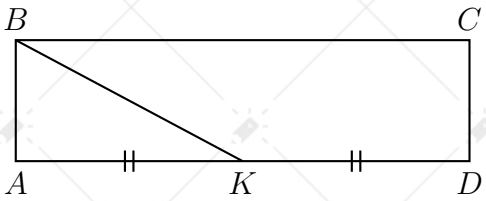
ЕГКР. ЕГЭ Профиль. Вариант 952 16.12.2025

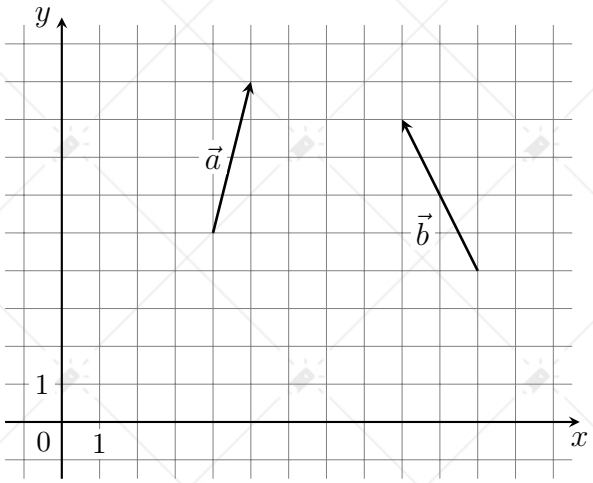
Задание №1

Точка K – середина стороны AD прямоугольника $ABCD$. Найдите периметр прямоугольника $ABCD$, если $AB = 8$, $BK = 17$.



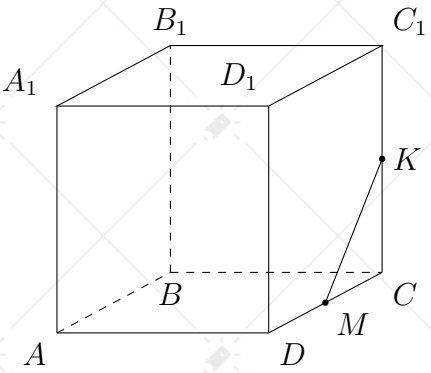
Задание №2

На координатной плоскости изображены вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координаты которых целые числа. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



Задание №3

В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка K – середина ребра CC_1, точка M – середина ребра CD. Найдите величину угла между прямыми KM и A_1B_1. Ответ дайте в градусах.



Задание №4

На столе лежит 24 карточки, на них написаны числа: 3, 4, ..., 26 – по одному числу на каждой карточке. После того как нашли сумму всех чётных чисел на этих карточках, на стол положили ещё одну карточку с написанной на ней найденной суммой. Какова вероятность того, что на случайно взятой карточке из получившегося набора карточек, лежащих на столе, будет написано нечётное число?

Задание №5

Три технологические линии выполняют разлив и упаковку в бутылки газированной воды «Минеральная». Первая линия даёт 5% брака, и её загружают на 20% объёма производства газированной воды. Вторая линия даёт 2% брака, и её загружают на 30% объёма производства газированной воды. Третья линия, самая современная, даёт 1% брака, и её загружают на 50% объёма производства газированной воды. Какова вероятность того, что случайно взятая в выпущенной партии бутылка воды «Минеральная» окажется бракованной?

Задание №6

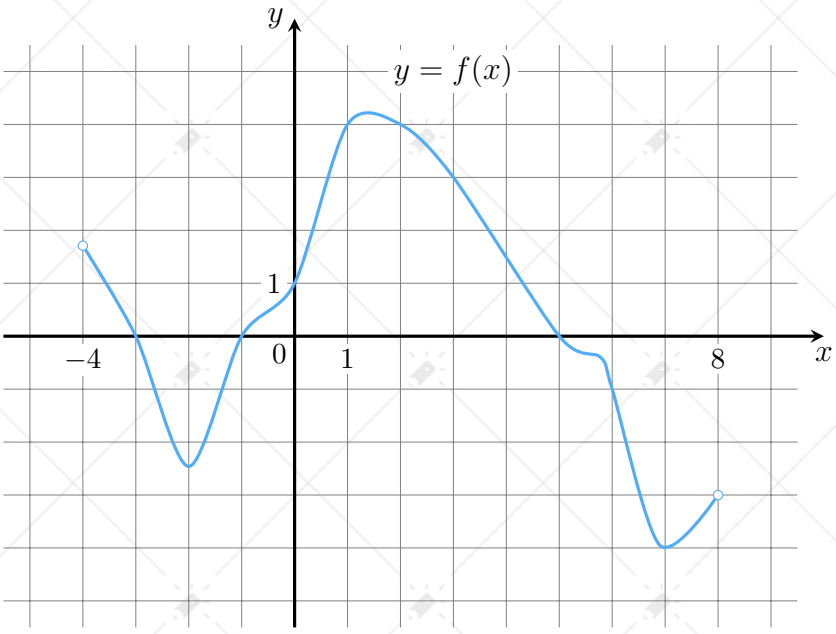
Найдите корень уравнения $3^x = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+6}$.

Задание №7

Найдите значение выражения $\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{3} + \cos\frac{\pi}{3}$.

Задание №8

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 8)$. Найдите количество целых точек из интервала $(-4; 8)$, в которых производная функции $f(x)$ принимает положительные значения.



Задание №9

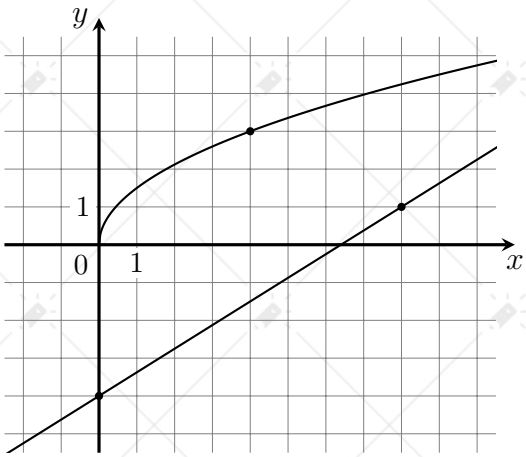
В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 4$ м – начальный уровень воды, $a = \frac{1}{400}$ м/мин^2 и $b = -\frac{1}{5}$ м/мин – постоянные, t – время (в минутах), прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ дайте в минутах.

Задание №10

Посёлок C находится между городами A и B, причём расстояние между A и C равно 36 км. Одновременно из города A выехал грузовик, а из города B – мотоцикл, скорость мотоциклиста в два раза больше скорости грузовика. Найдите расстояние между городами A и B, если в посёлок C грузовик и мотоцикл прибыли в одно и то же время.

Задание №11

На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке A. Найдите ординату точки A.



Задание №12

Даны функции $f(x) = x^2 - 2x$ и $g(x) = 3x - 1$. Найдите значение переменной x, при котором верно равенство $f'(x) = g'(x)$.

Задание №13

а) Решите уравнение $(2\cos x - \sin x)(1 + \sin x) = \cos^2 x$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[5\pi; 6\pi]$.

Задание №14

Основанием пирамиды $SABCD$ является ромб $ABCD$ со стороной 8. Боковые грани SAB и SCB перпендикулярны плоскости основания и образуют между собой угол 150°. Две другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60°.

а) Докажите, что грани SAD и SCD равновеликие.

б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

Задание №15

Решите неравенство

$$(x+2)^2 - \frac{1}{x-2} \leqslant (x-2)^2 + \frac{1}{x+2}.$$

Задание №16

Планируется открыть вклад в банке на четыре года на целое число миллионов рублей на следующих условиях:

– банк в конце каждого года увеличивает сумму вклада на 10% по сравнению с суммой вклада на начало года;

– начисленные банком проценты прибавляются к сумме вклада;

– в начале третьего и четвёртого годов вкладчик пополняет вклад на 5 млн рублей (каждый год).

Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором банк за четыре года начислит на вклад не больше 11 млн рублей.

Задание №17

В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведена высота BH. Около треугольника ABC описана окружность. Высота BH пересекается с этой окружностью в точке P, причём луч AP – биссектриса угла BAC.

а) Докажите, что треугольник BCP равнобедренный.

б) Найдите длину стороны AC, если длина стороны BC равна радиусу описанной окружности, равному $3\sqrt{2}$.

Задание №18

Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\left|x^2 - ax + 36\right| + \left|24x - a^2\right| = \left|\left|x^2 - ax + 36\right| - \left|a^2 - 24x\right|\right|$$

имеет единственный корень.

Задание №19

Первый член конечной геометрической прогрессии, состоящей из трёхзначных натуральных чисел, равен 208. Известно, что в этой прогрессии не меньше трёх членов.

а) Может ли число 260 являться членом такой геометрической прогрессии?

б) Может ли число 520 являться членом такой геометрической прогрессии?

в) Какое наибольшее число может являться членом такой геометрической прогрессии?