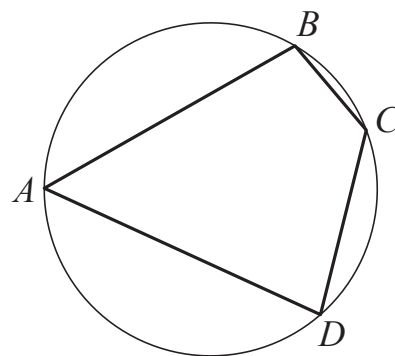


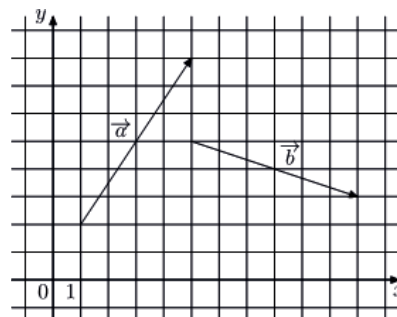
Часть 1

- 1** Стороны AB , BC , CD и AD четырёхугольника $ABCD$ стягивают дуги описанной окружности, градусные величины которых равны соответственно 70° , 83° , 58° , 149° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



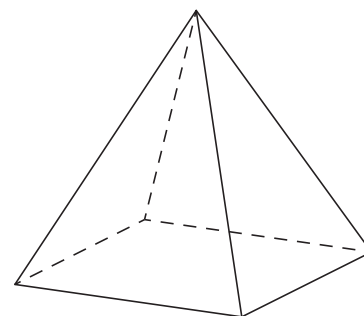
Ответ: _____.

- 2** На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} .
Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



Ответ: _____.

- 3** Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 60, боковые рёбра равны 78. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.



Ответ: _____.

4 В группе туристов 32 человека. Их вертолёт доставляют в труднодоступный район, перевозя по 4 человека за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист Г. полетит четвёртым рейсом вертолёта.

Ответ: _____.

5 На хлебозаводе выпекают буханки номинальной массой 800 г. Известно, что в среднем 95% буханок весят меньше, чем 810 г, и в среднем 92% буханок весят больше, чем 790 г. Найдите вероятность того, что масса случайно выбранной свежей буханки больше, чем 790 г, но меньше, чем 810 г.

Ответ: _____.

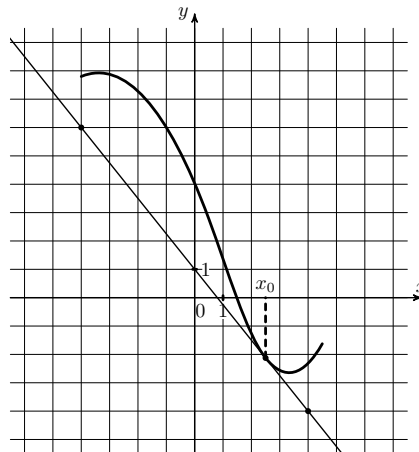
6 Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{5}{18-x}} = 0,2$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\frac{14(\sin^2 79^\circ - \cos^2 79^\circ)}{\cos 158^\circ}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

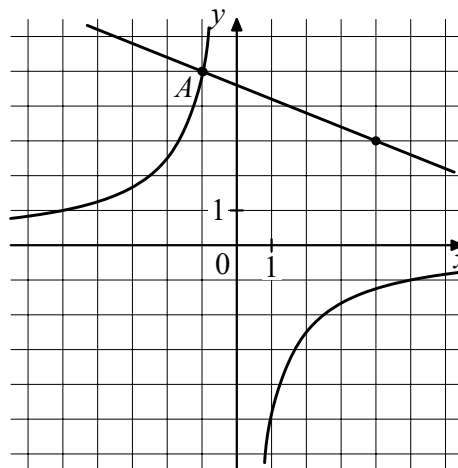
9 По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$, где ε — ЭДС источника (в вольтах), $r = 3$ Ом — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 6% от силы тока короткого замыкания $I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r}$? Ответ дайте в омах.

Ответ: _____.

10 Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 14 рабочих, а во второй — 19 рабочих. Через 6 дней после начала работы в первую бригаду перешли 10 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите ординату точки B .



Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = x\sqrt{x} - 21x + 17$ на отрезке $[1; 196]$.

Ответ: _____.

Часть 2

13 а) Решите уравнение

$$\sqrt{2} \sin 2x - 1 = \sqrt{2}(\sqrt{2} \sin x - \cos x).$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{11\pi}{2}; -4\pi\right]$.

14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания $ABCD$ относится к боковому ребру SA как $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через вершину A перпендикулярно ребру SC делит его в отношении $7 : 2$, считая от вершины S .

б) Найдите площадь сечения пирамиды, образовавшегося проведённой плоскостью, если расстояние от от вершины B до этой плоскости равно 2.

15 Решите неравенство

$$\frac{1}{2} + \frac{2 \cdot 3^{x+1,5} - 3^{x+2}}{9^x - 4 \cdot 3^{x+1,5} + 81} \geq 0.$$

16 В июле 2024 года планируется взять кредит в банке на сумму 800 тысяч рублей на 8 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь 2025, 2026, 2027, 2028 годов долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- каждый январь 2029, 2030, 2031, 2032 годов долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;
- в июле 2025, 2026, 2027, 2028 годов долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2029, 2030, 2031, 2032 годов долг должен быть на 120 тыс. рублей меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2032 года долг должен быть полностью погашен.

Найдите платёж в 2030 году, если общая сумма выплат по кредиту составила 1340 тыс. рублей.

17 В трапеции $ABCD$ через точку пересечения диагоналей провели прямую, пересекающую основания AD и BC в точках M и N соответственно. Эта прямая разделила трапецию на две части: параллелограмм $ABNM$ и трапецию $MNCD$.

а) Докажите, что $AM^2 = NC \cdot MD$.

б) Найдите отношение площадей $ABNM$ и $MNCD$, если $AD : BC = 2 : 1$.

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{3x^2 + 2ax - 30x - 5a^2 + 14a + 48}{\sqrt{16 + 6x - x^2 + 6a - a^2}} = 0$$

имеет единственное положительное решение.

19 На доске записана правильная дробь, числитель и знаменатель которой – двузначные числа без нулевых цифр. При этом ровно одна из цифр числителя совпадает с ровно одной из цифр знаменателя, а если эту цифру стереть в обоих местах, то значение дроби не изменится.

а) Приведите пример такой дроби.

б) Существует ли такая дробь, первая цифра числителя которой совпадает со второй цифрой знаменателя?

в) Сколько существует таких дробей?

профиматика

Тренировочный вариант №2 от Профиматики

Ответы

