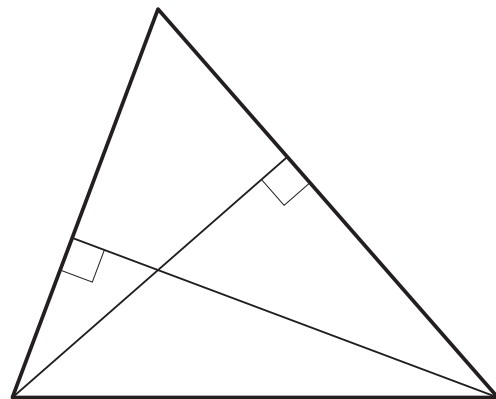


## Часть 1

- 1 В треугольнике со сторонами 4 и 6 проведены высоты к этим сторонам. Высота, опущенная на бóльшую из этих сторон, равна 3. Найдите высоту, опущенную на меньшую из этих сторон треугольника.

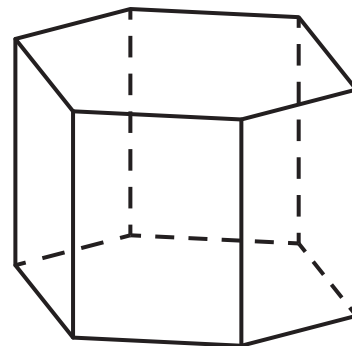


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Даны векторы  $\vec{a}(3; -2)$  и  $\vec{b}(-3; -4)$ . Найдите скалярное произведение векторов  $2\vec{a}$  и  $-3\vec{b}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите объём правильной шестиугольной призмы, стороны основания которой равны 4, а боковые ребра равны  $2\sqrt{3}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждого из участвующих городов, в том числе группы из Екатеринбурга, Москвы и Новосибирска. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Екатеринбурга будет выступать позже групп из Москвы и Новосибирска? Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 На фабрике керамической посуды 20% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 85% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

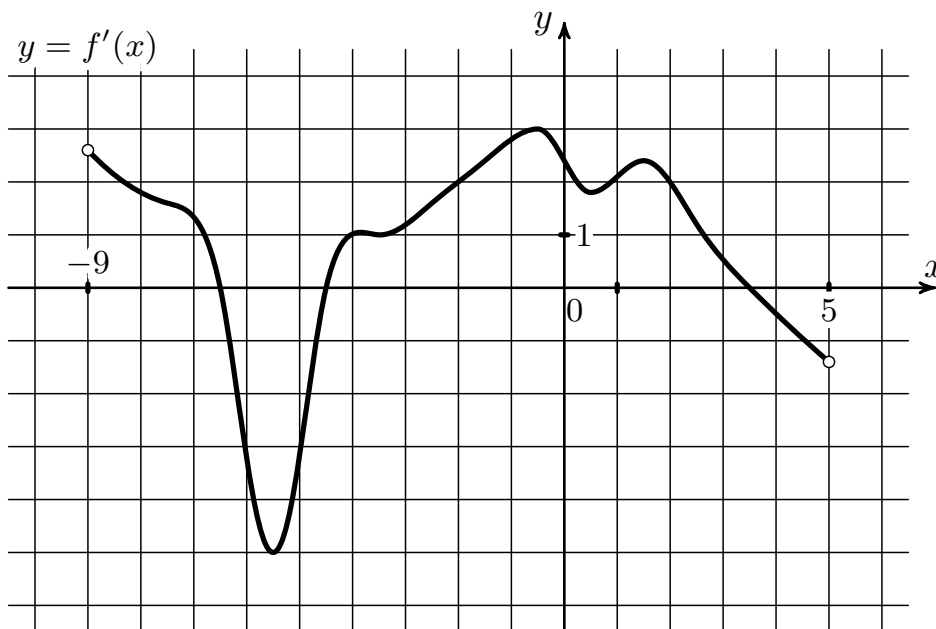
6 Найдите корень уравнения  $5^{3-2x} = 125^x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите значение выражения  $\frac{2 \sin(\alpha + 3\pi) - 2 \cos(-\frac{\pi}{2} + \alpha)}{5 \sin(\alpha - 2\pi)}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-9; 5)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



Ответ: \_\_\_\_\_.

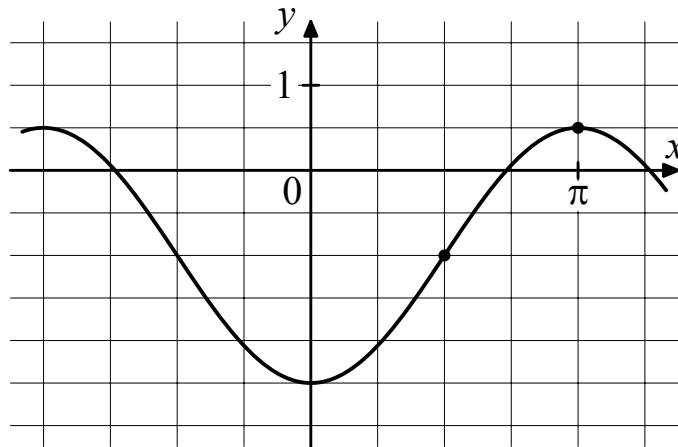
9 Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью  $v_0 = 59$  км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 4$  км/ч<sup>2</sup>. Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением  $S = v_0t + \frac{at^2}{2}$ . Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 30 км от города. Ответ дайте в минутах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Два человека отправляются из одного дома на прогулку до опушки леса, находящейся в 5,3 км от дома. Один идёт со скоростью 2,5 км/ч, а другой — со скоростью 2,8 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от дома произойдёт их встреча? Ответ дайте в километрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 На рисунке изображён график функции  $f(x) = a \cos x + b$ . Найдите  $a$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите наибольшее значение функции  $y = 3^{-139-24x-x^2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

13 а) Решите уравнение

$$5 \cos 2x + \sqrt{3} \cos (5\pi + x) = 4.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ .

14 Высота  $SA$  четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  перпендикулярна плоскости основания, в котором  $AB \parallel CD$ . Через ребро  $CD$  проведено сечение  $\phi$ , являющееся квадратом.

а) Докажите, что  $ABCD$  – прямоугольная трапеция.

б) Найдите угол между плоскостью  $BSC$  и основанием пирамиды, если тангенс угла между плоскостью  $\phi$  и основанием пирамиды равен  $\frac{3}{4}$ , а  $AB : CD = 4 : 3$ .

15 Решите неравенство

$$\frac{49\sqrt{4x+1}}{(4x^2-1)^2} \geq \frac{5\sqrt{4x+1}}{2x^4-x^2-1}.$$

16 1 ноября 2023 года Алесь и Сергей открыли в банке вклады на одну и ту же сумму. Банк 31 октября каждого года начисляет по их вкладам некоторый одинаковый процент  $r$ , который добавлялся к сумме вклада. Алесь 1 ноября 2024, 2025 и 2026 годов пополняла свой вклад на одну и ту же сумму. А Сергей сделал одноразовое пополнение 1 ноября 2025 года на сумму, большую одного пополнения Алеси в 3,05 раза. Найдите  $r$ , если известно, что 1 ноября 2027 года на вкладах Алеси и Сергея оказались одинаковые суммы.

17 Окружность, проходящая через вершины  $A$  и  $B$  прямоугольника  $ABCD$  пересекает сторону  $AD$  в точке  $M$ , а диагональ  $AC$  – в точке  $K$ . Прямая  $MK$  пересекает продолжение стороны  $CD$  в точке  $N$ .

а) Докажите, что  $\angle ABM = \angle CBN$ .

б) Найдите площадь четырёхугольника  $BKCN$ , если  $AB = 4$ ,  $AM = 1$  и  $MD = 5$ .

18 При каких значениях параметра  $a$  уравнение

$$\frac{\sqrt{16 - x^2 + 6x} - a - 2}{ax + x - 4a - 10} = 0$$

имеет единственное решение?

19 Алина взяла натуральное число и прибавила к нему произведение его цифр.

а) Может ли у Алины получиться 143?

б) Может ли у Алины получиться 133?

в) Найдите сумму всех чисел, которые могла взять Алина, если у нее получилось 338.

⇒ Разбор варианта от Профиматики



## ОТВЕТЫ

1. 4,5
2. 6
3. 144
4. 0,33
5. 0,96
6. 0,6
7. -0,8
8. -7
9. 30
10. 5
11. -1,5
12. 243
13. а)  $\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$ , б)  $\frac{17\pi}{6}; \frac{19\pi}{6}$
14.  $\operatorname{arctg} \frac{39}{20}$
15.  $[-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}; 1] \cup [\sqrt{2}; +\infty)$
16. 25
17.  $\frac{297}{26}$
18.  $a \in \{-2; 1; 2; 3\}$
19. а) Да; б) Нет; в) 841

