ABCD$ – параллелограмм, поэтому $AB \parallel CD$ и $BC \parallel AD$. Тогда $\angle BKA = \angle KAD$ как накрест лежащие углы, образованные параллельными прямыми BC и AD и секущей AK. $\angle BAK = \angle KAD$, так как AK – биссектриса угла BAD. Тогда

$$\angle BAK = \angle KAD = \angle BKA.$$

Значит, треугольник ABK – равнобедренный, поэтому

$$AB = BK = 9.$$



В параллелограмме противоположные стороны равны, поэтому $CD = AB = 9$ и

$$AD = BC = BK + KC = 9 + 15 = 24.$$

Найдём периметр параллелограмма:

$$P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA =$$
$$= 9 + 24 + 9 + 24 = 33 + 33 = 66.$$

Ответ: 66.

Задача 23.5 #37456 (2FCCDB)

Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 18, а одна из диагоналей ромба равна 72. Найдите углы ромба.

Решение. Пусть дан ромб $ABCD$, а его диагонали $AC = 72$ и BD пересекаются в точке O. Опустим из точки O перпендикуляр OH на сторону AB. По условию $OH = 18$.

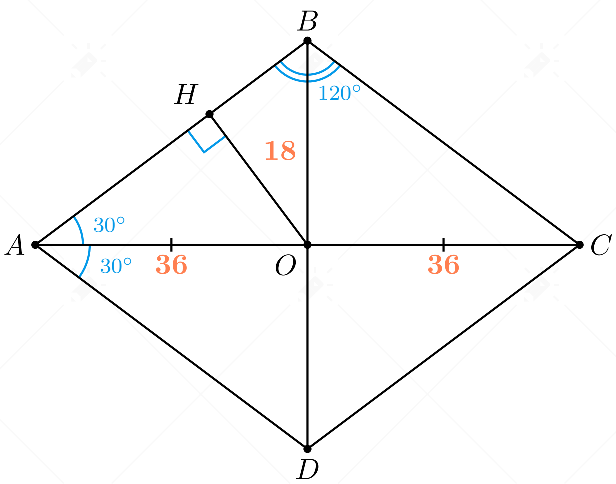
Ромб является параллелограммом, поэтому его диагонали точкой пересечения делятся пополам, следовательно,

$$AO = OC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 72 = 36.$$

Треугольник AHO – прямоугольный, так как $OH \perp AB$. Заметим, что в нём

$$\frac{OH}{AO} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}.$$

Если в прямоугольном треугольнике катет равен половине гипотенузы, то он лежит против угла в 30°, следовательно, $\angle HAO = 30^\circ$.



Диагонали ромба являются биссектрисами его углов, поэтому AC – биссектриса $\angle BAD$, следовательно,

$$\angle BAD = 2\angle HAO = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ.$$

Противоположные углы ромба равны, поэтому

$$\angle BCD = \angle BAD = 60^\circ.$$

$ABCD$ – ромб, следовательно, $AD \parallel BC$. Тогда сумма углов BAD и ABC равна 180° как сумма односторонних углов, образованных параллельными прямыми AD и BC и секущей AB, поэтому

$$\angle ABC = 180^\circ - \angle BAD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ.$$

Противоположные углы ромба равны, поэтому

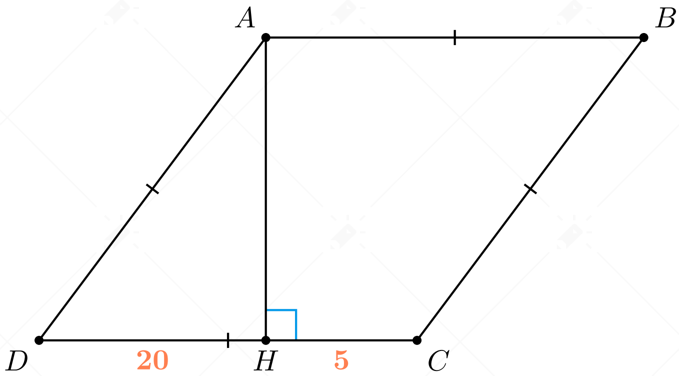
$$\angle ADC = \angle ABC = 120^\circ.$$

Ответ: 60°, 120°, 60°, 120°.

Задача 23.6 #45468 (F80C88)

Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 20$ и $CH = 5$. Найдите высоту ромба.

Решение.



Найдём DC:

$$DC = DH + HC = 20 + 5 = 25.$$

По условию $ABCD$ – ромб, поэтому

$$AB = BC = CD = AD = 25.$$

Рассмотрим треугольник AHD. Он прямоугольный, так как $AH \perp DC$, ведь AH – высота ромба по условию. Тогда по теореме Пифагора для треугольника AHD:

$$AD^2 = DH^2 + AH^2.$$

Значит,

$$\begin{gathered} AH^2 = AD^2 - DH^2 \\ AH^2 = 25^2 - 20^2 \\ AH^2 = 625 - 400 \\ AH^2 = 225 \\ AH = 15 \end{gathered}$$

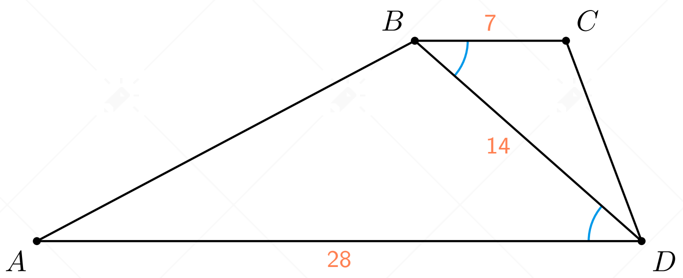
Ответ: 15.

Задача №24. Решение

Задача 24.1 #93964 (7487CE)

Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 7 и 28, $BD = 14$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

Решение. По условию BC и AD – основания трапеции $ABCD$. Тогда $BC \parallel AD$.



Рассмотрим треугольники CBD и BDA. В них:

1. $\angle CBD = \angle BDA$ как внутренние накрест лежащие углы, образованные параллельными прямыми BC и AD и секущей BD.
2. $\dfrac{BC}{BD} = \dfrac{7}{14} = \dfrac{14}{28} = \dfrac{BD}{AD}$.

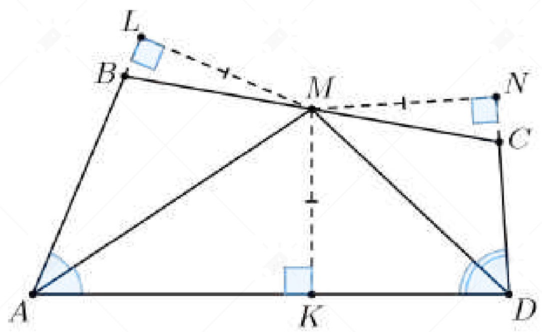
Следовательно, треугольники CBD и BDA подобны по двум пропорциональным сторонам и углу между ними.

Ответ: Задача на доказательство.

Задача 24.2 #121410 (991A27)

Биссектрисы углов A и D четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке M, лежащей на стороне BC. Докажите, что точка M равноудалена от прямых AB, AD и CD.

Решение. Расстояние от точки до прямой равно длине перпендикуляра, опущенного из этой точки на прямую. Проведём $MK \perp AD$, $ML \perp AB$ и $MN \perp CD$.



Рассмотрим прямоугольные треугольники KMD и NMD. В них MD – общая гипотенуза, $\angle MDK = \angle MDN$, так как DM – биссектриса $\angle ADC$. Следовательно, треугольники KMD и NMD равны по гипотенузе и острому углу. Тогда $MK = MN$ как соответственные элементы равных треугольников.

Рассмотрим прямоугольные треугольники MKA и MLA. В них MA – общая гипотенуза, $\angle MAK = \angle MAL$, так как AM – биссектриса $\angle BAD$. Следовательно, треугольники MAK и MAL равны по гипотенузе и острому углу. Тогда $MK = ML$ как соответственные элементы равных треугольников.

Получаем, что

$$ML = MK = MN.$$

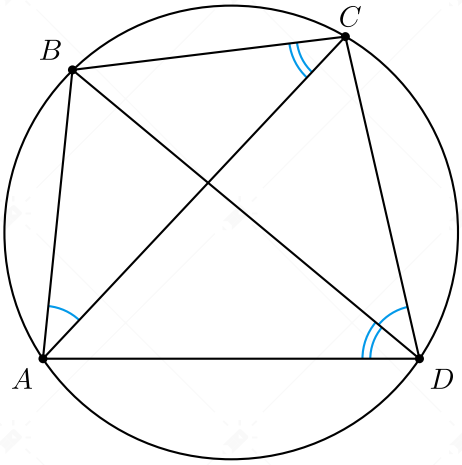
Значит, точка M равноудалена от прямых AB, AD и CD.

Ответ: Задача на доказательство.

Задача 24.3 #42836 (613B4F)

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы CDB и CAB равны. Докажите, что углы BCA и BDA также равны.

Решение. По условию четырёхугольник $ABCD$ – выпуклый. Тогда точки A и D лежат по одну сторону от BC. Известно, что $\angle CDB = \angle CAB$, при этом они опираются на сторону BC, следовательно, около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность.



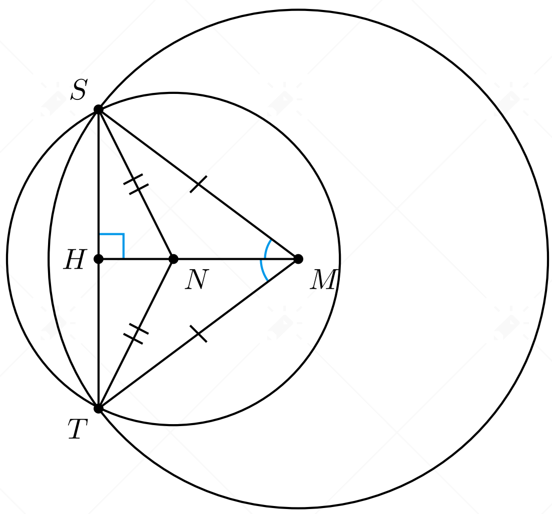
Тогда $\angle BCA = \angle BDA$ как вписанные, опирающиеся на дугу AB.

Ответ: Задача на доказательство.

Задача 24.4 #94622 (6BB457)

Окружности с центрами в точках M и N пересекаются в точках S и T, причём точки M и N лежат по одну сторону от прямой ST. Докажите, что прямые MN и ST перпендикулярны.

Решение. Проведём отрезки MS, MT, NS и NT.



Заметим, что $MS = MT$ как радиусы окружности с центром в точке M, а $NS = NT$ как радиусы окружности с центром в точке N.

Рассмотрим треугольники SMN и TMN. В них MN – общая сторона, $MS = MT$ и $NS = NT$. Тогда треугольники SMN и TMN равны по трём сторонам. Следовательно, $\angle SMN = \angle TMN$ как соответственные элементы равных треугольников. Таким образом, MN – биссектриса угла SMT.

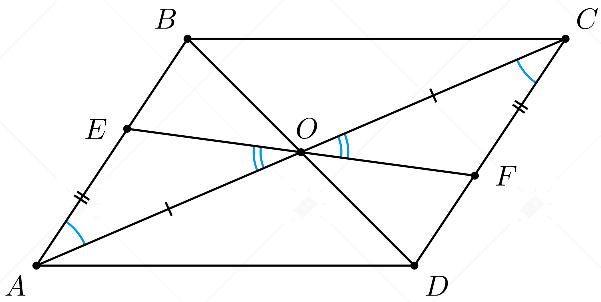
Пусть MN пересекает ST в точке H. Рассмотрим равнобедренный треугольник SMT. В нём биссектриса MH, проведённая к основанию, является и высотой. Значит, $MN \perp ST$.

Ответ: Задача на доказательство.

Задача 24.5 #94482 (D2ED10)

Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Докажите, что отрезки AE и CF равны.

Решение. По условию четырехугольник $ABCD$ – параллелограмм. Значит, его противоположные стороны параллельны. В частности, $AB \parallel CD$.



Рассмотрим треугольники AOE и COF :

1. $AO = OC$, так как диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.
2. $\angle AOE = \angle COF$ как вертикальные.
3. $\angle OAE = \angle OCF$ как внутренние накрест лежащие углы при параллельных прямых AB и CD и секущей AC.

Тогда треугольники AOE и COF равны по стороне и двум прилежащим к ней углам. Значит, $AE = CF$ как соответственные элементы равных треугольников.

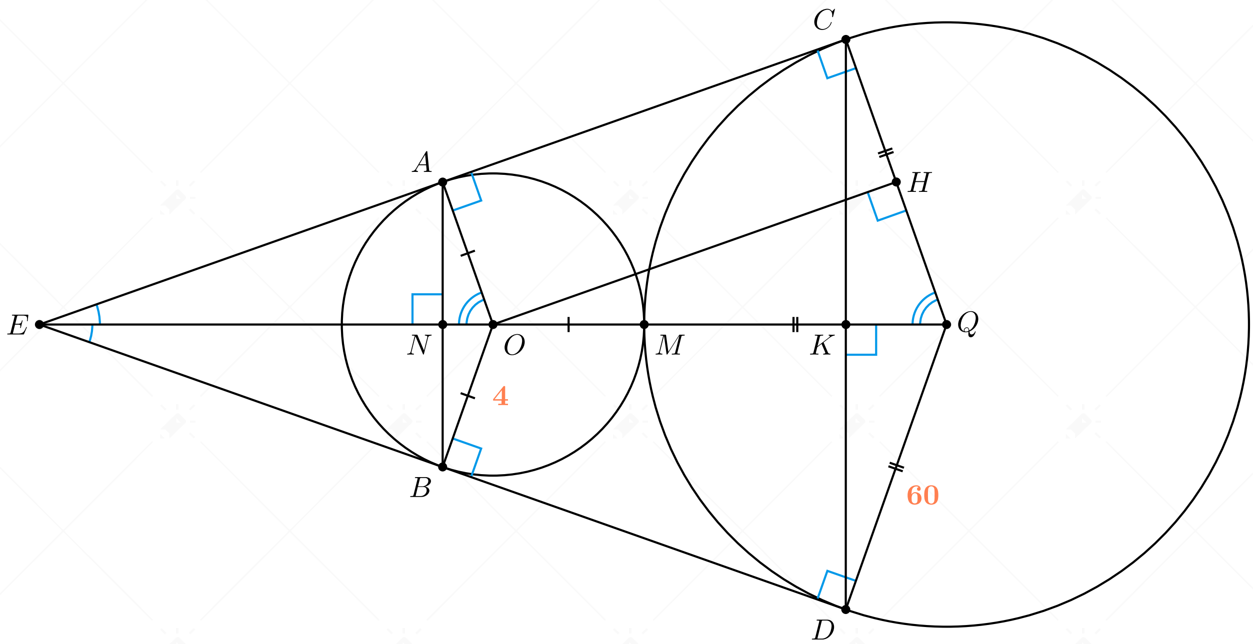
Ответ: Задача на доказательство.

Задача №25. Решение

Задача 25.1 #105376 (CF289F)

Окружности радиусов 4 и 60 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D – на второй. При этом AC и BD – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD.

Решение. Пусть O и Q – центры меньшей и большей окружностей соответственно. Пусть AC и BD пересекаются в точке E. Так как радиус, проведённый в точку касания, перпендикулярен касательной, то $OA \perp AC, OB \perp BD$, $QC \perp AC$, $QD \perp BD$.



$EA = EB$ как касательные к меньшей окружности, проходящих через одну точку. $EC = ED$ как касательные к большей окружности, проходящих через одну точку. Значит,

$$BD = ED - EB = EC - EA = AC.$$

Так как меньшая окружность вписана в угол $\angle AEB$, то её центр O лежит на биссектрисе угла $\angle AEB$, поэтому EO – биссектриса угла $\angle AEB$, точки E, O лежат на одной прямой EO.

Так как большая окружность вписана в угол $\angle CED$, то её центр Q лежит на биссектрисе угла $\angle CED$, поэтому EQ – биссектриса угла $\angle CED$, точки E, Q лежат на одной прямой EQ.

Таким образом, так как $\angle CED$ и $\angle AEB$ – один и тот же угол, то точки E, Q, O лежат на одной прямой EQ.

Пусть M – точка касания двух окружностей. Точка касания окружностей лежит на одной прямой с центрами окружностей, следовательно, точка M лежит на прямой EQ.

Пусть N – точка пересечения AB и EQ, K – точка пересечения CD и EQ.

Треугольник AEB равнобедренный и EN – его биссектриса, следовательно, $EN \perp AB$. Треугольник CED равнобедренный и EK – его биссектриса, следовательно, $EK \perp CD$. Значит, $AB \parallel CD$. Таким образом, в задаче требуется найти NK.

Так как $OA \perp AC$, $QC \perp AC$, то $OA \parallel QC$. Проведём $OH \perp QC$, тогда $ACHO$ – прямоугольник. Следовательно, по свойству прямоугольника $AO = CH$.

Рассмотрим прямоугольный треугольник OHQ. В нём:

$$HQ = CQ - CH = CQ - AO = 60 - 4 = 56$$
$$OQ = OM + MQ = 4 + 60 = 64$$

Треугольник OHQ подобен треугольнику CKQ по двум углам, так как $\angle OHQ = \angle CKQ = 90^\circ$, $\angle OQC$ – общий. Тогда:

$$\frac{OQ}{CQ} = \frac{HQ}{KQ}$$
$$\frac{64}{60} = \frac{56}{KQ}$$
$$KQ = 52{,}5$$

Треугольник EAO подобен треугольнику ECQ по двум углам, так как $\angle EAO = \angle ECQ = 90^\circ$, $\angle AEO$ – общий. Тогда $\angle AON = \angle OQC$ как соответственные.

Треугольник OHQ подобен треугольнику ANO по двум углам, так как $\angle OHQ = \angle ANO = 90^\circ$, $\angle AON = \angle OQH$. Тогда:

$$\frac{OQ}{AO} = \frac{HQ}{NO}$$
$$\frac{64}{4} = \frac{56}{NO}$$
$$NO = 3{,}5$$

Тогда:

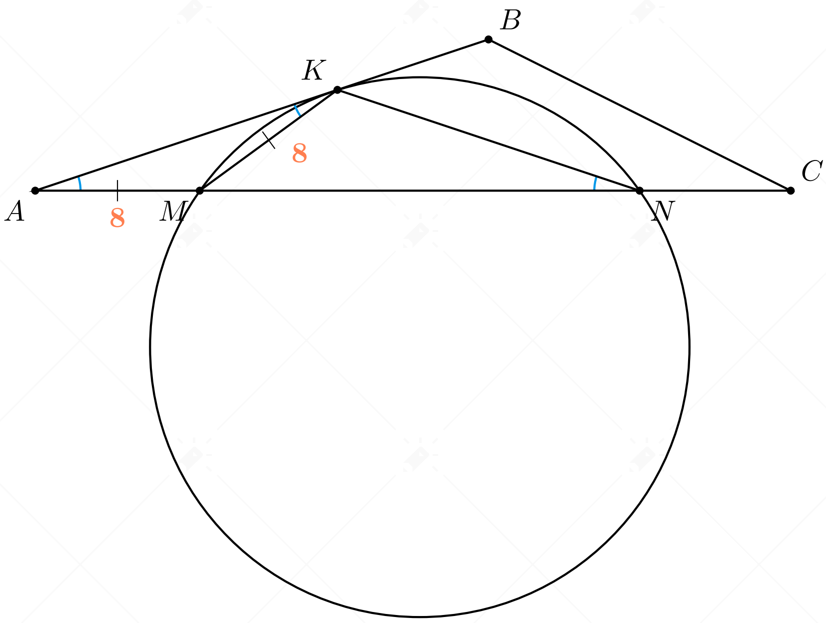
$$NK = OQ - KQ + NO = 64 - 52{,}5 + 3{,}5 = 15.$$

Ответ: 15.

Задача 25.2 #105711 (1D3A90)

Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 8 и 30 от вершины A. Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB, если $\cos\angle BAC = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$.

Решение. Пусть K – точка касания окружности и луча AB.



По теореме о касательной и секущей для касательной AK и секущей AN

$$AK^2 = AM \cdot AN = 8 \cdot 30$$
$$AK = \sqrt{8 \cdot 30} = \sqrt{4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 15} = 4\sqrt{15}$$

Рассмотрим треугольник AKM. Заметим, что углы $\angle KAM$ и $\angle BAC$ совпадают, тогда

$$\cos\angle KAM = \cos\angle BAC = \frac{\sqrt{15}}{4}.$$

По теореме косинусов для треугольника AKM :

$$KM^2 = AM^2 + AK^2 - 2 \cdot AM \cdot AK \cdot \cos\angle KAM =$$
$$= 8^2 + \left(4\sqrt{15}\right)^2 - 2 \cdot 8 \cdot 4\sqrt{15} \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} =$$
$$= 64 + 16 \cdot 15 - 16 \cdot 15 = 64.$$

Значит, $KM = 8$.

Так как $AM = KM = 8$, то треугольник AKM – равнобедренный. В равнобедренном треугольнике углы при основании равны, поэтому $\angle AKM = \angle KAM$.

По теореме об угле между касательной и хордой для касательной AK и хорды KM получаем, что

$$\angle AKM = \frac{1}{2}\overset{\smile}{KM} = \angle KNM.$$

Ведь $\angle KNM$ — вписанный. Тогда $\angle KNM = \angle KAM$ и

$$\cos\angle KNM = \cos\angle KAM = \frac{\sqrt{15}}{4}.$$

По основному тригонометрическому тождеству

$$\sin^2\angle KNM + \cos^2\angle KNM = 1$$
$$\sin^2\angle KNM + \left(\frac{\sqrt{15}}{4}\right)^2 = 1$$
$$\sin^2\angle KNM + \frac{15}{16} = 1$$
$$\sin^2\angle KNM = \frac{1}{16}$$

Так как $0^\circ < \angle KNM < 180^\circ$, то $\sin\angle KNM > 0$, поэтому

$$\sin\angle KNM = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}.$$

Рассмотрим треугольник KNM. По теореме синусов

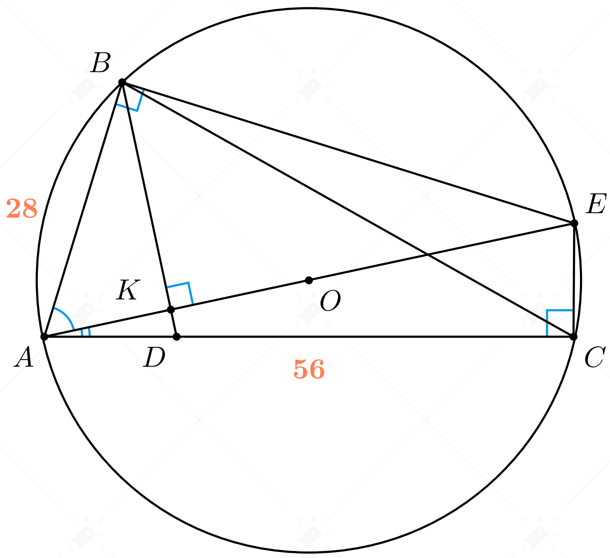
$$\frac{KM}{\sin\angle KNM} = 2R$$
$$\frac{8}{\left(\frac{1}{4}\right)} = 2R$$
$$8 \cdot 4 = 2R$$
$$R = 16$$

Ответ: 16.

Задача 25.3 #40208 (F69982)

В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 28$, $AC = 56$, точка O – центр окружности, описанной около треугольника ABC. Прямая BD, перпендикулярная прямой AO, пересекает сторону AC в точке D. Найдите CD.

Решение. Продлим AO до пересечения с описанной окружностью треугольника ABC. Обозначим полученную точку за E.



Пусть $BD \cap AO = K$. Так как $BD \perp AO$, то

$$\angle AKB = \angle AKD = 90^\circ.$$

Проведём BE и CE. Так как $\angle ABE$ и $\angle ACE$ – вписанные и опираются на диаметр AE, то

$$\angle ABE = \angle ACE = 90^\circ.$$

Рассмотрим треугольники ABK и AEB. У них $\angle A$ – общий, $\angle AKB = \angle ABE = 90^\circ$. Тогда треугольники ABK и AEB подобны по двум углам. Запишем отношения подобия:

$$\frac{AB}{AE} = \frac{AK}{AB} \quad \Rightarrow \quad AK \cdot AE = AB^2.$$

Рассмотрим треугольники AKD и ACE. У них $\angle A$ – общий, $\angle AKD = \angle ACE = 90^\circ$. Тогда треугольники AKD и ACE подобны по двум углам. Запишем отношения подобия:

$$\frac{AK}{AC} = \frac{AD}{AE} \quad \Rightarrow \quad AK \cdot AE = AC \cdot AD.$$

Получили:

$$AB^2 = AK \cdot AE = AC \cdot AD$$
$$AB^2 = AC \cdot AD.$$

Тогда

$$AD = \frac{AB^2}{AC} = \frac{28^2}{56} = \frac{7\cdot 4\cdot 7\cdot 4}{56} =$$
$$= \frac{7\cdot 4\cdot 7\cdot 4}{8\cdot 7} = 14.$$

Найдём CD :

$$CD = AC - AD = 56 - 14 = 42.$$

Ответ: 42.