)

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже <u>образцу</u> в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

KNM

Ответ: **-0,8**

-0,8

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^{2}\alpha + \cos^{2}\alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^{2}\alpha - \sin^{2}\alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1 Найдите корень уравнения

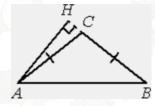
 $\sqrt[3]{x+3} = 5.$

Ответ:

2 В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что количество выпавших орлов меньше 2.

Ответ:

3 В треугольнике $ABC\ AC = BC$, AB = 20, высота AH равна 8. Найдите синус угла BAC.



Ответ: _____



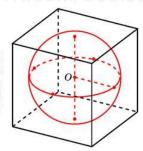


4 Найдите значение выражения

 $\frac{\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[4]{48}}{\sqrt[4]{24}}$

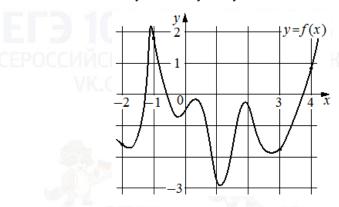
Ответ:

5 Шар, объем которого равен 35π , вписан в куб. Найдите объём куба.



Ответ:

На рисунке изображён график функции y = f(x). На оси абсцисс отмечены точки -2, -1, 3, 4. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ:

7 К источнику с ЭДС $\varepsilon = 115~\mathrm{B}$ и внутренним сопротивлением $r = 0.6~\mathrm{Om}$, хотят подключить нагрузку с сопротивлением $R~\mathrm{Om}$. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, даётся формулой $U = \frac{\varepsilon R}{R+r}$. При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее $100~\mathrm{B}$? Ответ выразите в омах.

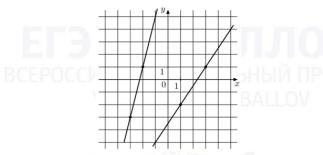
Ответ:

8 Имеется два сосуда. Первый содержит 60 кг, а второй — 20 кг растворов кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 30% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 45% кислоты. Сколько процентов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответ:



9 На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



Ответ:

B магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Ответ:

11 Найдите наименьшее значение функции

$$y = (3x^2 + 21x - 21)e^x$$
 на отрезке $[-5; 3]$.

Ответ: _____

He забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12—18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

а) Решите уравнение

$$2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - \cos x = \sqrt{3}\sin 2x - 1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

- Все рёбра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ имеют длину 6. Точки M и N середины рёбер AA_1 и A_1C_1 соответственно.
 - а) Докажите, что прямые ВМ и МN перпендикулярны.
 - б) Найдите угол между плоскостями ВМN и АВВ₁.
- 14 Решите неравенство

$$(25^x - 4 \cdot 5^x)^2 + 8 \cdot 5^x < 2 \cdot 25^x + 15.$$

- В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4,5 млн рублей на срок 9 лет. Условия его возврата таковы:
 - каждый январь долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
 - в июле каж<mark>дого г</mark>ода долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите r, если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,4 млн рублей, а наименьший – не менее 0,6 млн рублей.



- В трапеции *ABCD* с основаниями *BC* и *AD* углы *ABD* и *ACD* прямые. 16
 - а) Докажите, что AB = CD.
 - б) Найдите AD, если AB = 2, BC = 7.
- Найдите все значения а, при каждом из которых уравнение 17

$$x^{2} + (a + 7)^{2} = |x - 7 - a| + |x + a + 7|$$

имеет единственный корень.

- Множество чисел назовём хорошим, если его можно разбить на два подмножества с одинаковым произведением чисел.
 - а) Является ли множество {100; 101; 102; ...; 199} хорошим?
 - б) Является ли множество {2; 4; 8; ...; 2²⁰⁰} *хорошим*?
 - в) Сколько хороших четырёхэлементных подмножеств у множества {1; 3; 4; 5; 6; 7; 9; 11; 12}?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтёрского проекта «ЕГЭ 100 баллов» https://vk.com/ege100ballov и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим! Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-10175642 47937899 (также доступны другие варианты для скачивания)

	СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:						
ФИО:	Евгений Пифагор						
Предмет:	Математика						
Стаж:	10 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ						
Регалии:	Набрал 98 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) 55 учеников набрали 90-100 баллов на ЕГЭ 2021 Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике						
Аккаунт и группа ВК:	https://vk.com/eugene10 https://vk.com/shkolapifagora						
Ютуб и инстаграм:	https://www.youtube.com/c/pifagor1 https://www.instagram.com/shkola_pifagora/						





Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Каждое из заданий 1-11 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Верный ответ на каждое задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение	решение должно быть математически грамот случаи должны быть рассмотрены. Методы р
1	122	V	формы записи ответа могут быть разны
2	0,5		обоснованно получен правильный ответ,
3	0,4		количество баллов. Правильный ответ пр
4	2		оценивается в 0 баллов.
5	210		Эксперты проверяют только ма представленного решения, а особенности з
6	-1		При выполнении задания могут использ
7	4	nen :- D	ссылок любые математические факты, содерж
8	WEGGEN 15		пособиях, входящих в Федеральный перечени
9	APIASIAKA-5		использованию при реализации имеющих го
10	0,027		образовательных программ среднего общего
11	-21		
12	a) $\frac{\pi}{2} + \pi n, \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; \ n \in \mathbb{Z}$ 6) $\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}; \frac{11\pi}{3}$		
13	$\arccos \frac{\sqrt{10}}{4}$		
14	$(-\infty;0) \cup (\log_5 3;1)$		
15	20		
16	8		
17	{-9; -5}		
	а) нет		
18	б) да		
	в) 2		
1	vk.con	n/eg	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12-18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

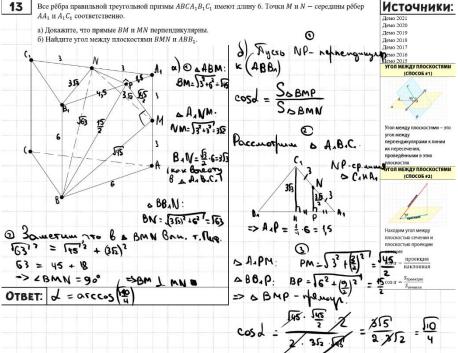
При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.





Болиг

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте a ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта a и пункта b	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2



Содержание критерия	ьаллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте δ	3
Получен обоснованный ответ в пункте δ ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта δ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта δ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте δ с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

	В июле планируется взять кредит в 9 лет. Условия его возврата таковы		на сумму 4,5	5 млн рублей на срок			Источники:
	 каждый январь долг возрастает 		. (1 + 10 по сравнени) ию с концом предыдуще	его года;		FIPI (старый банк) FIPI (новый банк) Основная волна 2019
	— с февраля по июнь каждого год	Ященко 2020 (36 вар) Ященко 2019 (36 вар)					
	— в июле каждого года долг долж ϵ Найдите r , если известно, что наи ϵ			7/-			Основная волна 2015
	наименьший — не менее 0,6 млн р	ублей.	и годовои п	атеж по кредиту состав			
Tyer	"(1+ 100) = a	820					gyxa ybokawyk
mat.	- necen hiorenca		, u	0,5	مېس	Bu. Harbecco	
2050	Cysus garra	_	[8]	0,5.0	⇒	4,50 -4	- Maud mater
Juan	4,5 man	100	} m =	\$6 0,50		0,50	- HOUN, MASS
Sub	4,5 · a	3	Lu	0			
1 / 4	= 45.0 -4						
714	Bomes a y may	(4,5	a - 4 & 14	ſ	4,5 0 € 5,4	: 4,5
(D	4-0	1	0,50	≥0.6	Į	0,50 >96	1.2
2 M	264 a - 35			3	C	a < 1,2	
109 (u	3,5 mm				4	a > 1,2	
ی [ی	3,5a					=> a=1,2	
200 1	3,50 - 3						
\u	3				١.	+ 100 = 1,2	
						r	009
OTBET	20				1	- 0,2	1 = 20/6

Содержание критерия					
Обоснованно получен верный ответ					
Верно построена математическая модель					
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше					
Максимальный балл	2				





Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте δ	3
Получен обоснованный ответ в пункте δ ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта δ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта δ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте δ с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

17 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^2 + (a+7)^2 = x-7-a $	1 - 1 - 1 - 2 - 2		Источники: —	4
имеет единственный корень	/		FIPI (старый банк) FIPI (новый банк) Ященко 2019 (36 вар)	ַ
x2+(a+7)2- x-7-a - x+a+7 =c		a+71 -2) =0	Семёнов 2015 Основная волна 2013	П
Tyers $f(x) = x^2 + (\alpha + 1)^2 - x - 7 - \alpha - x + \alpha + 1 $		um 10+7		
f(-x)=(-x)2+(a+7)2-1-x-7-a -1-x+a+71	a=-1	a = -		Z
$= x^2 + (\alpha + 3)^2 - x + 3 + \alpha - x - \alpha - 3 $	17-01	۸=-	9. τ	J
=> f(-x)=f(x) => f(x) - Ternal P-yu	Messelm	, nu kow	or no series O)
	THEY CA	Lyger com	cre rotono. A	Ū
C O V I TOWX		or, F-= a me	C)
Comercement refere servas 6-de	x2 = x +			Ź
monces mese Loreko 60m 3101			<u> </u>	Ē
kohens x = 0	x 2 - 2 x			
	1×1 · (1×1 -			Ę,
Matain I . O C.				7,
Hangein, hu kaker U 12 -06.	x=0	x=+2	2 ス	5
	3 mm (X=-7 byger	3 pen \(\frac{2}{5}\)	Z
Com x = 0,70 0 + (042) = 1-2-01 + 0+21				7
$(0+1)^2 - 2 \alpha+7 = 0$		Cun a = -5,		
$\frac{ \alpha+3 ^2-2 \alpha+3 =0}{ \alpha+\alpha+\alpha }$				_
OTBET: -5 -9		(-21 + 1x+21		
£	-212	+ + +> _×	<u> </u>	_
$x_{5} + 4 = x+5 + x-5 $	un x <- 2,	x2+4=- x2+2x+		
x=0-eopine & sofere		X2+2x+1	4=0	Š
		(x+1)21	13-0	J
		01	, -0	
	~~-5€x €3	2		
	~~ ~(1 \int 2 \cdot)	70 x2+4=	-x + 2 + x + 2	
		(x = 0)	_ Cguarl.	
			- 0 repent	
2	· ×>2,	10 x + 4 =	x-2 + x+2	
		X5-7x+	u ≥0 <u></u>	=

Содержание критерия				
Обоснованно получен верный ответ				
С помощью верного рассуждения получено множество	2			
значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек				
С помощью верного рассуждения получены все граничные	2			
точки искомого множества значений а	2			
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого	1			
множества значений a	1			

0



Решение	не	соответс	ствует	НИ	одному	ИЗ	критериев,	0
перечисле	нных	к выше						U
					Ma	іксим	альный балл	4

18 Множество чисел назовём <i>хорошим</i> , если его можно разбить на два г а) Является ли множество {100; 101; 102; ; 199} <i>хорошим</i> ?	одмножества с одинаковым произвед	ением чисел.	Источники: FIPI (старый банк)
б) Является ли множество $\{2;4;8;\ldots;2^{200}\}$ хорошим?			FIPI (новый банк) Досрочная волна 2016
в) Сколько <i>хороших</i> четырёхэлементных подмножеств у множества			досрочная волна 2016
{1; 3; 4; 5; 6; 7; 9; 11; 12}?		١	
a) B gannow muoncecto muoro no	arox \$ 21.2200	77213	9199
. 1 1 100	23 2198	(50 . 24.	197/50/0
incer, normer 199	25 2196	mark 2	2 / 30 1/036
	2 2	no 9th 2.	2195 (hogica
\cap \circ	297 2464	298	2103
Uthobium 199 6 agua uz gbyz no	June 299: 2102	2100	. 2101
3, 3, 3, 8, 18,	J-Marketo	٠ <u>،</u> ا	
199	50·2 ²⁰⁴ -	whorkgeme	0 1
	30.5	welgarous of	u brown
Toron Ogue uz houstogenus o	1985 0 1	102-10-06	•]]]
Kharno 199 a affred RET, TP	B1 5,7 . 11	- 4000	were KOTOKY
It handegens Volgers he poli	un Mex chegu	www.checre	in ganner duces
Jan Jacobana sidelle his bur	10 11		2
	Ucraétes	{ 1;3,4	6;9;12}
	(. 2)	2	
	11;3 \	\ ×	
a) he abr.	71:42	₹ Ø	
OTBET: 8 Da	21.63	? Ø	
/	1 1 10 1	3 7	
B 2 (3,419,42 W 1,3,414	TA O N	··· \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \	
	51, 123	3431	
13:45 \$1:125 yuce 6000	{4;6}	{} &	
13.63 6 3	14:93	{3:12} yree (S L.C
(3,6)	, , ,	1 1	
13,95	\4;42}	{\ Ø	
3,125 {4,95 V			
	(6,9)	10	
	(6,32)	10	
	7,1,1, -		
	59:42}	۱ ه	
	{9;42}	٧ ٢	

Содержание критерия	Баллы	
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4	
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3	
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2	

Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта <i>a</i> ; – обоснованное решение пункта <i>б</i> ; – искомая оценка в пункте <i>в</i> ; – пример в пункте <i>в</i> , обеспечивающий точность предыдущей оценки	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

- 1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;
- 2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 12-18. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

