

Найдите значение выражения  $\frac{9,6}{1,2}$ .

Решение.

$$\sqrt{6} \quad \frac{9,6}{1,2} = \frac{96}{12} = 8$$

Ответ: 8

Какому из данных промежутков принадлежит число  $\frac{7}{11}$ ?

- 1)  $[0,4; 0,5]$    2)  $[0,5; 0,6]$    3)  $[0,6; 0,7]$    4)  $[0,7; 0,8]$

Решение.

$$\begin{array}{r} 70 \overline{) 11} \\ \underline{66} \phantom{0} \\ 40 \phantom{0} \\ \underline{33} \phantom{0} \\ 70 \phantom{0} \\ \underline{66} \phantom{0} \\ 40 \phantom{0} \\ \underline{33} \phantom{0} \\ 7 \end{array}$$

$$\frac{7}{11} \in [0,6; 0,7]$$

Ответ: 3

Найдите значение выражения  $\frac{7^4 \cdot 9^6}{63^4}$ .

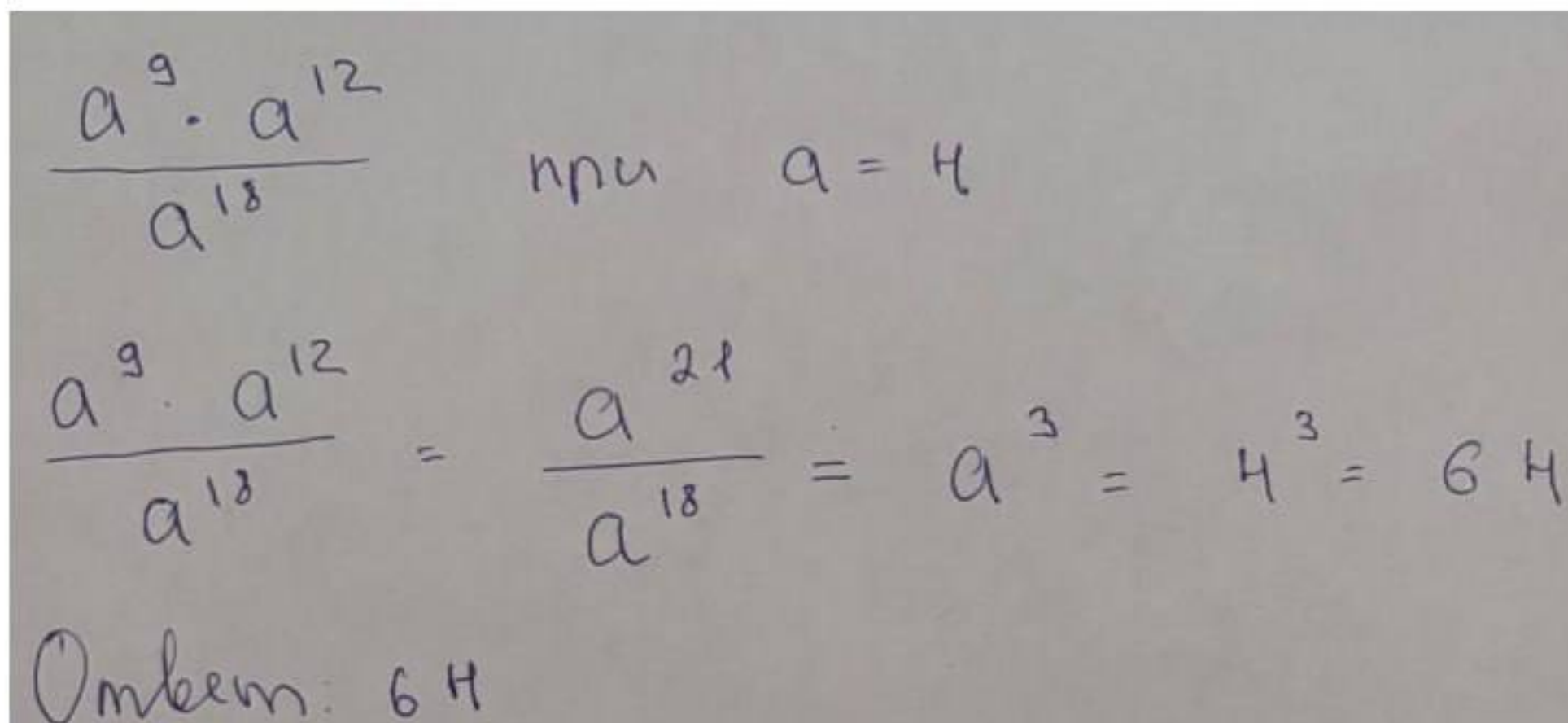
Решение.

$$\frac{7^4 \cdot 9^6}{63^4} = \frac{7^4 \cdot 9^6}{(7 \cdot 9)^4} = \frac{7^4 \cdot 9^6}{7^4 \cdot 9^4} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 7^{4-4} \cdot 9^{6-4} = 7^0 \cdot 9^2 = 1 \cdot 81 = 81$$

Ответ: 81

Найдите значение выражения  $\frac{a^9 \cdot a^{12}}{a^{18}}$  при  $a = 4$ .

Решение.



$$\frac{a^9 \cdot a^{12}}{a^{18}} \quad \text{при } a = 4$$
$$\frac{a^9 \cdot a^{12}}{a^{18}} = \frac{a^{21}}{a^{18}} = a^3 = 4^3 = 64$$

Ответ: 64

Найдите значение выражения  $(\sqrt{8} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}$ .

Решение.

$$\begin{aligned}(\sqrt{8} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} &= \sqrt{8} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{8 \cdot 2} - \sqrt{2 \cdot 2} = \sqrt{16} - \sqrt{4} = \\ &= 4 - 2 = 2\end{aligned}$$

Ответ: 2

Решите уравнение  $5x^2 = 35x$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший.

Решение.

$$5x^2 = 35x \text{ . Найти меньший корень.}$$

$$5x^2 = 35x \quad | :5$$

$$x^2 = 7x$$

$$x^2 - 7x = 0$$

$$x(x - 7) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x = 7$$

$$\text{Меньший: } x = 0$$

$$\text{Ответ: } 0.$$

Решите уравнение  $x^2 - 25 = 0$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший.

Решение.

№9

$x^2 - 25 = 0$ , по формуле разности квадратов:

$$(x - 5)(x + 5) = 0$$

$$x_1 = 5 \text{ или } x_2 = -5$$

Больший корень: 5

Ответ: 5

В лыжных гонках участвуют 11 спортсменов из России, 6 спортсменов из Норвегии и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из Норвегии или Швеции.

Решение.

Всего спортсменов:  $11 + 6 + 3 = 20$

$$P = \frac{\text{кол-во благоприятных исходов}}{\text{кол-во всех исходов}} = \frac{6+3}{20} = \frac{9}{20} = 0,45$$

Ответ: 0,45

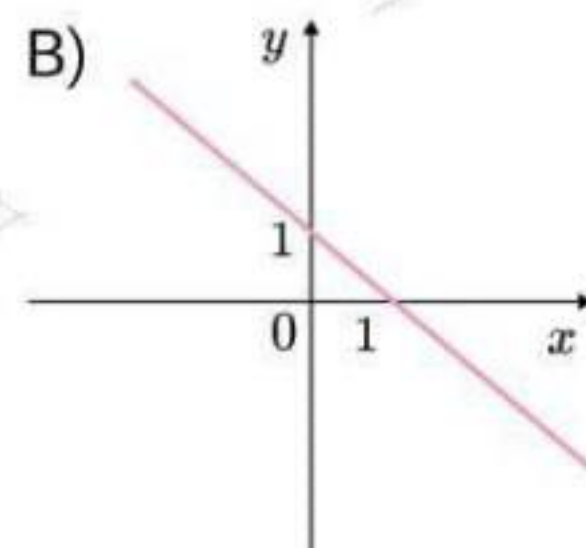
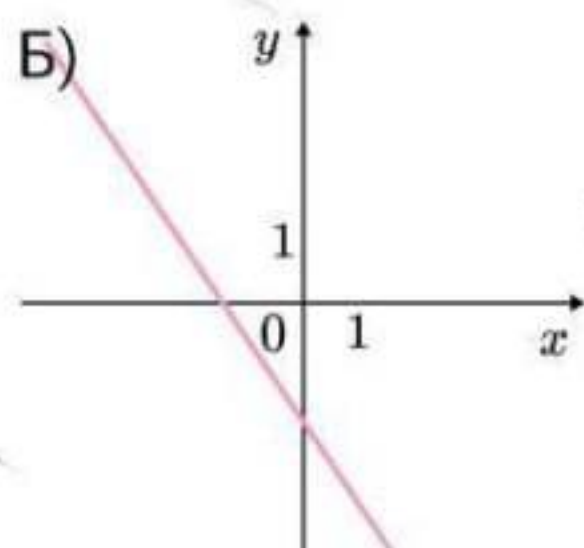
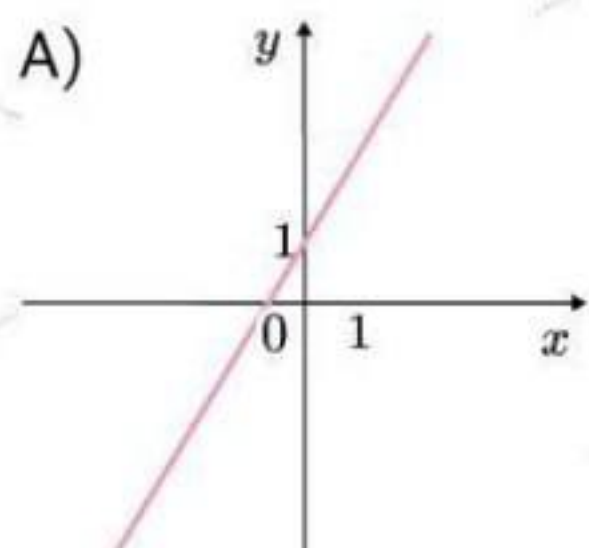
Родительский комитет закупил 25 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 21 с машинами и 4 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 25 детьми, среди которых есть Саша. Найдите вероятность того, что Саше достанется пазл с машиной.

Решение.

$$\frac{21}{25} = \frac{21 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{84}{100} = 0,84$$

Ответ: 0,84

На рисунках изображены графики функций вида  $y = kx + b$ . Установите соответствие между знаками коэффициентов  $k$  и  $b$  и графиками функций.



- 1)  $k < 0, b < 0$
- 2)  $k < 0, b > 0$
- 3)  $k > 0, b > 0$

**Решение.**

A) функция возрастает, пересечение с осью  $Oy$  при  $y > 0 \Rightarrow$   
 $k > 0, b > 0$  - 3

Б) функция убывает, пересечение с осью  $Oy$  при  $y < 0 \Rightarrow$   
 $k < 0, b < 0$  - 1

В) функция убывает, пересечение с осью  $Oy$  при  $y > 0 \Rightarrow$   
 $k < 0, b > 0$  - 2

Ответ: 312

Сила Архимеда, выталкивающая на поверхность погружённое в воду тело, вычисляется по формуле  $F = \rho g V$ , где  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$  — плотность воды,  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$  — ускорение свободного падения, а  $V$  — объем тела в кубических метрах.  $F$  измеряется в ньютонах. Найдите силу Архимеда, действующую на погруженное в воду тело объемом 0,5 куб. м. Ответ дайте в ньютонах.

Решение.

$$\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$$V = 0,5 \text{ м}^3$$

$$F = ?$$

$$F = \rho g V =$$

$$1000 \cdot 9,8 \cdot 0,5 =$$

$$98 \cdot 5 \cdot 10 = 4900 \text{ Н}$$

Ответ 4900

Центростремительное ускорение при движении по окружности (в  $\text{м/с}^2$ ) вычисляется по формуле  $a = \omega^2 R$ , где  $\omega$  — угловая скорость (в  $\text{с}^{-1}$ ),  $R$  — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус  $R$ , если угловая скорость равна  $4 \text{ с}^{-1}$ , а центростремительное ускорение равно  $64 \text{ м/с}^2$ . Ответ дайте в метрах.

Решение.

$$a = \omega^2 R \quad R = a / \omega^2$$

$$R = \frac{64 \text{ м/с}^2}{(4 \text{ с}^{-1})^2} = \frac{64 \text{ м/с}^2}{16 \text{ с}^{-2}} = 4 \text{ м}$$

Ответ: 4 м

Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} -35 + 5x > 0, \\ 6 - 3x > -3 \end{cases}$$

Решение.

$$\begin{cases} -35 + 5x > 0 \\ 6 - 3x > -3 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x > 35 \\ -3x > -9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 7 \\ x < 3 \end{cases}$$



Ответ: решений нет

Укажите решение неравенства  $-3 - x > 4x + 7$ .

- 1)  $(-\infty; -0,8)$     2)  $(-\infty; -2)$     3)  $(-2; +\infty)$     4)  $(-0,8; +\infty)$

Решение.

$$\begin{aligned} -3 - x &> 4x + 7 \\ -x - 4x &> +7 + 3 \\ -5x &> 10 \\ x &< \frac{10}{-5} \\ x &< -2 \rightarrow x \in (-\infty; -2) \end{aligned}$$

Ответ: 2

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается вдвое каждые 6 минут. В начальный момент масса изотопа составляла 480 мг.

Найдите массу изотопа через 36 минут. Ответ дайте в миллиграммах.

Решение.

$$1) \quad 36 : 6 = 6 - \text{к-во этапов}$$

$$2) \quad 480 : 2 = 240 - 1\text{-й этап}$$

$$240 : 2 = 120 - 2\text{-й этап}$$

$$120 : 2 = 60 - 3\text{-й этап}$$

$$60 : 2 = 30 - 4\text{-й этап}$$

$$30 : 2 = 15 - 5\text{-й этап}$$

$$15 : 2 = 7,5 - 6\text{-й этап}$$

Ответ: 7,5

Точки  $M$  и  $N$  являются серединами сторон  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$ , сторона  $AB$  равна 26, сторона  $BC$  равна 39, сторона  $AC$  равна 48.

Найдите  $MN$ .

Решение.

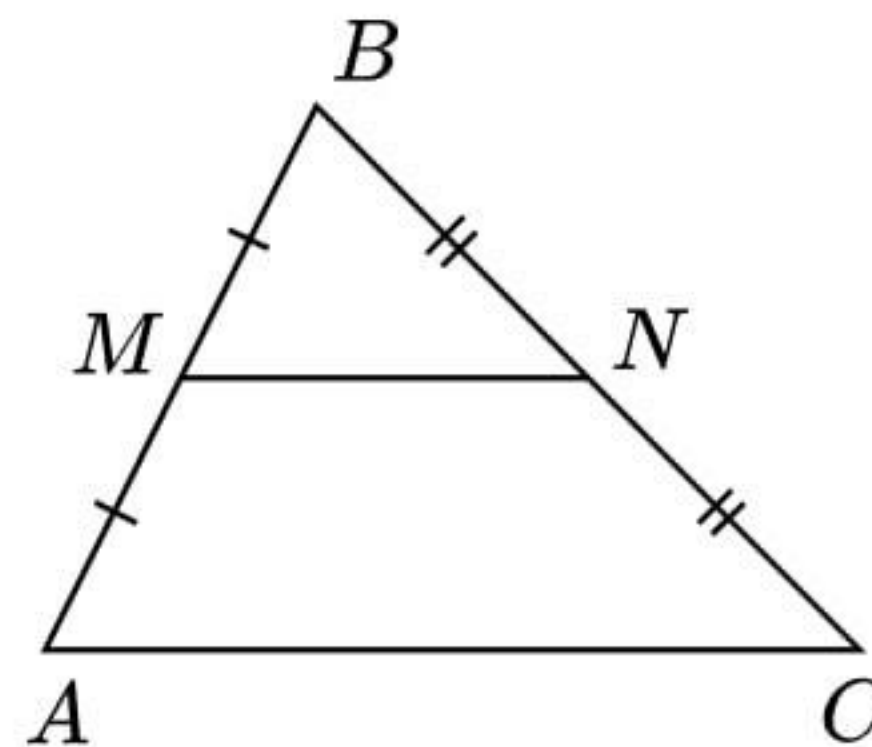
$MN$  - соединяет середины сторон  $AB$  и  $BC$ ,  
значит,  $MN$  - средняя линия.

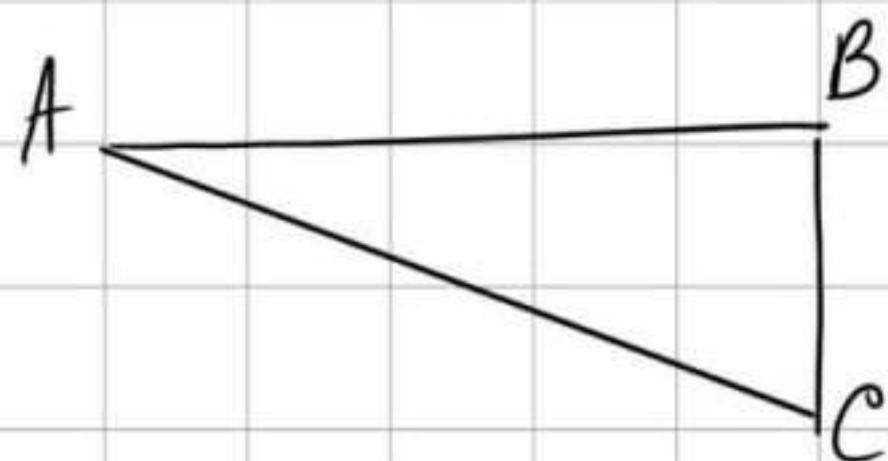
$$MN = \frac{1}{2} AC$$

$$MN = \frac{1}{2} \cdot 48$$

$$MN = 24$$

Ответ: 24.





Дано:  $AB = 15$ ,  $BC = 8$

Найти:  $AC$

по т. Пифагора:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC = \sqrt{15^2 + 8^2}$$

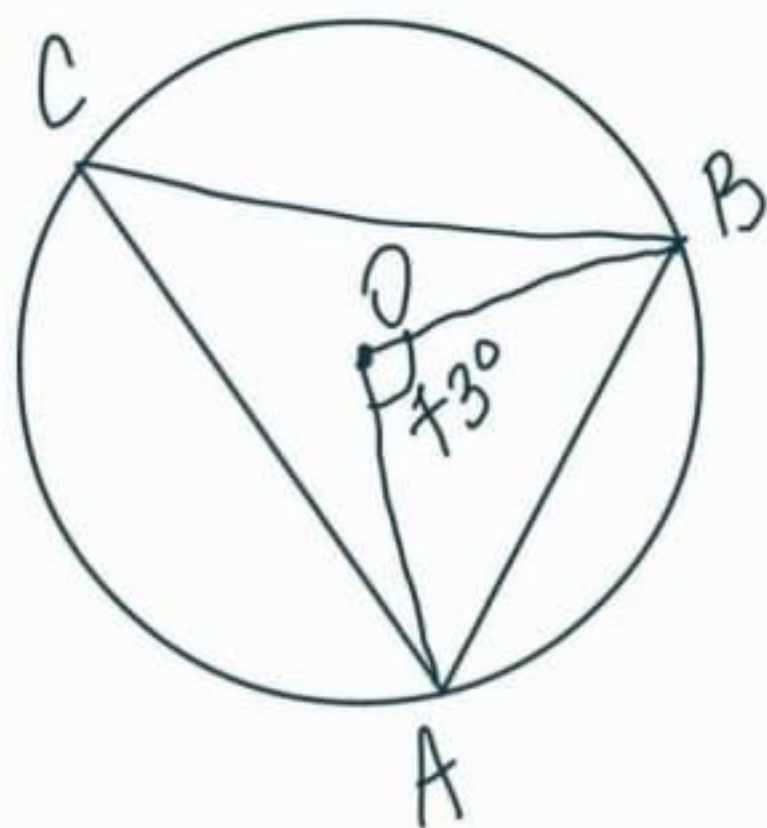
$$AC = \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289}$$

$$AC = 17$$

Ответ: 17.

Треугольник  $ABC$  вписан в окружность с центром в точке  $O$ . Точки  $O$  и  $C$  лежат в одной полуплоскости относительно прямой  $AB$ . Найдите угол  $ACB$ , если угол  $AOB$  равен  $73^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

Решение.



$$\angle ACB = \frac{\angle AOB}{2}$$
$$\angle ACB = \frac{73^\circ}{2} = 36,5^\circ$$

Ответ:  $36,5^\circ$

В окружности с центром в точке  $O$  отрезки  $AC$  и  $BD$  – диаметры. Угол  $AOD$  равен  $52^\circ$ . Найдите угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах

Решение.

$\angle AOD = \angle BOC$  (как вертикальные углы)

$\Rightarrow \angle BOC = 52^\circ$ .

Рассмотрим  $\triangle BOC$ :

$BO = CO$  (т. к. они радиусы)  $\Rightarrow \triangle BOC$  – р/б.

$\Rightarrow \angle OBC = \angle OCB$ .

Пусть  $\angle OBC = x \Rightarrow \angle OCB = x$ ,

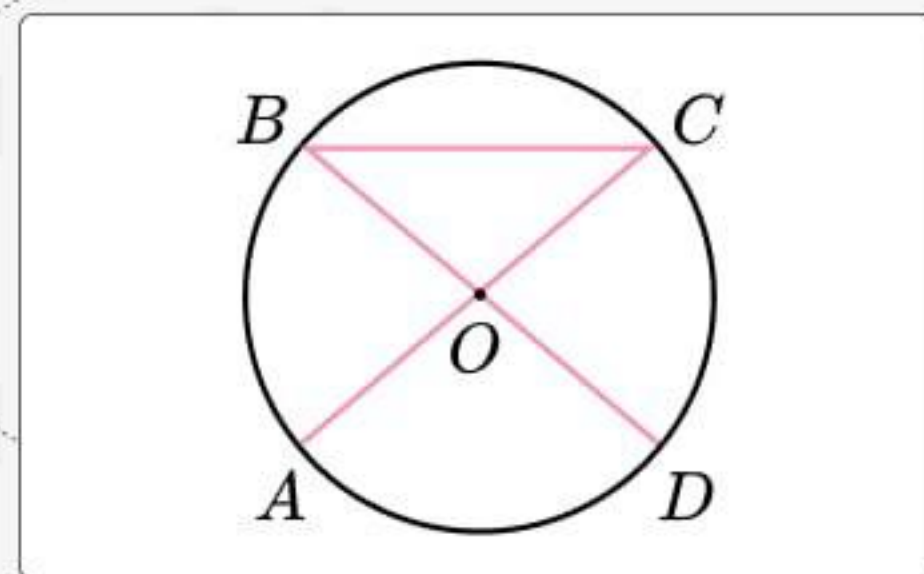
$x + x + 52^\circ = 180^\circ$ ,

$2x = 180^\circ - 52^\circ$ ,

$2x = 128^\circ$ ,

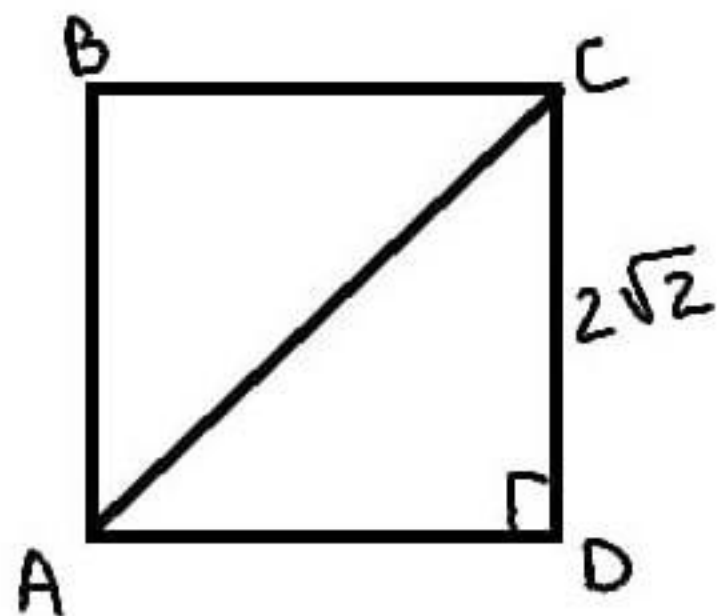
$x = 64^\circ \Rightarrow \angle OCB = 64^\circ$ .

Ответ:  $64^\circ$ .



Сторона квадрата равна  $2\sqrt{2}$ . Найдите диагональ этого квадрата.

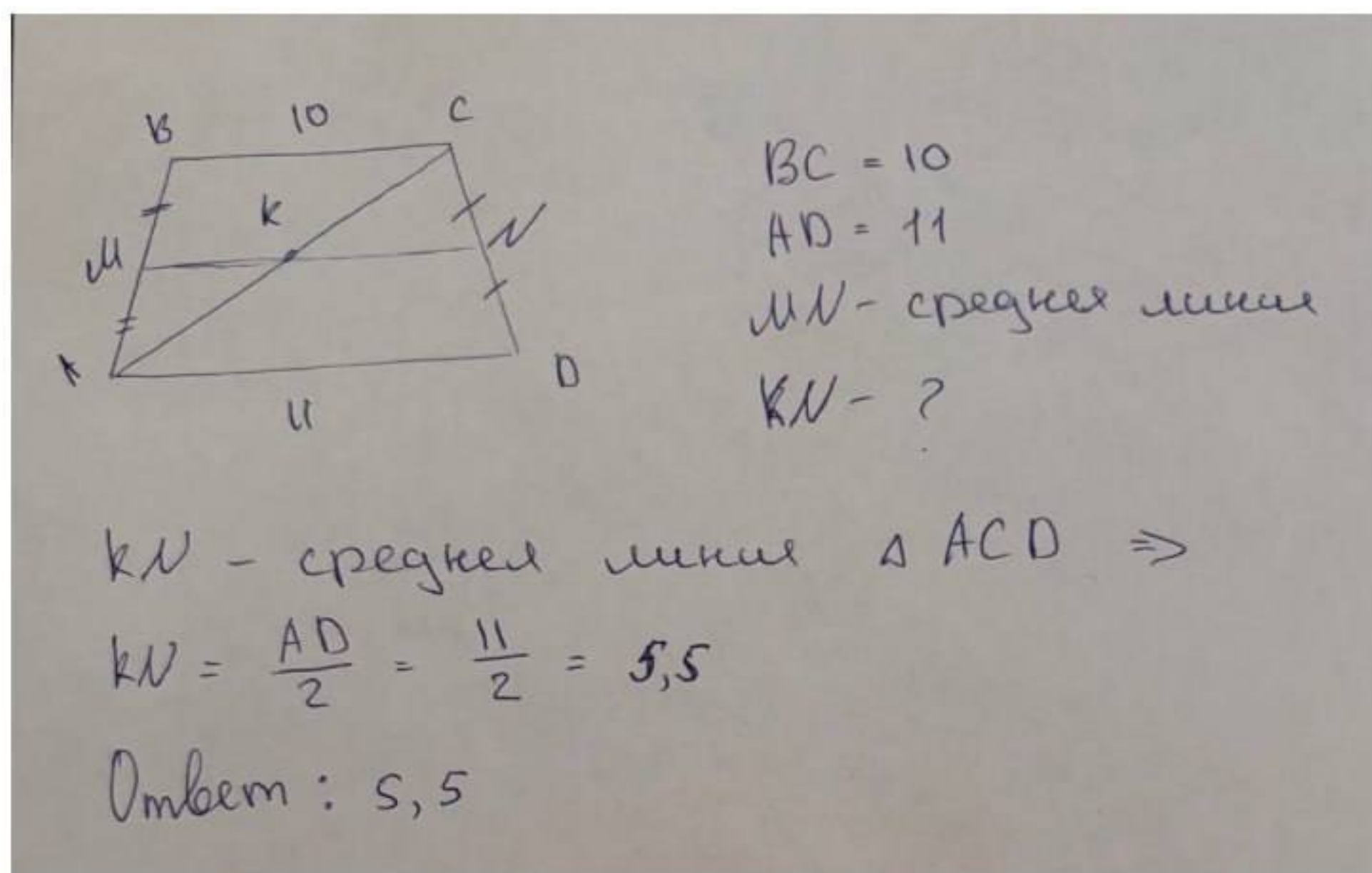
Решение.



$\triangle ADC$  - прямоуголь., по т. Пифагора:  
 $AD^2 + DC^2 = AC^2$   
 $(2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 = AC^2$   
 $AC^2 = 8 + 8$   
 $AC^2 = 16$   
 $AC = 4$   
Ответ: 4

Основания трапеции равны 10 и 11. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из ее диагоналей.

Решение.



Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна  $102^\circ$ . Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

Решение.



Сумма 2 углов  
 $102^\circ$   
Найти больший  $\angle$

Решение:

$$\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ \text{ (по св-ву рб трап.)}$$

$$\angle 1 + \angle 2 = 102^\circ$$

$$\angle 1 = \angle 2 \text{ (т.к. трап. рб)} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \angle 1 = \angle 2 = \\ \frac{1}{2} \cdot 102^\circ = 51^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} \angle 1 + \angle 4 = 180^\circ \\ \angle 1 = 51^\circ \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \angle 4 = 180^\circ - 51^\circ = \\ = 129^\circ \end{cases}$$

$$129^\circ > 51^\circ \Rightarrow \angle 4 > \angle 1 \Rightarrow$$

Ответ:  $129^\circ$   <sup>$129^\circ$  - искомое значение</sup>

Задание

№17 КИМ ОГЭ



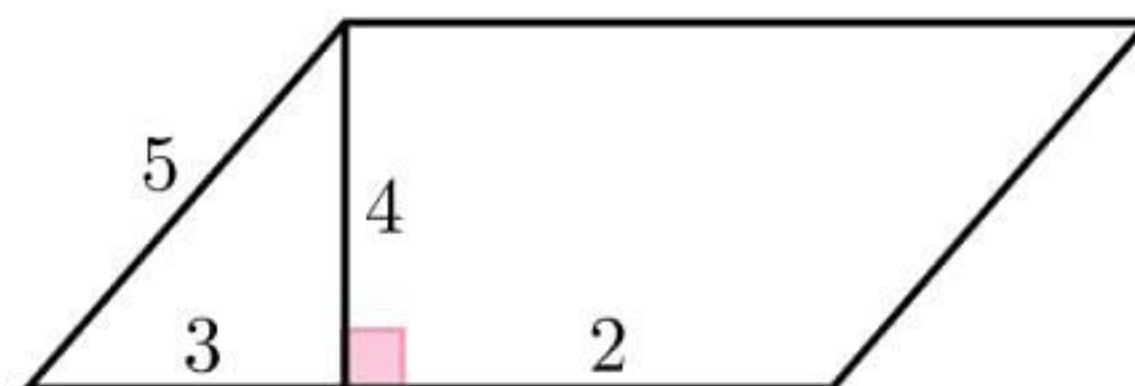
Найдите площадь параллелограмма.

Решение.

$$S = a \cdot h$$

$$S = (3+2) \cdot 4 = 5 \cdot 4 = 20$$

Ответ: 20



На клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{см} \times 1\text{см}$  изображены две точки.  
Найдите расстояние между ними.

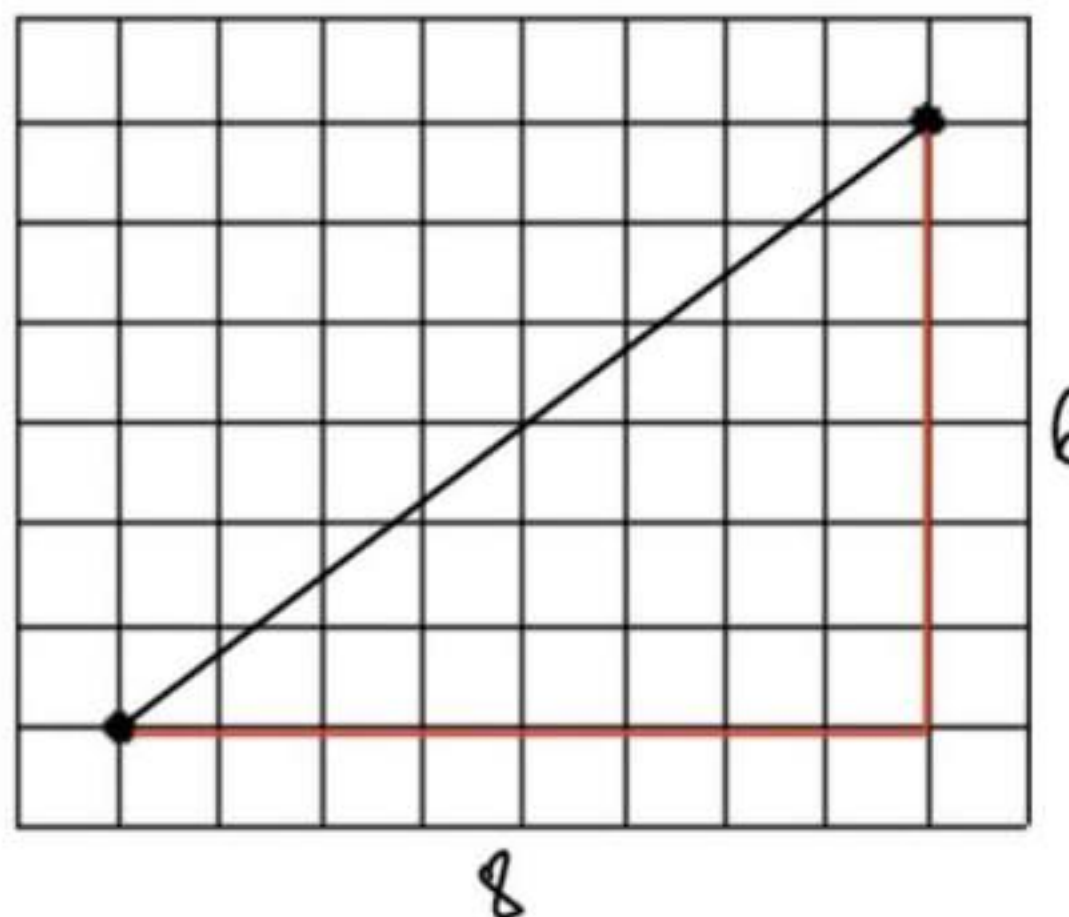
Решение.

По т. Пифагора:

$$6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100.$$

Следовательно расстояние равно 10.

Ответ. 10.



Решите уравнение  $x^3 + 4x^2 = 9x + 36$ .

Решение.

$$x^3 + 4x^2 = 9x + 36$$

$$x^2(x+4) = 9(x+4)$$

$$x^2(x+4) - 9(x+4) = 0$$

$$(x+4)(x^2-9) = 0$$

$$x+4=0 \quad \text{или} \quad x^2-9=0$$

$$x = -4 \quad x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

Ответ:  $-4; -3; 3$

Решите уравнение  $(x - 1)(x^2 + 8x + 16) = 6(x + 4)$ .

Решение.

$$\text{№20 } (x-1)(x^2+8x+16) = 6(x+4)$$

$$(x-1)(x+4)^2 - 6(x+4) = 0$$

$$(x+4)((x-1)(x+4) - 6) = 0$$

$$x+4=0 \quad \text{или} \quad (x-1)(x+4) - 6 = 0$$

$$x_1 = -4$$

$$x^2 + 4x - x - 4 - 6 = 0$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$D = 9 + 40 = 49$$

$$x_2 = \frac{-3 + \sqrt{49}}{2} = \frac{-3 + 7}{2} = 2$$

$$x_3 = \frac{-3 - \sqrt{49}}{2} = \frac{-3 - 7}{2} = -5$$

Ответ:  $-5; -4, 2$

Решите уравнение  $x^4 = (x - 6)^2$ .

**Решение.**

$$x^4 - (x - 6)^2 = 0 \Leftrightarrow (x^2)^2 - (x - 6)^2 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - x + 6)(x^2 + x - 6) = 0,$$

$$\begin{cases} x^2 - x + 6 = 0, & (1) \\ x^2 + x - 6 = 0. & (2) \end{cases}$$

1)  $x^2 - x + 6 = 0,$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 1 - 24 = -23 < 0,$$

Нет решений.

2)  $x^2 + x - 6 = 0,$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 1 + 24 = 25 = 5^2,$$

$$x_1 = \frac{-1 + 5}{2} = 2, \quad x_2 = \frac{-1 - 5}{2} = -3.$$

**Ответ:**  $-3; 2$ .

$$\frac{288}{x-4} + \frac{288}{x+4} = 3$$

$$\text{ОДЗ } x \neq 4$$

$$x \neq -4$$

$$288(x+4) - 288(x-4) = 3(x^2-16)$$

$$288x + 4 \cdot 288 - 288x + 4 \cdot 288 = 3x^2 - 48$$

$$1152 + 1152 - 3x^2 + 48 = 0$$

$$-3x^2 = -2352$$

$$x^2 = 784$$

$$x_1 = 28 \text{ км/ч}$$

$$x_2 = -28 - \text{ не подходит, т.к. скорость поезда -}$$

только

Ответ: 28 км/ч.

Моторная лодка прошла против течения реки 288 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 3 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

**Решение.**

№21

Пусть  $x$  км/ч - скорость лодки в неподвижной воде, тогда ее скорость против течения:  $x - 4$  км/ч, по течению:  $x + 4$  км/ч.

	$v$ , км/ч	$S$ , км	$t$ , ч
против течения.	$x - 4$	288	$\frac{288}{x - 4}$
по течению.	$x + 4$	288	$\frac{288}{x + 4}$

Так как на обратный путь по течению лодка затратила 3 часа меньше:

2)  $y = x^2 + 6x + 8$  графиком является парабола

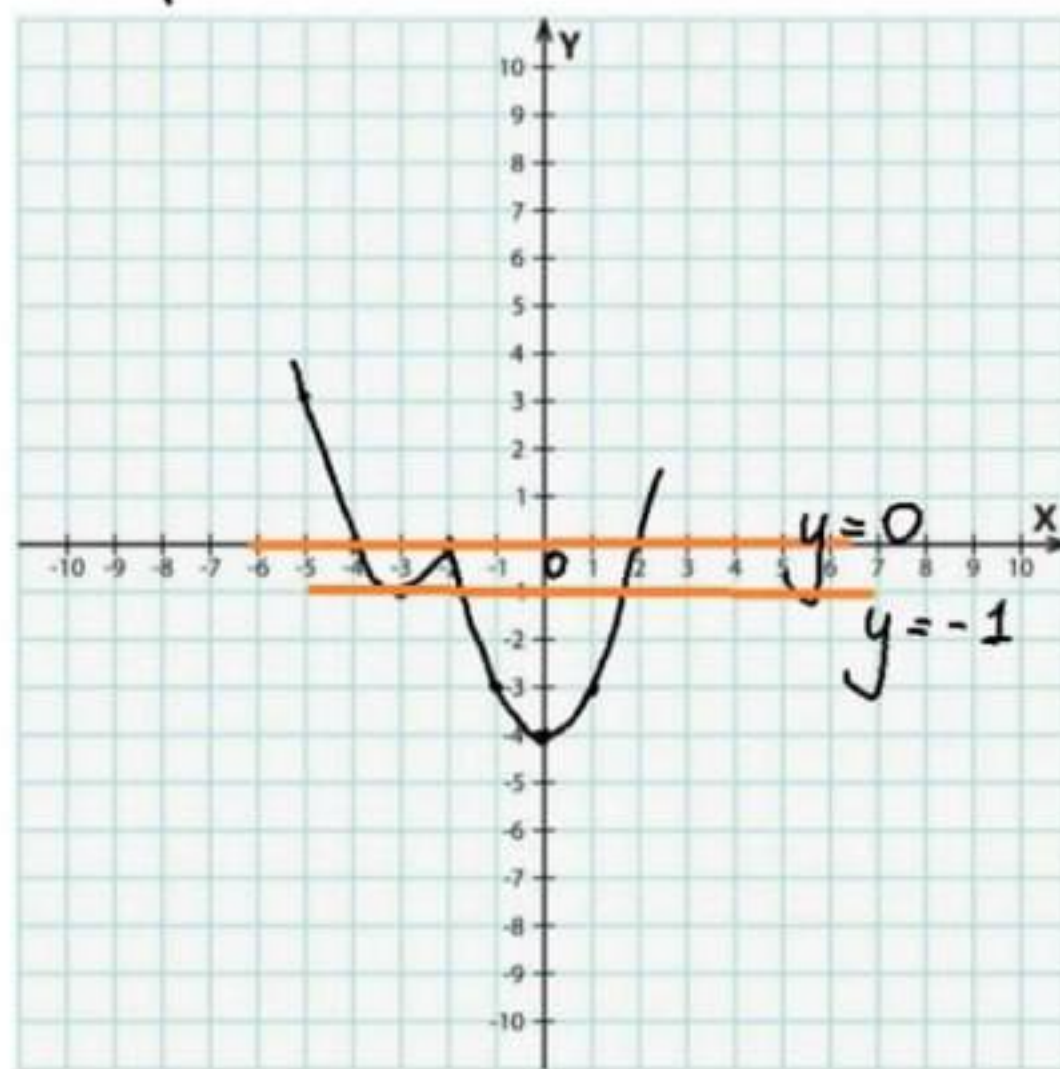
$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2 \cdot 1} = -3$$

$$y_v = (-3)^2 + 6 \cdot (-3) + 8 = 9 - 18 + 8 = -1$$

x	-2	-3	-4	-5
y	0	-1	0	3

$y = m$  - семейство прямых, параллельных оси  $Ox$

Ответ:  $m = 0$ ,  $m = -1$



Постройте график функции  $y = x^2 + 3x - 3|x + 2| + 2$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно три общие точки.

Решение.

$$y = x^2 + 3x - 3|x + 2| + 2$$

$$y = \begin{cases} x^2 + 3x - 3(x + 2) + 2, & x \geq -2 \\ x^2 + 3x - 3(-x - 2) + 2, & x < -2 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} x^2 - 4, & x \geq -2 \\ x^2 + 6x + 8, & x < -2 \end{cases}$$

1)  $y = x^2 - 4$  графиком функции является парабола

$x$	-2	-1	0	1	2
$y$	0	-3	-4	-3	0

$\angle BAM = \angle MAH$  (диагональ  $MA$  ромба является биссектрисой)

$$\angle BAD = 2 \cdot \angle MAH = 60^\circ$$

$\angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$  (односторонние углы при  $AD \parallel BC$  и секущей  $AB$ )

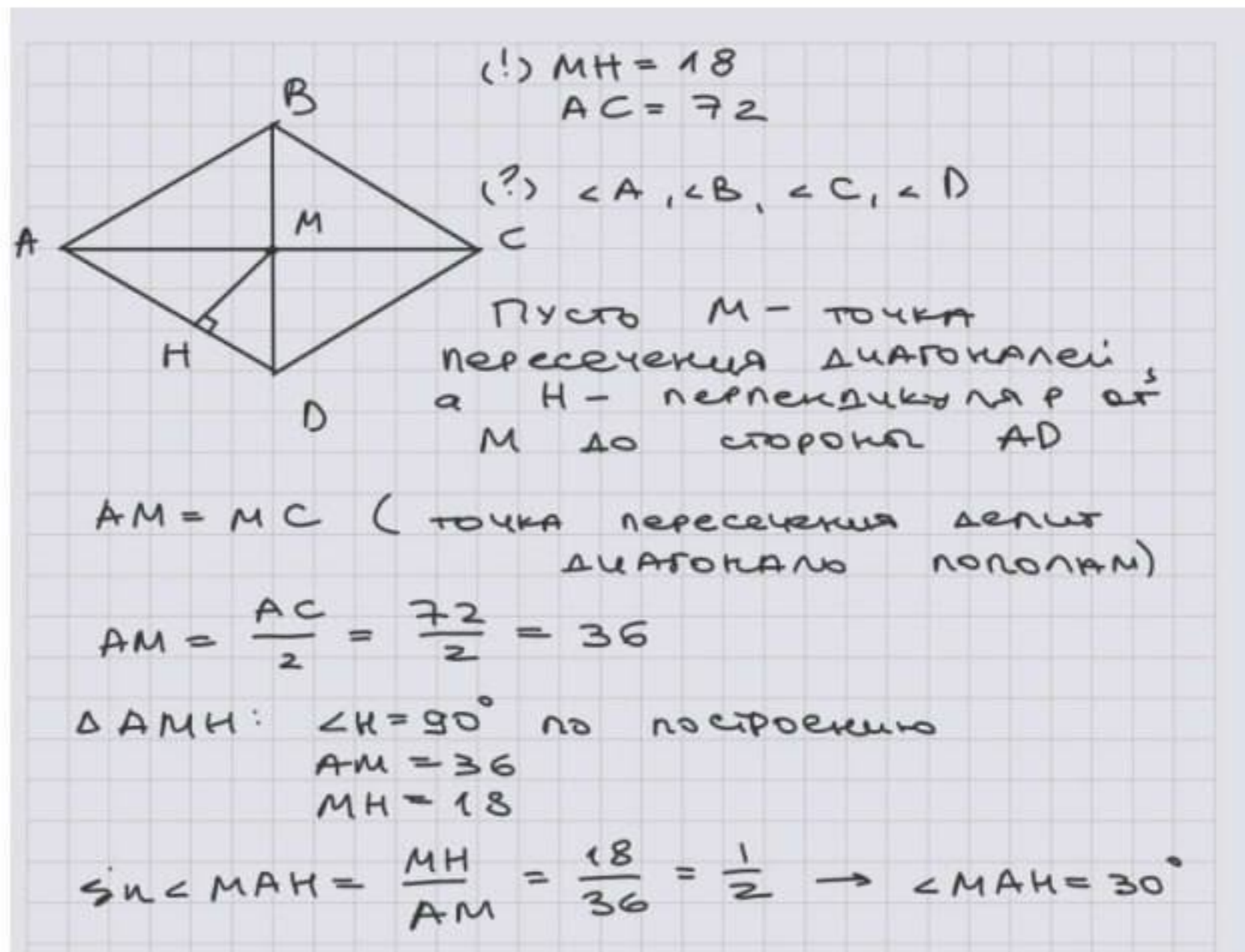
$$\angle ABC = 180^\circ - \angle BAD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

Противоположные углы ромба равны, поэтому  
 $\angle BCD = \angle BAD = 60^\circ$   
 $\angle CDA = \angle ABC = 120^\circ$

Ответ:  $60^\circ; 120^\circ; 60^\circ; 120^\circ$ ;

Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 18, а одна из диагоналей ромба равна 72. Найдите углы ромба.

Решение.



(!)  $MH = 18$   
 $AC = 72$

(?)  $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D$

Пусть  $M$  — точка пересечения диагоналей,  
 $H$  — перпендикуляр от  $M$  до стороны  $AD$

$AM = MC$  (точка пересечения делит диагональ пополам)

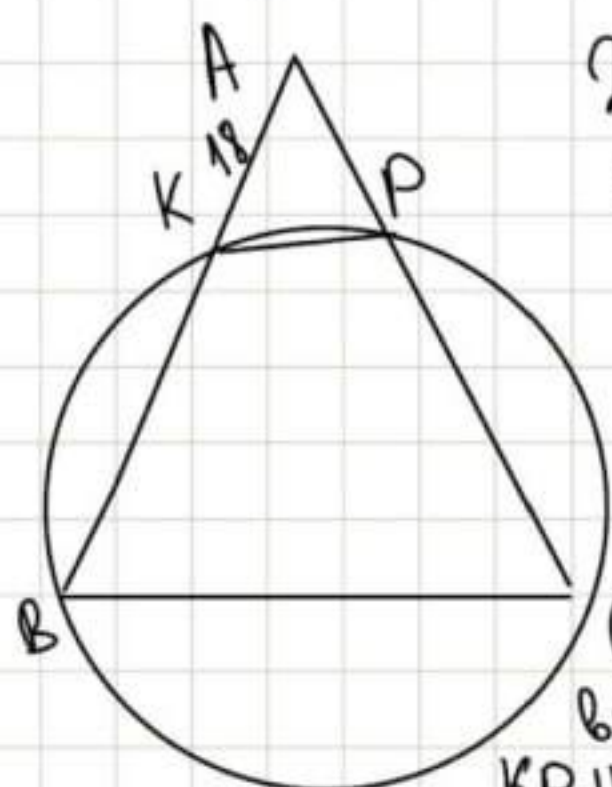
$AM = \frac{AC}{2} = \frac{72}{2} = 36$

$\triangle AMH$ :  $\angle H = 90^\circ$  по построению  
 $AM = 36$   
 $MH = 18$

$\sin \angle MAH = \frac{MH}{AM} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2} \rightarrow \angle MAH = 30^\circ$

Окружность пересекает стороны  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  в точках  $K$  и  $P$  соответственно и проходит через вершины  $B$  и  $C$ . Найдите длину отрезка  $KP$ , если  $AK = 18$ , а сторона  $AC$  в 1,2 раза больше стороны  $BC$ .

Решение.



Дано:  
 $AC = 1,2 \cdot BC$   
 $KP = ?$

Решение:

$KPCB$  впис. в  
 окр.  $\Rightarrow \angle ABC =$   
 $\angle ACB$  и  $\angle BKP =$   
 $\angle KPC$  (по св-ву  
 впис. четырехугольника)  
 $KP \parallel BC$

Рассм.  $\triangle AKP$  и  $\triangle ACB$

$\angle A$  - общий

$\angle AKP = \angle ABC$  (т.к.  $KP \parallel BC$ , а  $BA$   
 секущ.)

$\triangle AKP \sim \triangle ACB$  (по 2 углам)

$$\frac{AK}{AC} = \frac{AP}{AB} = \frac{KP}{BC} \quad \Rightarrow \quad \frac{KP}{BC} = \frac{18}{1,2 \cdot BC}$$

$$AK = 18$$

$$AC = 1,2 \cdot BC$$

$$KP = \frac{18 \cdot BC}{1,2 \cdot BC}$$

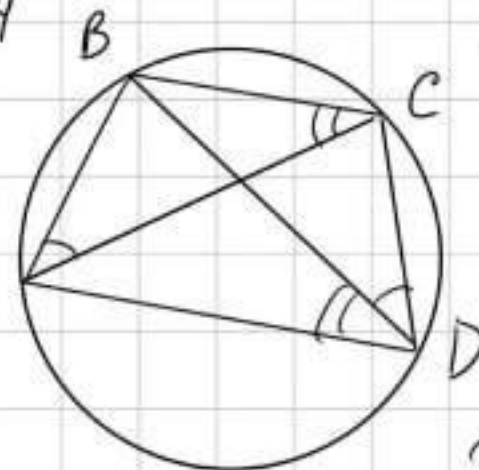
$$KP = \frac{18}{1,2} = 15$$

Ответ: 15

В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$  углы  $CDB$  и  $CAB$  равны. Докажите, что углы  $BCA$  и  $BDA$  равны.

Решение.

№24



Дано:  $ABCD$  - выпуклый  
четырехугольник,  
 $\angle CAB = \angle CDB$

Доказать:  $\angle BCA = \angle BDA$

Доказательство:

①  $ABCD$  - выпуклый (по условию)

②  $\angle CAB$  и  $\angle CDB$  опираются на дугу  $CB$  и равны (по условию)

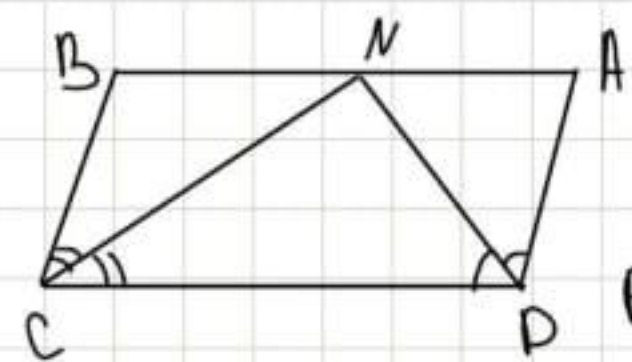
Значит,  $\angle CAB$  и  $\angle CDB$  - вписанные

Из ① и ② следует, что около  
четырехугольника  $ABCD$  можно  
описать окружность.

$\angle BCA = \angle BDA$  - как вписанные углы,  
опирающиеся на одну дугу  
ч.т.д.

Биссектрисы углов  $C$  и  $D$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $N$ , лежащей на стороне  $AB$ . Докажите, что  $N$  – середина  $AB$ .

Решение.



Док-ть:  
N – середина

Решение:

$AB \parallel CD$ , а  $ND$  секущая  $\Rightarrow \angle NDC = \angle DNA$   
 $\Rightarrow \angle DNA = \angle NDA \Rightarrow \triangle ADN \text{ р/б} \Rightarrow AD = AN$

$AB \parallel CD$ , а  $CN$  секущая  $\Rightarrow \angle NCD = \angle BNC$   
 $\angle BNC = \angle BCN \Rightarrow \triangle CBN \text{ р/б} \Rightarrow BC = BN$

$AD = AN$   
 $BC = BN$   
 $BC = AD$  (т.к.  $ABCD$  пар-м)  $\Rightarrow AN = BN$   
 $\Downarrow$   
 N – середина  
 ЧТД

$MN \perp BC$ ,  $BC$  — диаметр, поэтому делят  $MN$  пополам  $\rightarrow MD = DN = 18$

По т. о секущих:

$$AP \cdot AC = AM \cdot AP = (AD - MD) \cdot (AD + DN)$$

$$AP \cdot AC = 405$$

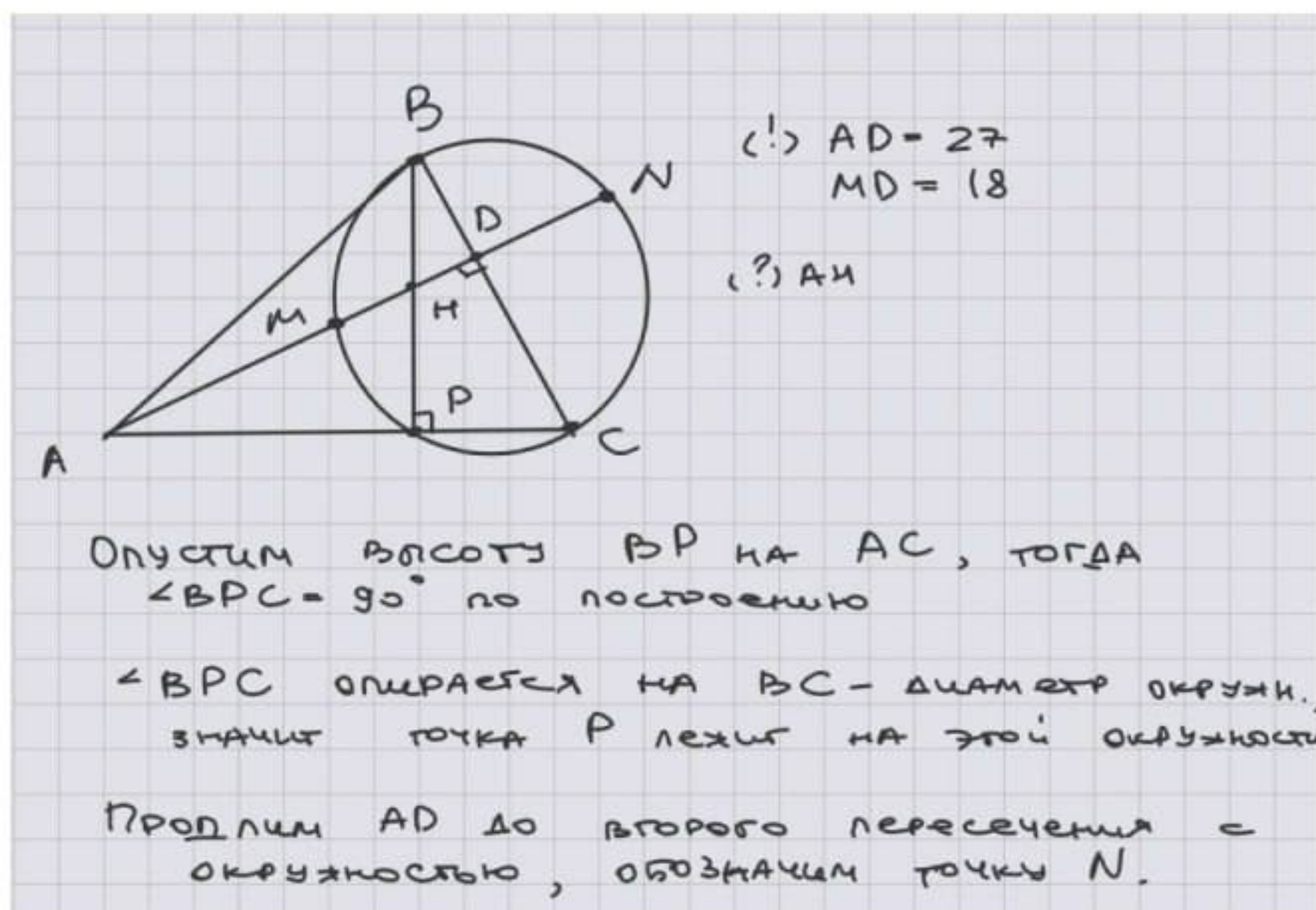
$\left. \begin{array}{l} \angle A - \text{общий} \\ \angle APH = \angle ADC = 90^\circ \end{array} \right\} \Delta APH \sim \Delta ADC$   
по двум углам

$$\frac{AH}{AC} = \frac{AP}{AD} \rightarrow AH = \frac{AC \cdot AP}{AD} = \frac{405}{27} = 15$$

Ответ: 15

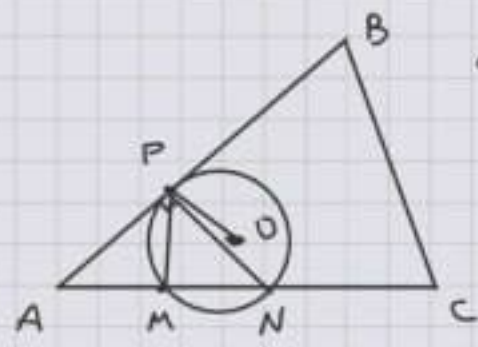
На стороне  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  ( $AB \neq AC$ ) как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту  $AD$  в точке  $M$ ,  $AD = 27$ ,  $MD = 18$ ,  $H$  — точка пересечения высот треугольника  $ABC$ . Найдите  $AH$ .

Решение.



Точки  $M$  и  $N$  лежат на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  на расстояниях соответственно 24 и 42 от вершины  $A$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $M$  и  $N$  и касающейся луча  $AB$ , если  $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{7}}{4}$ .

Решение.



$\begin{cases} AM = 24 \\ AN = 42 \\ \cos \angle BAC = \frac{\sqrt{7}}{4} \end{cases}$

Пусть  $O$  — центр окружности, а  $P$  — точка касания с  $AB$ .

По т. о касательной и секущей:  $AM \cdot AN = AP^2$

$$AP^2 = 24 \cdot 42$$

$$AP = \sqrt{24 \cdot 42} = 12\sqrt{7}$$

По т. косинусов в  $\triangle APR$ :

$$PM^2 = AP^2 + AM^2 - 2 \cdot AP \cdot AM \cdot \cos \angle PAM$$

$$PM^2 = 1008 + 576 - 2 \cdot 12\sqrt{7} \cdot 24 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$PM = \sqrt{576} = 24$$

По т. косинусов в  $\triangle APE$ :

$$PE^2 = AP^2 + AE^2 - 2 \cdot AP \cdot AE \cdot \cos \angle PAE$$

$$PE^2 = 1008 + 1764 - 2 \cdot 12\sqrt{7} \cdot 42 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$PE = \sqrt{1008} = 12\sqrt{7}$$

$AP = 12\sqrt{7} = PE$ , значит  $\triangle APE$  — равнобедр. с основанием  $AE$

Тогда  $\angle PAE = \angle PEA$ ,  $\cos \angle PEA = \frac{\sqrt{7}}{4}$

По основн. тригоном. тождеству:

$$\sin^2 \angle PEA + \cos^2 \angle PEA = 1$$

$$\sin^2 \angle PEA = 1 - \left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2$$

$$\sin^2 \angle PEA = \frac{16 - 7}{16} = \frac{9}{16}$$

$$\sin \angle PEA = \frac{3}{4}$$

По т. синусов в  $\triangle PNM$ :

$$\frac{PM}{\sin \angle PEM} = 2 \cdot R$$
, где  $R$  — радиус описан. окружности
$$\frac{24}{\frac{3}{4}} = 2 \cdot R$$

$$R = \frac{24 \cdot 4}{3 \cdot 2} = 16$$

Ответ: 16