

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

Основные постоянные

Гравитационная постоянная	$G = 6.672 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
Скорость света в вакууме	$c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Постоянная Стефана-Больцмана	$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
Астрономическая единица	$1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Парсек	$1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$

Данные о Солнце

Радиус	697 000 км
Масса	$1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
Светимость	$3.88 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
Эффективная температура	5800 К
Интегральный поток энергии на расстоянии Земли	1360 Вт/м^2

Данные о Земле

Тропический год	365.24219 суток
Период вращения	23 ч 56 мин 04 с
Наклон экватора к эклиптике (эпоха 2000)	$23^\circ 26' 21.45''$
Экваториальный радиус	6378.14 км
Масса	$5.974 \cdot 10^{24} \text{ кг}$

Данные о Луне

Среднее расстояние от Земли	384400 км
Сидерический период обращения	27.321662 суток
Синодический период обращения	29.530589 суток
Радиус	1738 км
Масса	$7.348 \cdot 10^{22} \text{ кг}$ (1/81.3 массы Земли)

Данные орбит планет

Планета	Большая полуось (а.е.)	Эксцентриситет	Наклон к эклиптике (градусы)	Период обращения	Синодический период (сут)
Меркурий	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	—
Марс	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

1. Угловой размер Солнца с Ганимеда

8 баллов

Кузнецов М.В.

Угловой размер Солнца при наблюдении с Земли составляет $31'$, определите каков будет угловой размер Солнца при наблюдении с Ганимеда в угловых минутах?

Решение.

Для решения задачи используем зависимость углового размера объекта от расстояния до наблюдателя:

$$\alpha = 206265'' \frac{2R_{\odot}}{\Delta} = 3438' \frac{2R_{\odot}}{\Delta}$$

Способ №1. Ганимед это спутник Юпитера, расстояние от Юпитера до Солнца много больше чем от Юпитера до Ганимеда, следовательно можно провести прямой расчет углового размера:

$$\alpha = 3438' \frac{2R_{\odot}}{a_{Jup}} = 3438' \frac{2 \cdot 6.9 \cdot 10^5}{5.2 \cdot 1.5 \cdot 10^8} \approx 5.8'$$

Способ №2. Ганимед это спутник Юпитера, расстояние от Юпитера до Солнца много больше чем от Юпитера до Ганимеда, следовательно:

$$\frac{\alpha_{Ganymede}}{\alpha_{\oplus}} = \frac{206265'' \frac{2R_{\odot}}{a_{Jup}}}{206265'' \frac{2R_{\odot}}{a_{\oplus}}}$$

$$\alpha_{Ganymede} = \alpha_{\oplus} \times \frac{a_{\oplus}}{a_{Jup}} = 31'^{\circ} \times \frac{1}{5.2} \approx 6.0'$$

Округление: Полученное значение округляем до десятых долей минуты: $\alpha_{Ganymede} \approx 6.0'$

Ответ. Угловой размер Солнца при наблюдении с Ганимеда составит примерно $6.0'$ угловых минут.

Критерии оценивания.

8

Формулу углового размера или обратную зависимость от расстояния 3

Понимание, что Ганимед спутник Юпитера 1

Выбор расстояния до Солнца 5.2 а.е. 1

Получение верного ответа в угловых минутах 3

Верные ответы в секундах, градусах и радианах оцениваются 1

2. Астрономическая карусель

8 баллов

Игнатьев В.Б.

Укажите какие утверждения верны, а какие нет. Ответ обоснуйте:

- A. Солнце хотя бы один раз за год бывает в зените на широтах от северного полярного круга до южного полярного круга
- B. Самый короткий день в году в ЮАР - 21 декабря
- C. Только в день весеннего равноденствия Солнце на экваторе встает строго на востоке (если пренебречь рефракцией и рельефом)
- D. Солнце можно наблюдать в точке Севера только в южном полушарии

Решение.

Проанализируем каждое утверждение по отдельности:

- A. **Солнце хотя бы один раз за год бывает в зените на широтах от северного полярного круга до южного полярного круга**
Неверно. Солнце бывает в зените в полдень между тропиками Рака (23.5° с.ш.) и Козерога (23.5° ю.ш.). Полярные круги находятся на широтах 66.5° , что значительно дальше от экватора, чем тропики. Таким образом, все широты между полярными кругами действительно не видят Солнце в зените хотя бы раз в году.
- B. **Самый короткий день в году в ЮАР - 21 декабря**
Неверно. ЮАР находится в южном полушарии, где самый короткий день действительно приходится на 22 июня (летнее солнцестояние в южном полушарии соответствует зимнему в северном).
- C. **Только в день весеннего равноденствия Солнце на экваторе встает строго на востоке (если пренебречь рефракцией и рефракцией)**
Неверно. На экваторе Солнце восходит почти строго на востоке и заходит почти строго на западе в течение дней равноденствий, так как только в это время Солнце находится на небесном экваторе, а плоскость горизонта перпендикулярна плоскости небесного экватора. Но в условии написано только в день весеннего равноденствия, что не верно.
- D. **Солнце можно наблюдать в точке Севера только в южном полушарии**
Неверно. Солнце может находиться в северной части неба в тех широтах, где бывает полярный день.

Ответ. Верных утверждений нет

Критерии оценивания.	8
Правильный анализ утверждения 1	2
Указан только верный ответ без обоснования.....	1
Правильный анализ утверждения 2	2
Указан только верный ответ без обоснования.....	1
Правильный анализ утверждения 3	2
Указан только верный ответ без обоснования.....	1
Правильный анализ утверждения 4	2
Указан только верный ответ без обоснования.....	1

3. Орбита Земли вокруг белого карлика

16 баллов
Игнатьев В.Б.

Через несколько миллиардов лет Солнце сначала превратится в красного гиганта, а потом, сбросив оболочку, в белого карлика с массой $0.5M_{\odot}$ нынешней массы Солнца. Определите новый период обращения Земли вокруг Солнца, если радиус орбиты Земли увеличился вдвое. Каков будет угловой размер нового Солнца, если средний размер белого карлика равен земному?

Решение.

Для решения задачи используем третий закон Кеплера, который связывает период обращения с большой полуосью орбиты и массой центрального тела.

Общая форма третьего закона Кеплера:

$$\left(\frac{T}{T_{\oplus}}\right)^2 \frac{M_1 + m_1}{M_{\odot} + m_{\oplus}} = \left(\frac{a}{a_{\oplus}}\right)^3$$

где T — период обращения, a — большая полуось орбиты, M — масса центрального тела.

Запишем третий закон Кеплера:

$$\frac{T_1^2 M_1}{T_2^2 M_2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Поделим второе уравнение на первое:

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} \cdot \frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{M_1}{M_2}$$

Рассчитаем новый период:

$$\frac{T_2^2}{1^2} \cdot \frac{1^3}{2^3} = \frac{M_{\odot}}{0.5M_{\odot}}$$

$$\frac{T_2^2}{8} = 2$$

$$T_2^2 = 16$$

$$T_2 = 4 \text{ года}$$

Найдем угловой размер нового Солнца :

$$\alpha_{\odot} = \frac{2R_{\oplus}}{a_p} = 206265'' \frac{2 \cdot 6.4 \cdot 10^3}{2 \cdot 1.5 \cdot 10^8} \approx 8.8''$$

Ответ. Новый период обращения Земли вокруг белого карлика составит 4 года.
Угловой размер составит $\alpha_{\odot} = 8.8''$

Критерии оценивания.

16

Использование 3 обобщенного закона Кеплера в любом виде 3

Запись и подстановка 6

верное нахождение углового размера Солнца 4

Получение верного ответа 3

4. Астероид

16 баллов

Игнатьев В.Б., Кузнецов М.В.

Астероид A_1 наблюдается в западной квадратуре с Земли. В это же время, в восточной квадратуре, наблюдается другой астероид - A_2 . Расстояние от Земли до астероида A_1 составляет $\Delta = 2$ а. е. Синодический период астероида A_2 вдвое больше чем у A_1 . Найдите радиусы орбит астероидов и расстояние в а.е. между ними в момент задачи. Орбиты астероидов считать круговыми и лежащими в плоскости эклиптики. Астероиды вращаются вокруг Солнца в ту же сторону, что и Земля.

Решение.

Определим радиус орбиты астероида A_1 :

В западной квадратуре астероид A_1 находится под углом 90° к направлению Солнце-Земля. Из прямоугольного треугольника Солнце-Земля- A_1 по теореме Пифагора:

$$r_1^2 = a_\oplus^2 + \Delta_1^2 = 1^2 + 2^2 = 5$$

$$r_1 = \sqrt{5} \approx 2.236 \text{ а.е.}$$

Определим сидерический период астероида A_1 :

По третьему закону Кеплера для круговых орбит:

$$\left(\frac{T_a}{T_\oplus}\right)^2 = \left(\frac{a_a}{a_\oplus}\right)^3$$

$$T_1 = r_1^{3/2} = (\sqrt{5})^{3/2} = 5^{3/4} \approx 3.344 \text{ года}$$

Определим синодический период астероида A_1 :

Для внешней планеты связь синодического (S) и сидерического (T) периодов:

$$\frac{1}{S_1} = \frac{1}{T_\oplus} - \frac{1}{T_1} = 1 - \frac{1}{3.344} \approx 0.701$$

$$S_1 \approx 1.427 \text{ года}$$

Определим синодический период астероида A_2 :

По условию: $S_2 = 2S_1 \approx 2.854$ года

Определим сидерический период астероида A_2 :

$$\frac{1}{S_2} = \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T_2} \Rightarrow \frac{1}{T_2} = 1 - \frac{1}{S_2} \approx 0.6495$$

$$T_2 \approx 1.540 \text{ года}$$

Определим радиус орбиты астероида A_2 :

По третьему закону Кеплера:

$$r_2 = T_2^{2/3} \approx (1.540)^{2/3} \approx 1.334 \text{ а.е.}$$

Определим расстояние от Земли до астероида A_2 :

В восточной квадратуре из прямоугольного треугольника Солнце-Земля- A_2 :

$$r_2^2 = a_{\oplus}^2 + \Delta_2^2 \Rightarrow \Delta_2 = \sqrt{r_2^2 - 1} \approx \sqrt{1.334^2 - 1} \approx 0.883 \text{ а.е.}$$

Тогда, расстояния между астероидами:

Так как астероиды находятся в противоположных направлениях от Земли (западная и восточная квадратуры), расстояние между ними:

$$D = \Delta_1 + \Delta_2 = 2 + 0.883 = 2.883 \text{ а.е.}$$

Ответ.

- Радиус орбиты астероида A_1 : ≈ 2.236 а.е.
- Радиус орбиты астероида A_2 : ≈ 1.334 а.е.
- Расстояние между астероидами: ≈ 2.883 а.е.

Критерии оценивания.

16

Определение радиуса орбиты A_1	3
Верный расчет сидерического периода A_1	2
Правильное определение синодического периода A_1 с Земли	2
Верный расчет синодического и сидерического периодов A_2	3
Правильное определение радиуса орбиты A_2	2
Верный расчет расстояния от Земли до A_2	2
Правильное определение расстояния между астероидами	2
При арифметической (не смысловой) ошибки в любом из пунктов данный пункт оценивается в 0 баллов. Дальнейшее решение оценивается исходя из цифр участника. Если же участник пришел к выводу, что такая ситуация не возможна, то начиная с пункта 4 и далее оценка равна 0 баллов	

5. Угловой размер фотографии телескопа

16 баллов

Игнатьев В.Б.

Телескоп с диаметром 20 см и относительным отверстием 1/5 фотографирует звездное небо при помощи ПЗС матрицы 2048 x 4096 пикселей, размером 9 мкм. Определите угловой размер каждой фотографии в угловых минутах.

Решение.

Для решения задачи необходимо определить фокусное расстояние телескопа и затем вычислить угловой размер поля зрения матрицы, через угловой размер одного пикселя. Относительное отверстие определяется как отношение фокусного расстояния к диаметру:

$$f/D = 5 \rightarrow f = 5 \times D = 5 \times 0.2 = 1.0 \text{ м}$$

Определим угловой размер приходящийся на 1 пиксель изображения:

$$\theta_{pixel} = 206265'' \frac{a}{F} = 206265'' \frac{9 \times 10^{-6}}{1.0} \approx 1.86''$$

Определим угловой размер матрицы по ширине и по высоте:

- Ширина матрицы: $w = 2048 \times 1.86'' = 3810'' \approx 63.5'$
- Высота матрицы: $h = 4096 \times 1.86'' = 7619'' \approx 127.0'$

Ответ. Угловой размер фотографии составляет примерно $63.5' \times 127.0'$ ($1.1^\circ \times 2.1^\circ$).

Критерии оценивания.**16**

Определение фокусного расстояния телескопа 2
 Определение углового размер кадра, как прямоугольника 2
 Определение углового размера одного пикселя 4
 Определение углового размера всей матрицы (для каждой стороны) 3×2
 Запись ответа в угловых минутах 2
 При использовании коэффициента перевода из радиан в секунды не $206265''$, а 200000 п.2 оценивается из 2 баллов. Итоговый ответ тогда составит $61.4' \times 122.9'$.

6. Определение радиуса орбиты спутника

16 баллов

Игнатьев В.Б.

Искусственный спутник Земли двигался по круговой орбите. В результате маневра его перевели на орбиту с радиусом на 50% больше. Оказалось, что орбитальная скорость на новой орбите на 1 км/с меньше, чем на первичной. Определите радиус первоначальной орбиты.

Решение.

Для решения задачи используем формулу орбитальной скорости для круговой орбиты:

$$a_{\text{ц}} = g \rightarrow \frac{v^2}{R} = G \frac{M_{\oplus}}{R^2}$$
$$v = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{R}}$$

Так как в этой формуле присутствует константа G , то все единицы мы должны привести в систему СИ - кг, м и секунда. Составим систему уравнений:

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{R_1}}$$
$$v_2 = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{R_2}} = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{1.5R_1}}$$

По условию: $v_2 = v_1 - 1000$ м/с

$$\sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{1.5R_1}} = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{R_1}} - 1000$$

Введем обозначение: $x = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{R_1}}$ Тогда уравнение примет вид:

$$\frac{x}{\sqrt{1.5}} = x - 1000$$
$$x - \frac{x}{\sqrt{1.5}} = 1000$$
$$x \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1.5}} \right) = 1000$$

$$\sqrt{1.5} \approx 1.2247$$

$$1 - \frac{1}{1.2247} \approx 1 - 0.8165 = 0.1835$$

$$x = \frac{1000}{0.1835} \approx 5450 \text{ м/с}$$

$$x = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{R_1}} \Rightarrow R_1 = \frac{GM_{\oplus}}{x^2}$$

$$R_1 = \frac{3.986 \times 10^{14}}{5450^2} = \frac{3.986 \times 10^{14}}{2.970 \times 10^7} \approx 1.342 \times 10^7 \text{ м} = 13420 \text{ км}$$

Ответ. Радиус первоначальной орбиты спутника составляет примерно 13420 км.

Критерии оценивания.

16

Запись, что спутник скорость круговая и зависит от расстояние как $1/\sqrt{r}$ 2

Запись уравнения с разностью двух скоростей равной 1000 м/с 6

Верное решение уравнения 6

Если уравнение неверно составлено или решено не верно 0

Итоговый ответ 2

7. Вращение неба

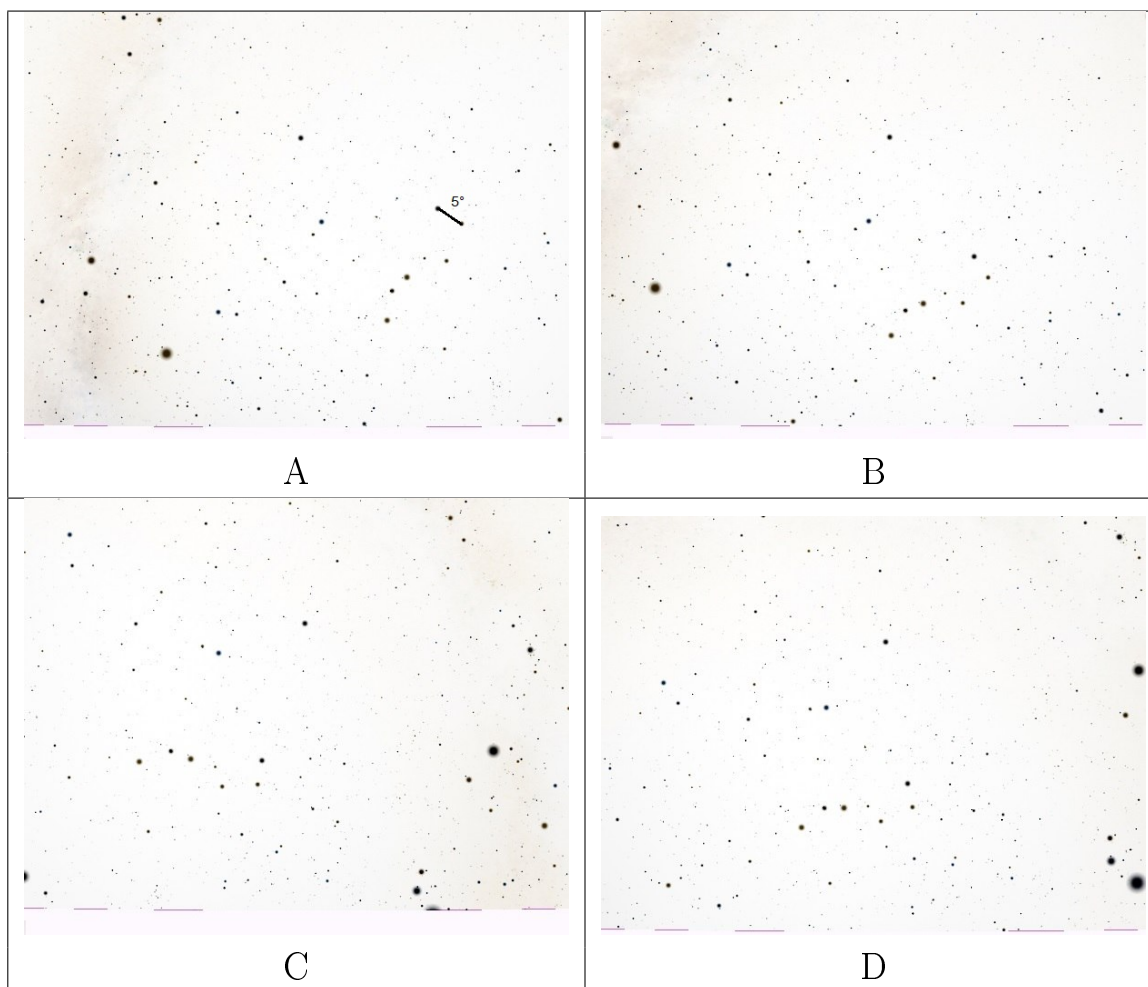
16 баллов

Игнатьев В.Б.

На четырех видах звездного неба над северной частью горизонта, представленных на рисунках, показан вид звездного неба в разные моменты времени, в течении одной ночи. Виды представляют собой негативы изображений, т.е. светлое показано темным, а темное светлым. Линия горизонта проходит по нижнему краю каждого снимка.



Рис. 1: Вид звездного А



Ответьте на следующие вопросы:

- А. Определите в какой последовательности делались эти кадры.
- В. Определите время между кадрами
- С. Определите широту места наблюдения.

Решение.

Посмотрим внимательно на представленные изображения. На каждой картинке есть созвездие Большой Медведицы. Но на всех картинках она выглядит по-разному. Эта разность создается из-за вращения Земли вокруг своей оси. Мы же обычно это вращение видим как вращение звездного неба вокруг полюса мира, вблизи которого находится Полярная звезда.

Обозначим на каждом изображении Полярную звезду. Далее можно выбрать любую из звезд, которая есть на всех картинках и построить луч из Полярной звезды к выбранной звезде. Этот луч будет двигаться – вращаться вокруг Полярной звезды с периодом 23 часа 56 минут. Это длительность звездных суток

Земли или период обращения Земли вокруг своей оси.

Выберем звезду Дубхе (α Большой Медведицы)

Таким образом, самая первая фотография – это фотография D, после нее была сделана фотография В, потом С. потом А.

Найдем время между фотографиями. Для этого нужно перенести луч с одной из фотографий на другую фотографию. Или найти для 2х фотографии угол между лучом и вертикальной линией. Чтобы быть уверенными, что наши измерения не содержат ошибок, такую процедуру стоит повторить для всех фотографии.

Получаем угол 30° , что соответствует времени – 2 часа.

Определим широту точки наблюдений. Для этого проведем измерения высоты полярной звезды, опустив перпендикуляр на нижний край снимка, который является горизонтом по условию задачи и разделим на длину обозначенного на карте отрезка:

$$\begin{aligned}\Delta_0 &= 9 \text{ мм} \\ \Delta_\varphi &= 87 \text{ мм} \\ \varphi &= 5^\circ \frac{\Delta_\varphi}{\Delta_0} = 5^\circ \frac{87}{9} \approx 48^\circ\end{aligned}$$

Ответ. Последовательность фотографий, CDВА, промежутки времени между последующими фотографиями – 2 часа. Широта места 48° с.ш., так как во всех остальных случаях Созвездие Большой Медведицы должно сделать почти полный оборот, т.е. никак не получится в течении одной ночи сделать такие фотографии.

Критерии оценивания.**20**

Четкое пояснение, что изменяемый вид неба происходит из-за вращения	2
Четкое пояснение, что центр видимого вращения – Полярная звезда	2
Построение лучей из центра вращения	4×1
Запись последовательности фотографии*	4
Определение угла поворота неба между двумя соседними фото – 30°	2
Определение широты места наблюдения – 48° с.ш.	4
Определение времени между фото – 2 часа	2
Если, вращение неба происходит не в правильную сторону - по часовой стрелке, то за последовательность фотографий в п.4 ставится 2 балла. Если полярная звезда выбрана не верно, но вращение неба указано правильно, то за п.2 ставится 1 балл.	

* в случае, если ошибок больше, чем 2 ставится половина баллов, в случае трех неверных значений – 0 баллов