

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

|    |   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|----|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 10 | - | 0 | , | 8 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|----|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

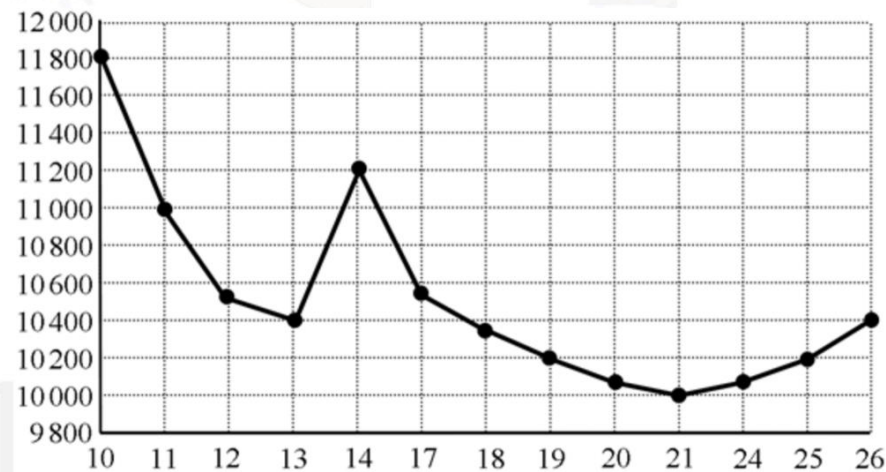
**Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.**

**Часть 1**

- 1 Одна таблетка лекарства содержит 1,4 мг активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,2 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку, возраст которого четыре месяца и вес 7 кг, в течение суток?

Ответ: \_\_\_\_\_.

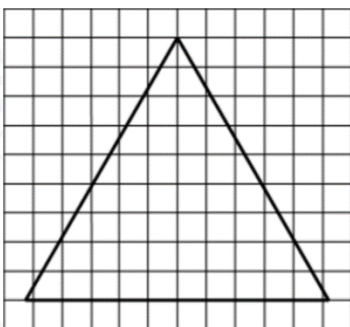
- 2 На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 10 по 26 ноября 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену никеля на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



Ответ: \_\_\_\_\_.



- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён равносторонний треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Стартер» по очереди играет с командами «Протор», «Ротор» и «Мотор». Найдите вероятность того, что «Стартер» будет начинать только вторую и последнюю игры.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения

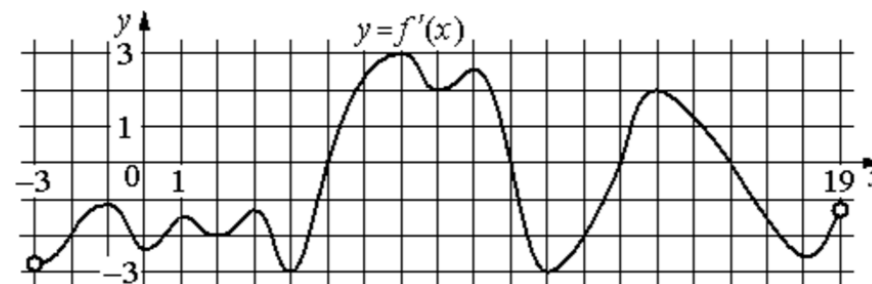
$$\lg(x + 11) = 1.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Стороны параллелограмма равны 5 и 10. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 3. Найдите высоту, опущенную на большую сторону параллелограмма.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  – производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 19)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-2; 15]$ .

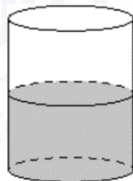


Ответ: \_\_\_\_\_.

vk.com/ege100ballov



- 8 В цилиндрический сосуд налили  $2800 \text{ см}^3$  воды. Уровень жидкости оказался равным 16 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 13 см. Найдите объём детали. Ответ выразите в куб. см.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.**

### Часть 2

- 9 Найдите значение выражения

$$\sqrt{108} \cos^2 \frac{\pi}{12} - \sqrt{27}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Водолазный колокол, содержащий  $\nu = 2$  моля воздуха при давлении  $p_1 = 1,75$  атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления  $p_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ , где  $\alpha = 13,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$  – постоянная,  $T = 300 \text{ К}$  – температура воздуха. Найдите, какое давление  $p_2$  (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 15960 Дж.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Девять одинаковых рубашек дешевле куртки на 10%. На сколько процентов одиннадцать таких же рубашек дороже куртки?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку минимума функции

$$y = 9x - 9 \cdot \ln(x + 3) + 4.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

vk.com/ege100ballov



Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  
 $\cos 4x - \cos 2x = 0$ .
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\frac{\pi}{2}; 2\pi]$ .
- 14 В треугольной пирамиде  $SABC$  известны боковые рёбра:  $SA = SB = 7$ ,  $SC = 5$ . Основанием высоты этой пирамиды является середина медианы  $CM$  треугольника  $ABC$ . Эта высота равна 4.
- а) Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.  
 б) Найдите объём пирамиды  $SABC$ .
- 15 Решите неравенство  
 $\log_{\sqrt[3]{8}}(\log_{\frac{1}{7}}(x+1)) \geq 3$ .
- 16 В прямоугольном треугольнике  $ABC$  точка  $M$  лежит на катете  $AC$ , а точка  $N$  лежит на продолжении катета  $BC$  за точку  $C$ , причём  $CM = BC$  и  $CN = AC$ . Отрезки  $CP$  и  $CQ$  – биссектрисы треугольников  $ACB$  и  $NCM$  соответственно.
- а) Докажите, что  $CP$  и  $CQ$  перпендикулярны.  
 б) Найдите  $PQ$ , если  $BC = 3$ , а  $AC = 5$ .

- 17 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
  - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
  - 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного его погашения равнялась 1 млн рублей?

- 18 Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$\frac{x^2 - a(a+1)x + a^3}{\sqrt{2+x-x^2}} = 0$$

имеет два различных корня.

- 19 Даны  $n$  различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ( $n \geq 3$ ).
- а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 10?  
 б) Каково наибольшее значение  $n$ , если сумма всех данных чисел меньше 1000?  
 в) Найдите все возможные значения  $n$ , если сумма всех данных чисел равна 129.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

vk.com/ege100ballov



**О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»**

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ЕГЭ 100 баллов» <https://vk.com/ege100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

**Нашли ошибку в варианте?**

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!

Для замечаний и пожеланий: [https://vk.com/topic-10175642\\_41259310](https://vk.com/topic-10175642_41259310)

(также доступны другие варианты для скачивания)

**СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:**

|                             |   |
|-----------------------------|---|
| <b>ФИО:</b>                 | Евгений Пифагор   |
| <b>Предмет:</b>             | Математика  |
| <b>Стаж:</b>                | 10-й год готовлю к ЕГЭ  |
| <b>Регалии:</b>             | Набрал 98 баллов на ЕГЭ по математике (профиль)<br><a href="#">20 учеников</a> набрали 90-99 баллов на ЕГЭ 2020<br>Высшее образование (ТГУ, 2009-2014)<br>Победитель трёх олимпиад по высшей математике |
| <b>Аккаунт и группа ВК:</b> | <a href="https://vk.com/eugene10">https://vk.com/eugene10</a><br><a href="https://vk.com/shkolapifagora">https://vk.com/shkolapifagora</a>  |
| <b>Ютуб и инстаграм:</b>    | <a href="https://youtube.com/c/pifagor1">https://youtube.com/c/pifagor1</a><br><a href="https://instagram.com/shkola_pifagora">https://instagram.com/shkola_pifagora</a>                                |

**Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)**

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

| Номер задания | Правильный ответ   | Видео решение |
|---------------|--|---------------|
| 1             | 6  |               |
| 2             | 11800  |               |
| 3             | 6  |               |
| 4             | 0,125  |               |
| 5             | -1   |               |
| 6             | 1,5  |               |
| 7             | 1  |               |
| 8             | 2275   |               |
| 9             | 4,5  |               |
| 10            | 7  |               |
| 11            | 10   |               |
| 12            | -2   |               |
| 13            | а) $n\pi, \pm \frac{\pi}{3} + n\pi; n \in Z$<br>б) $\pi; 2\pi; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}$ |               |
| 14            | $16\sqrt{6}$   |               |
| 15            | $\left(-1; -\frac{48}{49}\right]$  |               |
| 16            | $\frac{15}{4}$   |               |
| 17            | 0,8 млн  |               |
| 18            | $(-1; 0) \cup (0; 1) \cup (1; \sqrt{2})$   |               |
| 19            | а) да, пример: 1, 2, 3, 4<br>б) 44<br>в) 3; 6  |               |



### Решения и критерии оценивания заданий 13–19

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

- 13** а) Решите уравнение  $\cos 4x - \cos 2x = 0$   
 б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку  $[\frac{\pi}{2}; 2\pi]$

а)  $2\cos^2(2x) - 1 - \cos(2x) = 0$   
 Пусть  $\cos(2x) = t$   
 $2t^2 - t - 1 = 0$   
 $D = 9$   
 $t = 1$   
 $\cos 2x = 1$   
 $2x = 2\pi n$   
 $x = \pi n$

$t = -\frac{1}{2}$   
 $\cos 2x = -\frac{1}{2}$   
 $2x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$   
 $x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n$

**ОТВЕТ:** а)  $\pi n; \pm \frac{\pi}{3} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$   
 б)  $\pi; 2\pi; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}$

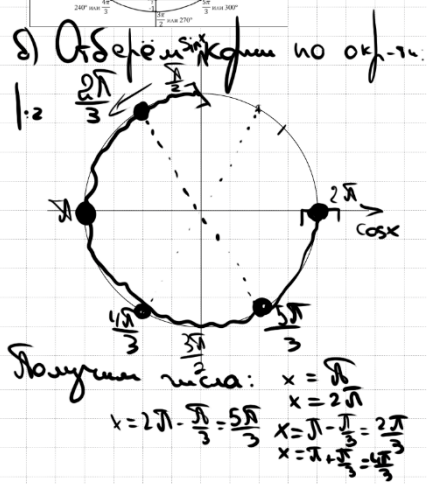
| Содержание критерия   | Баллы |
|---|-------|
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах  | 2     |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше   | 0     |
| Максимальный балл   |       |
|   | 2     |

**ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ОБЪЕМНОСТЬ**

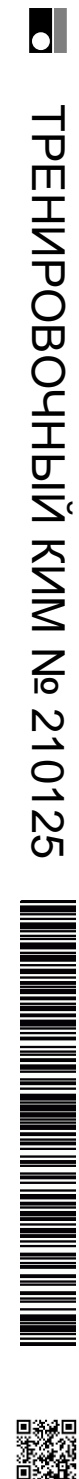
**Источники:**  
 Ященко 2020 (36 вар)  
 Ященко 2019 (36 вар)  
 Ященко 2019 (36 вар)

**ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА**

- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$
- $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$

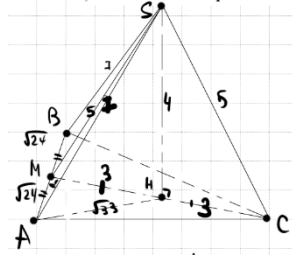


vk.com/ege100ballov



**14** В треугольной пирамиде  $SABC$  известны боковые рёбра:  $SA = SB = 7$ ,  $SC = 5$ . Основанием высоты этой пирамиды является середина медианы  $CM$  треугольника  $ABC$ . Эта высота равна 4.

- а) Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.  
 б) Найдите объём пирамиды  $SABC$ .



$\Rightarrow AB \perp CM$   
 $\Rightarrow CM$  - медиана и  
 высота  $\triangle ABC$   
 $\Rightarrow ABC$  - равност.  
 б) 1)  $\triangle SCK$ :  
 $CK = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$   
 $CM = 6$

а) 1) Рассмотрим  $\triangle ABS$  - равност.  
 $SM$  - медиана и высота

2)  $\triangle ASH$   
 $AH = \sqrt{7^2 - 4^2} = \sqrt{33}$

2)  $AB \perp SM$   
 $AB \perp SH \Rightarrow AB \perp (SM)$

3)  $\triangle AMH$ :  
 $AM = \sqrt{BS^2 - 3^2} = \sqrt{24}$

$V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SH$   
 $= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{24} \cdot 4$   
 $= 16\sqrt{6}$

**Источники:**

Основная волна 2017  
**ПРИЗНАК ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ**  
  
 Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости  
 Если  $\begin{cases} m \perp b \\ m \perp c, \text{ то } m \perp \alpha \\ b, c \end{cases}$

**ОТВЕТ:**  $16\sqrt{6}$

| Содержание критерия  | Баллы |
|--|-------|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б   | 2     |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта а ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше  | 0     |
| <i>Максимальный балл</i>   |       |
|  | 2     |

**15** Решите неравенство  $\log_{\sqrt[3]{8}}(\log_7(x+1)) \geq 3$

$\log_{\sqrt[3]{8}}(\log_7(x+1)) \geq 3$   
 $\log_{2^{\frac{1}{3}}}(\log_7(x+1)) \geq 3$   
 $\log_7(x+1) \geq 2^{\frac{1}{3} \cdot 3} = 2$   
 $\log_7(x+1) \geq 2$   
 $x+1 > 0$   
 $x+1 \leq \frac{1}{49}$   
 $x \leq -\frac{48}{49}$   
 2)  $x > -1$   
 Найдём пересечение

**ОТВЕТ:**  $(-1; -\frac{48}{49}]$

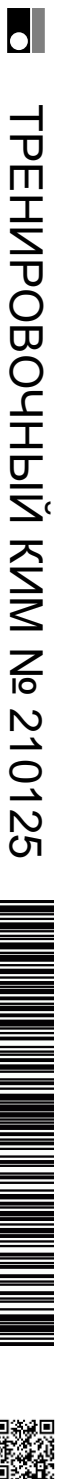
| Содержание критерия   | Баллы |
|---|-------|
| Обоснованно получен верный ответ  | 2     |
| Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / исключением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше   | 0     |
| <i>Максимальный балл</i>  |       |
|   | 2     |

При этом в первом случае выставления 1 балла допускаются только ошибки в строгости неравенства: «>» вместо «<=», или наоборот. Если в ответ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства не имеет смысла, то следует выставлять оценку «0 баллов».

**Источники:**

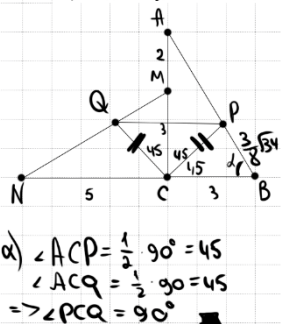
Ященко 2020 (36 вар)  
 Ященко 2020 (50 вар)  
 Ященко 2019 (36 вар)  
 Ященко 2019 (50 вар)  
 Ященко 2019 (14 вар)

vk.com/ege100ballov



**16** В прямоугольном треугольнике  $ABC$  точка  $M$  лежит на катете  $AC$ , а точка  $N$  лежит на продолжении катета  $BC$  за точку  $C$ , причём  $CM = BC$  и  $CN = AC$ . Отрезки  $CP$  и  $CQ$  – биссектрисы треугольников  $ACB$  и  $NCM$  соответственно.

- а) Докажите, что  $CP$  и  $CQ$  перпендикулярны.  
 б) Найдите  $PQ$ , если  $BC = 3$ , а  $AC = 5$ .



1)  $\triangle ABC$ :  
 $AB = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$

2)  $\cos \alpha$ :  
 $\frac{AP}{BP} = \frac{5}{3}$   
 $\Rightarrow BP = \frac{3}{8} AB = \frac{3}{8} \sqrt{34}$

3)  $\cos \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{\sqrt{34}}$

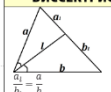
**ОТВЕТ:** 3,75.

| Содержание критерия   | Баллы |
|---|-------|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б  | 3     |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки   | 2     |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше   | 0     |
| <i>Максимальный балл</i>  |       |
|   | 3     |

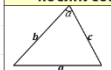
**Источники:**

Основная волна 2019

**ТЕОРЕМА О БИСSEKTRICE**



**ТЕОРЕМА КОСУНУСОВ**



1  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$   
 2  $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

4)  $\triangle BPC$ :  
 $\cos \alpha = \dots$

$PC^2 = \frac{9}{64} 34 + 9 - 2 \cdot \frac{3}{8} \sqrt{34} \cdot \frac{3}{8}$   
 $PC^2 = \frac{9 \cdot 17}{32} + 9 - \frac{27}{4}$   
 $PC^2 = \frac{9 \cdot 17}{32} - \frac{63}{32}$   
 $PC^2 = \frac{2 \cdot 25}{32}$   
 $PC = \frac{5}{4}$

5)  $\triangle ABC = \triangle CNM$   
 $\Rightarrow CQ = \frac{15}{4\sqrt{2}}$

6)  $\triangle CPQ$ :  
 $PQ = \sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2 + \left(\frac{15}{4\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{15}{4}$

**17**

15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного его погашения равнялась 1 млн рублей?

*Пусть S - сумма кредита*  
*7 число - день погашения*  
*Сумма долга*

| Дата | Сумма долга                 | ... |
|------|-----------------------------|-----|
| 15 я | S                           |     |
| 1 я  | 102 · S                     |     |
| 15 ф | $\frac{83}{24} S$           |     |
| 1 м  | $102 \cdot \frac{23}{24} S$ |     |
| 15 ф | $\frac{22}{24} S$           |     |
| 1 м  | $102 \cdot \frac{22}{24} S$ |     |
| 15 ф | $\frac{21}{24} S$           |     |

*Важная формула*  
 $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

**ОТВЕТ:** 0,8 млн

| Содержание критерия   | Баллы |
|---|-------|
| Обоснованно получен верный ответ  | 3     |
| Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат:<br>— неверный ответ из-за вычислительной ошибки;<br>— верный ответ, но решение недостаточно обосновано | 2     |
| Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено   | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше   | 0     |
| <i>Максимальный балл</i>  |       |
|   | 3     |

Несколько подробнее: 1 балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи. Именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, заданному функции и т.п. Грубо говоря, предъявленный текст должен включать направление, «продолжаемое» до верного решения. Оценка в 2 балла, разумеется, включает в себя условие выставления 1 балла, но существенно ближе к верному решению задачи.

Здесь предполагается завершённое, практически полное решение соответствующей математической задачи. Типичные допустимые погрешности здесь — вычислительные ошибки (при наличии всех шагов решения) или недостаточно полные обоснования.

Отметим, что термин «математическая модель», быть может, излишне высокочастотен для сравнительно простых задач экономического содержания, предлагаемых на ЕГЭ. Однако, по нашему мнению, он наиболее лаконичен, общеупотребим и достаточно ясен для того, чтобы попытаться отыскать ему адекватную замену. Следует подчеркнуть, что один и тот же сюжет может быть успешно сведен к различным математическим моделям и доведён до верного ответа. По этой причине в критериях проверки нигде нет жесткого упоминания о какой-либо конкретной (арифметической, алгебраической, геометрической, функциональной) модели.

Вообще, способов верного решения заданий этого типа никак не меньше, чем для привычных текстовых задач. Возможен и стиль, приближённый к высшей математике, и наивный подход, напоминающий арифметический способ решения текстовых задач, и метод, использующий специфические для математической экономики понятия (целевая функция, симплекс-метод и т.п.).

**Источники:**

ЕГЭ  
 оэпр  
 Основная волна 2019  
 СтатГрад 2019  
 Ященко 2020 (36 вар)

$O.C.B. = 1 \text{ млн}$

$1 \cdot 102S - \frac{23}{24}S + \frac{1}{24}S \cdot 102 \cdot 24 = 1$

$\left(\frac{25}{24} \cdot 102S - \frac{23}{24}S\right) \cdot 2 = 1$

$25 \cdot 0,51S - 11,5S = 1$   
 $12,75 \cdot S - 11,5S = 1$   
 $1,25 \cdot S = 1$   
 $S = \frac{1}{1,25} = 0,8 \text{ млн}$





18 Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$\frac{x^2 - a(a+1)x + a^3}{\sqrt{2+x-x^2}} = 0$$

имеет два различных корня.

$$\begin{cases} 1) x^2 - a(a+1)x + a^3 = 0 \\ 2) 2+x-x^2 > 0 \end{cases}$$

Решим 2)

$$\begin{cases} -x^2 + x + 2 > 0 \\ x^2 - x - 2 < 0 \end{cases} \quad | \cdot (-1)$$

$$\begin{cases} x^2 - x - 2 < 0 \\ -x^2 + x + 2 > 0 \end{cases}$$

Решим 1)

$$x^2 - a(a+1)x + a^3 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = a^2 + a \\ x_1 x_2 = a^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = a^2 \\ x_2 = a \end{cases} \quad \begin{matrix} a \neq 0 \\ a \neq 1 \end{matrix}$$

ОТВЕТ:  $(-1, 0) \cup (0, 1) \cup (1, \sqrt{2})$

| Содержание критерия  | Баллы |
|--|-------|
| Обосновано получен правильный ответ  | 4     |
| С помощью верного рассуждения получено множество значений $a$ , отличающееся от искомого конечным числом точек | 3     |
| С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений $a$                     | 2     |
| Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений $a$                                    | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше  | 0     |
| Максимальный балл  |       |
|  | 4     |

Источники:

Основная волна (Резерв) 2019

$$\begin{cases} 4) -1 < a^2 < 2 \\ a^2 - 2 < 0 \end{cases}$$

Найдем пересечение

19 Даны  $n$  различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ( $n \geq 3$ ).

- Может ли сумма всех данных чисел быть равной 10?
- Каково наибольшее значение  $n$ , если сумма всех данных чисел меньше 1000?
- Найдите все возможные значения  $n$ , если сумма всех данных чисел равна 129.

Источники:

ЕГЭ Пробный ЕГЭ 2015

Основная волна 2013

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

|   |                                       |
|---|---------------------------------------|
| 1 | $a_n = a_1 + d \cdot (n-1)$           |
| 2 | $S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$ |
| 3 | $d = \frac{a_n - a_m}{n - m}$         |

а) Если  $n=3$ , то

$$a_1 + a_2 + a_3 = 10$$

$$a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) = 10$$

$$3a_1 + 3d = 10$$

Если  $n=4$ , то

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 10$$

$$a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) = 10$$

$$4a_1 + 6d = 10$$

а)  $a_1 = 1, d = 1$

|       | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-------|---|---|---|---|
| $a_1$ | 1 | 2 | 3 | 4 |

б)  $S_n < 1000$

$$\frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n < 1000 \quad | \cdot 2$$

$$(a_1 + a_n) \cdot n < 2000$$

$$(2a_1 + d \cdot (n-1)) \cdot n < 2000$$

Чем меньше  $a_1$  и  $d$ , тем больше  $n$

$\Rightarrow a_{1, \min} = 1$

$d_{\min} = 1$

$$(2 \cdot 1 + 1 \cdot (n-1)) \cdot n < 2000$$

$$(1+n) \cdot n < 2000$$

$$n^2 + n - 2000 < 0$$

$$D = 8001$$

$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{8001}}{2}$$

Оценим значение

$$89 < \sqrt{8001} < 90$$

$$88 < -1 + \sqrt{8001} < 89 \quad | \cdot \frac{1}{2}$$

$$44 < \frac{-1 + \sqrt{8001}}{2} < 44,5$$

$\Rightarrow n = 44$   
max

ОТВЕТ: а) Да, 1 2 3 4  
б) 44  
в) 3; 6

| Содержание критерия  | Баллы |
|--|-------|
| Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты   | 4     |
| Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов   | 3     |
| Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов   | 2     |
| Верно получен один из следующих результатов:<br>– обоснованное решение пункта а;<br>– обоснованное решение пункта б;<br>– исковая оценка в пункте в;<br>– пример в пункте в, обеспечивающий точность предыдущей оценки | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше  | 0     |
| Максимальный балл  |       |
|  | 4     |

б)  $S_n = 129$

$$\frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = 129 \quad | \cdot 2$$

$$(a_1 + a_1 + d \cdot (n-1)) \cdot n = 258$$

$$(2a_1 + d \cdot (n-1)) \cdot n = 258$$

1) Если  $n=3$ , то  $2a_1 + 2d = 86$

$$a_1 + d = 43$$

Решим  $a_1 = 1, d = 42$

2) Если  $n=6$ , то  $2a_1 + 5d = 43$

$$a_1 = 19, d = 1$$

19 20 21 22 23 24

3) Если  $n=43$ , то  $2a_1 + 42d = 6$

4) Если  $n=86$ ,  $n=129$ ,  $n=258$

|     |    |
|-----|----|
| 258 | 2  |
| 129 | 3  |
| 43  | 13 |
| 1   |    |

Делим 258:

12; 3; 6; 43; 86; 129; 258



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 13–19. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

ЕГЭ 100 БАЛЛОВ  
ВСЕРОССИЙСКИЙ ШКОЛЬНЫЙ ПРОЕКТ  
VK.COM/EGE100BALLOV



vk.com/ege100ballov

