

ФИО ученика _____
 ФИО учителя _____
 Город/район _____
 Школа _____

Таблица полученных ответов

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

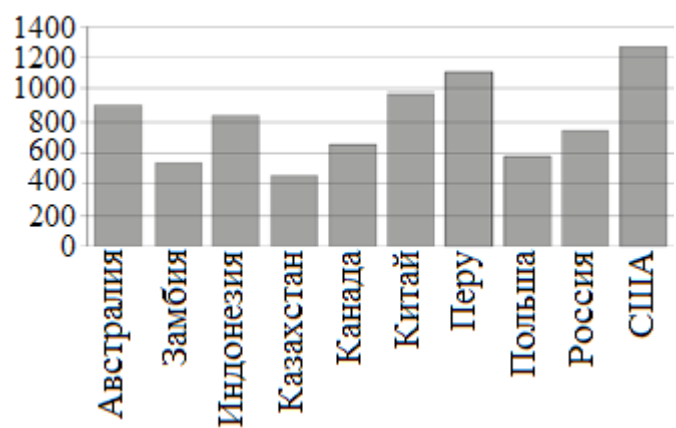
ВАРИАНТ 3

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь.

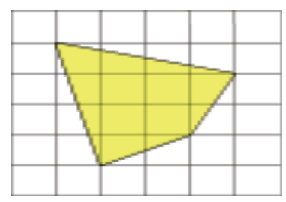
Часть 1

Задание 1. У Миши имеются только десятирублевые монеты. Сколько монет он должен заплатить за 3 коржика по 27 рублей, если у него есть десятипроцентная скидочная карта?

Задание 2. На диаграмме показано распределение выплавки меди (в тысячах тонн) в 10 странах мира в 2006 году. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимало Перу?



Задание 3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см×1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

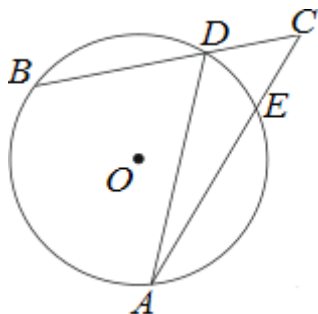


Задание 4. На конференцию приехали 3 ученых из Швеции, 6 из Франции и 6 из Испании. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что четвертым окажется доклад ученого из Испании.

Задание 5. Решите уравнение $\log_7(x^2 - 6) = \log_7 x$. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе напишите наименьший корень.

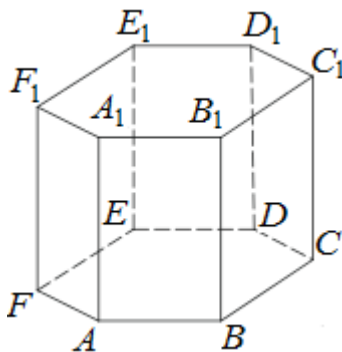
ФИО ученика _____

Задание 6. Угол ACB равен $14,5^\circ$. Градусная величина дуги AB окружности, не содержащей точек D и E , равна 117° . Найдите угол DAE . Ответ дайте в градусах.



Задание 7. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 8t^2 - 9t + 28$, где x — расстояние от точки отсчёта (в метрах), t — время движения (в секундах). Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 2$ с.

Задание 8. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, все ребра которой равны 8, найдите угол между прямыми FA и $D_1 E_1$. Ответ дайте в градусах.



Часть 2

Задание 9. Найдите $3\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ и $\alpha \in (\frac{3\pi}{2}; 2\pi)$.

Задание 10. При нормальном падении света с длиной волны $\lambda = 400$ нм на дифракционную решетку с периодом d нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом острый угол (отсчитываемый от перпендикуляра к решетке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума k связаны соотношением $d \sin \varphi = k\lambda$. Под каким минимальным углом φ (в градусах) можно наблюдать третий максимум на решетке с периодом, не превосходящим 2400 нм?

Задание 11. Компания "Альфа" начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания «Бета» начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 10000 долларов, и, начиная с 2004 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?

Задание 12. Найдите наименьшее значение функции $y = \sqrt[5]{\frac{x^2 + 121}{22x}} + 1$ на отрезке $[1; 20]$.

ФИО ученика _____

Для заданий 13-19 запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное и обоснованное решение. Решение и ответы записывайте четко и разборчиво.

Задание 13

а) Решите уравнение $\frac{3^{\cos x}}{9^{\cos^2 x}} = 4^{2\cos^2 x - \cos x}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{6}\right]$.

Задание 14

Дана правильная четырёхугольная пирамида $SABCD$ с вершиной S . Точка M расположена на SD так, что $SM:SD = 2:3$. P — середина ребра AD , а Q середина ребра BC .

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью MPQ — равнобедренная трапеция.

б) Найдите отношение объёмов многогранников, на которые плоскость MPQ разбивает пирамиду.

Задание 15

Решите неравенство $(4x - 7) \cdot \log_{x^2 - 4x + 5}(3x - 5) \geq 0$.

Задание 16

Дана трапеция $ABCD$ с основаниями BC и AD . Точки M и N являются серединами сторон AB и CD соответственно. Окружность, проходящая через точки B и C , пересекает отрезки BM и CN в точках P и Q (отличных от концов отрезков).

а) Докажите, что точки M , N , P и Q лежат на одной окружности.

б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника MPQ , если прямая DP перпендикулярна прямой PC , $AB = 25$, $BC = 3$, $CD = 28$, $AD = 20$.

Задание 17

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысяч рублей?

Задание 18

Найти все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{4x - 1} \ln(x^2 - 2x + 2 - a^2) = 0$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

Задание 19

В ящике лежат 68 овощей, масса каждого из которых выражается целым числом граммов. В ящике есть хотя бы два овоща различной массы, а средняя масса всех овощей равна 1000 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых меньше 1000 г, равна 944 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых больше 1000 г, равна 1016 г.

а) Могло ли в ящике оказаться поровну овощей массой меньше 1000 г и овощей массой больше 1000 г?

б) Могло ли в ящике оказаться ровно 15 овощей, масса каждого из которых равна 1000 г?

в) Какую наименьшую массу может иметь овощ в этом ящике?

ФИО ученика _____