

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

0	-	0	,	8															
---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

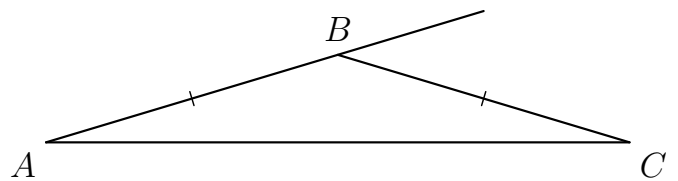
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

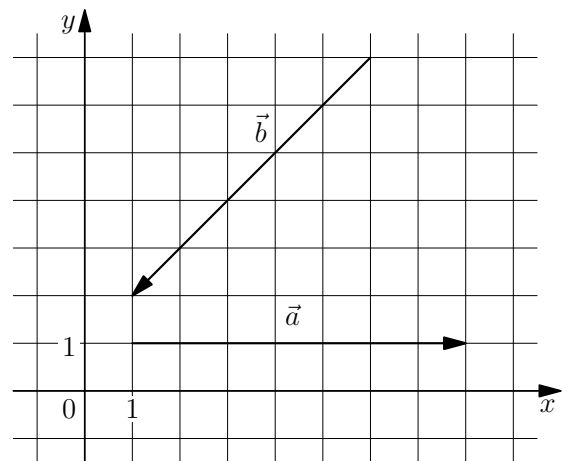
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC внешний угол при вершине B равен 18° . Найдите величину угла ACB . Ответ дайте в градусах.



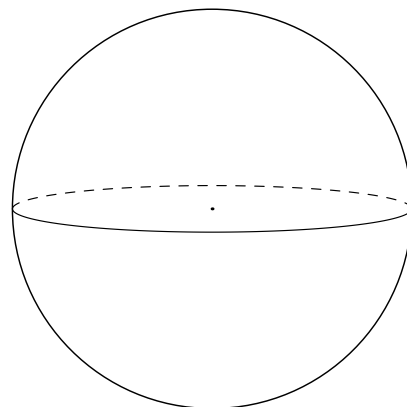
Ответ: _____.

- 2 На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} , координатами которых являются целые числа. Найдите длину вектора $\vec{a} - \vec{b}$.



Ответ: _____.

- 3 Площадь большего круга равна 24. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: _____.

- 4 Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнет игру с мячом. Команда «Интеграл» играет два матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх команда «Интеграл» ни начнет ни одной игры.

Ответ: _____.

- 5 В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Обслуживание автоматов происходит по вечерам после закрытия центра. Известно, что вероятность события «К вечеру в первом автомате закончится кофе» равна 0,2. Такая же вероятность события «К вечеру во втором автомате закончится кофе». Вероятность того, что кофе к вечеру закончится в обоих автоматах, равна 0,16. Найдите вероятность того, что к вечеру кофе останется в обоих автоматах.

Ответ: _____.

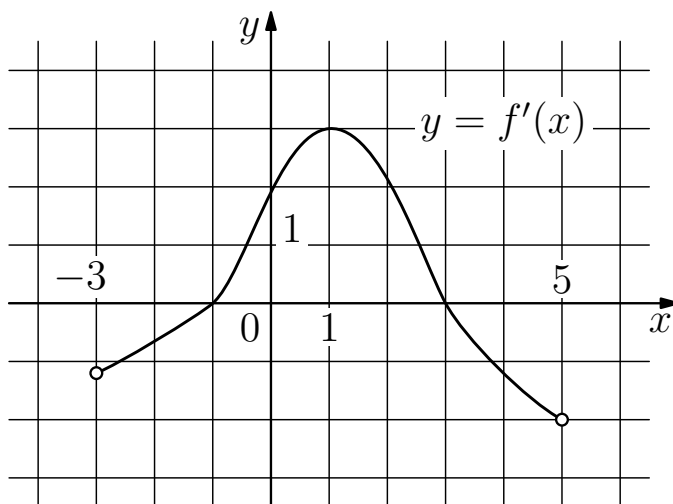
- 6 Найдите корень уравнения $(x - 13)^3 = 64$.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $7^{2+\log_7 2}$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 5)$. Найдите точку максимума функции $f(x)$.



Ответ: _____.

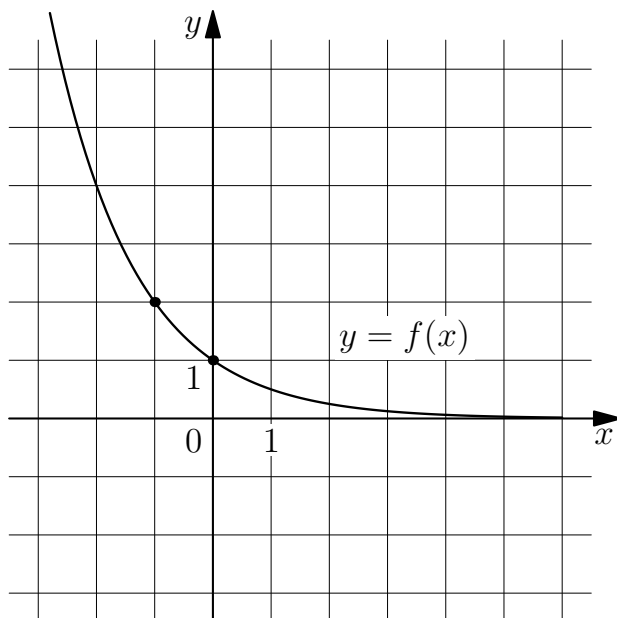
- 9 Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a км/ч². Скорость вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l – пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,2 километра, приобрести скорость 80 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

Ответ: _____.

- 10 Вера и Уля, работая вместе, пропалывают грядку за 20 минут. Одна Вера пропалывает эту грядку за 45 минут. За сколько минут пропалывает эту грядку одна Уля?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(-6)$.



Ответ: _____.

- 12 Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 18x^2 + 81x - 17$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работ. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13.1 а) Решите уравнение

$$\left(\frac{1}{49}\right)^{\sin x} = 7^{2 \sin 2x}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

13.2 а) Решите уравнение

$$36^{\sin 2x} = 6^{2 \sin x}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

14.1 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все рёбра равны 6. На рёбрах AA_1 и CC_1 отмечены точки M и N соответственно, причём $AM = 2$, $CN = 1$.

а) Докажите, что плоскость MNB_1 разбивает призму на два многогранника, объёмы которых равны.

б) Найдите объём тетраэдра $MNBV_1$.

14.2 В основании треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный прямоугольный треугольник с прямым углом B . Катеты и высота призмы равны 6. На рёбрах AA_1 и CC_1 отмечены точки M и N соответственно, причём $AM = 2$, $CN = 1$.

а) Докажите, что плоскость MNB_1 разбивает призму на два многогранника, объёмы которых равны.

б) Найдите объём тетраэдра $MNBV_1$.

15.1 Решите неравенство

$$\log_2 \left(\frac{3}{x} + 2 \right) - \log_2(x + 3) \leq \log_2 \left(\frac{x + 4}{x^2} \right).$$

15.2 Решите неравенство

$$2 \log_3(x\sqrt{3}) - \log_3\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq \log_3\left(9x^2 + \frac{1}{x} - 4\right).$$

16.1 1 июля 2026 года планируется открыть вклад в банке на 3 года. 30 июня каждого года сумма на счёте увеличивается на 20% по сравнению с суммой, находящейся на вкладе 29 июня этого же года. 1 июля 2027, 2028 и 2029 годов со вклада снимают одну и ту же сумму. После третьего снятия на вкладе осталось 0 рублей. Сколько рублей сняли со вклада за все 3 года, если эта величина превышает изначальный вклад на 154 400 рублей?

16.2 1 июля 2026 года планируется открыть вклад в банке на 3 года. 30 июня каждого года сумма на счёте увеличивается на 10% по сравнению с суммой, находящейся на вкладе 29 июня этого же года. 1 июля 2027, 2028 и 2029 годов со вклада снимают одну и ту же сумму. После третьего снятия на вкладе осталось 0 рублей. Сколько рублей было на вкладе при открытии, если величина снятой суммы превышает изначальный вклад на 136 600 рублей?

17.1 В треугольнике ABC угол ABC равен 60° . Окружность, вписанная в треугольник, касается стороны AC в точке M .

а) Докажите, что отрезок BM не больше утроенного радиуса вписанной в треугольник окружности.

б) Найдите $\sin \angle BMC$, если известно, что отрезок BM в 2,8 раза больше радиуса вписанной в треугольник окружности.

17.2 В равнобедренном тупоугольном треугольнике ABC на продолжение боковой стороны BC опущена высота AN . Из точки N на сторону AB и основание AC опущены перпендикуляры NK и NM соответственно.

а) Докажите, что отрезки AM и MK равны.

б) Найдите MK , если $AB = 3$, $AC = 5$.

18.1 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{1-4x} = a - 3|x|$$

имеет больше двух различных решений.

18.2 Найдите все положительные значения a , при каждом из которых уравнение

$$|1 - 3\sqrt{x}| = x + a$$

имеет ровно два различных решения.

19.1 На доске записано некоторое натуральное число N . Учитель по очереди вызывает учеников, которые выполняют с любым из уже записанных на доске чисел одно из следующих действий:

- умножить число на 4;
- прибавить к числу 12;
- если число не равно 9, то вычеркнуть из числа цифру 9.

Затем ученик записывает новое число на доску.

- а) Можно ли за несколько действий получить из числа 47 число 2?
- б) Можно ли за несколько действий получить из числа 7 число 77?
- в) Какое наибольшее количество чисел, меньших 2015, может быть записано на доске, если $N = 1$?

19.1 Дана конечная последовательность натуральных чисел. Каждое из чисел последовательности не меньше 80, но не больше 170. Каждый следующий член последовательности либо на 2 меньше, чем предыдущий, либо делится на предыдущий. Последовательность может содержать одинаковые числа.

- а) Может ли быть 40 различных чисел в такой последовательности?
- б) Может ли быть 80 различных чисел в такой последовательности?
- в) Какое наибольшее количество различных чисел может быть в такой последовательности?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.