

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

0	-	0	,	8															
---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

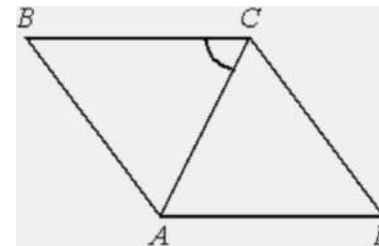
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** Угол между стороной и диагональю ромба равен 54° . Найдите острый угол ромба.

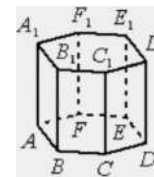


Ответ: _____.

- 2** Даны векторы $\vec{a} (3; 4)$ и $\vec{b} (-4; -3)$. Найдите косинус угла между ними.

Ответ: _____.

- 3** Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки $D, A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1$ правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, площадь основания которой равна 12, а боковое ребро равно 2.



Ответ: _____.





4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 21 пассажира, равна 0,93. Вероятность того, что окажется меньше 12 пассажиров, равна 0,49. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 12 до 20.

Ответ: _____.

5 При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше 810 г, равна 0,96. Вероятность того, что масса окажется больше 790 г, равна 0,82. Найдите вероятность того, что масса буханки больше 790 г, но меньше 810 г.

Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения

$$36^{x-5} = \frac{1}{6}$$

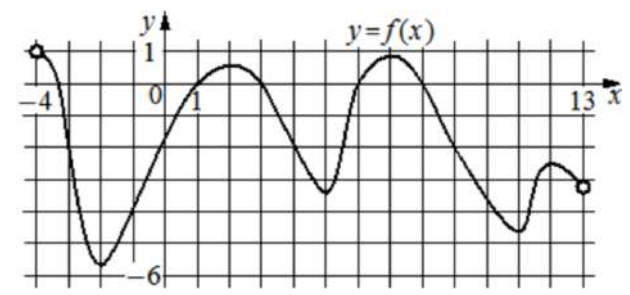
Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения

$$\frac{\left(5^{\frac{3}{5}} \cdot 7^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{35^9}$$

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 13)$. Определите количество точек, в которых касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 14$.



Ответ: _____.

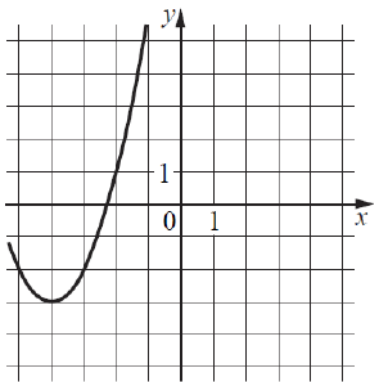
9 Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q = 190 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 700 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

Ответ: _____.

10 Первый насос наполняет бак за 1 час, второй — за 1 час 30 минут, а третий — за 1 час 48 минут. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a , b и c – целые. Найдите значение $f(-12)$.



Ответ: _____.

- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = x^5 + 20x^3 - 65x$ на отрезке $[-4; 0]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$14\cos^2 x + \sin 2x = 6.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

- 14 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = 3$, $AD = 4$ и $AA_1 = 6$. Через точки B_1 и D параллельно прямой AC проведена плоскость, пересекающая ребро CC_1 в точке K .

- а) Докажите, что K – середина CC_1 .
б) Найдите расстояние от точки B до плоскости сечения.

- 15 Решите неравенство

$$1 + \frac{11}{2^x - 8} + \frac{28}{4^x - 2^{x+4} + 64} \geq 0.$$

- 16 15-го августа 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 1200 тысяч рублей на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 10-го месяца долг составит 400 тысяч рублей;
- к 15-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.



17 Биссектриса прямого угла прямоугольного треугольника ABC вторично пересекает окружность, описанную около этого треугольника, в точке L . Прямая, проходящая через точку L и середину N гипотенузы AB , пересекает катет BC в точке M .

- а) Докажите, что $\angle BML = \angle BAC$.
 б) Найдите площадь треугольника ABC , если $AB = 20$ и $CM = 3\sqrt{5}$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 + y^2 = a^2, \\ x^2 + y = |a + 1| \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

19 На доске написано несколько различных натуральных чисел, которые делятся на 3 и оканчиваются на 6.

- а) Может ли их сумма составлять 198?
 б) Может ли их сумма составлять 270?
 в) Какое наибольшее количество чисел могло быть на доске, если их сумма равна 1518?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.




















СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	14 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике профиль Результаты моих учеников Высшее образование – ТГУ (Тольятти), 2009-2014 Победитель трёх олимпиад по высшей математике
ВК:	https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб:	https://www.youtube.com/c/pifagor1



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	72	
2	-0,96	
3	8	
4	0,44	
5	0,78	
6	4,5	
7	7	
8	6	
9	14	
10	27	
11	61	
12	44	
13	а) $\arctg \frac{4}{3} + \pi n, -\frac{\pi}{4} + \pi n; n \in Z$ б) $\arctg \frac{4}{3}; \frac{3\pi}{4}; \pi + \arctg \frac{4}{3}$	
14	$\frac{24\sqrt{41}}{41}$	
15	$(-\infty; 0] \cup [2; 3) \cup (3; +\infty)$	
16	1288 тыс.	
17	80	
18	$\left(-\frac{1}{2}; 1 - \sqrt{2}\right) \cup (1 + \sqrt{2}; +\infty)$	
19	а) да б) нет в) 8	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.





13 а) Решите уравнение

$$14\cos^2 x + \sin 2x = 6$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[0, \frac{3\pi}{2}]$.

а) $14\cos^2 x + 2\sin x \cos x = 6(\sin^2 x + \cos^2 x)$
 $14\cos^2 x + 2\sin x \cos x - 6\sin^2 x - 6\cos^2 x = 0$
 $8\cos^2 x + 2\sin x \cos x - 6\sin^2 x = 0$ | : $\cos^2 x$
 $8 + 2\operatorname{tg} x - 6\operatorname{tg}^2 x = 0$ | : (-2)
 $3\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x - 4 = 0$
 Пусть $\operatorname{tg} x = t$
 $3t^2 - t - 4 = 0$
 $D = 1 + 48 = 49$
 $t = \frac{1 \pm 7}{6}$
 $t = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ $t = -1$
 $\operatorname{tg} x = \frac{4}{3}$ $\operatorname{tg} x = -1$
 $x = \operatorname{arctg} \frac{4}{3} + \pi, n \in \mathbb{Z}$ $x = -\frac{\pi}{4} + \pi, n \in \mathbb{Z}$
 б) Отберём корни с помощью окружности

 Получим
 $x = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$
 $x = \operatorname{arctg} \frac{4}{3}$
 $x = \pi + \operatorname{arctg} \frac{4}{3}$
 Ответ: а) $\operatorname{arctg} \frac{4}{3} + \pi n$
 б) $\operatorname{arctg} \frac{4}{3}; \frac{3\pi}{4}; \pi + \operatorname{arctg} \frac{4}{3}$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ОКРУЖНОСТЬ

ИСТОЧНИКИ
 Основные формулы 2019
 ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА
 1 $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$
 2 $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
 3 $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
 4 $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$
 ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ
 1 $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
 2 $1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$
 3 $1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$
 4 $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$

14 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = 3, AD = 4$ и $AA_1 = 6$. Через точки B_1 и D параллельно прямой AC проведена плоскость, пересекающая ребро CC_1 в точке K .

ИСТОЧНИКИ
 Демонстрация 2020

а) Докажите, что K — середина CC_1 .
 б) Найдите расстояние от точки B до плоскости основания.

а) Проверим $B_1 E \parallel AC$
 $B_1 E \parallel AC$, пусть $C_1 E = 3 = CB$

б) Пусть h — искомое расстояние
 $\sqrt{BB_1 \cdot DK} = \frac{1}{2} \sqrt{S_{\text{осн}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{S_{\text{пл}}}}$
 $S_{\text{осн}} = 4$
 $S_{\text{пл}} = \frac{1}{2} \cdot BB_1 \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = 9$
 $h = \frac{3\sqrt{41}}{2}$
 $h = \frac{3 \cdot 2 \cdot 2}{2\sqrt{41}} = \frac{24}{\sqrt{41}}$

Источники: Демонстрация 2020

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3





15 Решите неравенство

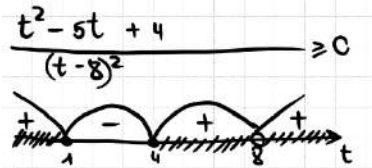
$$1 + \frac{11}{2^x - 8} + \frac{28}{4^x - 2^{x+4} + 64} \geq 0.$$

Пусть $2^x = t$

$$1 + \frac{11}{t-8} + \frac{28}{t^2 - 16t + 64} \geq 0$$

$$\frac{t^2 - 16t + 64 + 11t - 88 + 28}{(t-8)^2} \geq 0$$

$$\frac{t^2 - 5t + 4}{(t-8)^2} \geq 0$$



$$\begin{cases} t \leq 1 \\ 4 \leq t < 8 \\ t > 8 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 2^x \leq 1 & 2^2 \leq 2^x < 2^3 & 2^x > 2^3 \\ 2^x \leq 2^0 & 2 \leq x < 3 & x > 3 \\ x \leq 0 & & \end{matrix}$$

Ответ: $(-\infty; 0] \cup [2; 3) \cup (3; +\infty)$

ИСТОЧНИКИ

Основные волны 2017

ОС

- $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $a^2 - b^2 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
- $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

СТЕПЕНИ

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $a^m : a^n = a^{m-n}$
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$
- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
- $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

16 15-го августа 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 1200 тысяч рублей на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% (в сравнении с концом предыдущего месяца);
- 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 14-й дни должен быть внесён ту же сумму, которая была на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 10-го месяца долг составляет 400 тысяч рублей;
- к 15-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после погашения кредита.

Пусть x - сумма, на которую уменьшается долг первые 10 месяцев.

Первые 10 выплат ариф. прогр. чл. воспользуемся Ф.лой $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

$$O.C.B. = \frac{(120 + x + 12 + 0,91x) \cdot 5}{2} + 404 =$$

$$120 + \frac{191}{2} \cdot 5 + 404 =$$

$$120 + 764 + 404 = 1288 \text{ тыс.}$$

Дата	Сумма долга
15 авг.	1200 тыс
1	1200 · 1,01 = 1212
	→ выплата 12+x
2	1200 - x = 1120
	1212 - 1,01x
...	→ с.в. 12 + 0,99x
	1200 - 2x = 1040
3	1212 - 2,02x
	→ с.в. 12 + 0,98x
...	1200 - 3x = 960
	...
9	1200 - 9x = 480
	1212 - 9,09x
10	→ с.в. 12 + 0,91x
	1200 - 10x = 400
11	404
	→ с.в. 404

Ответ: 1288 тыс.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2





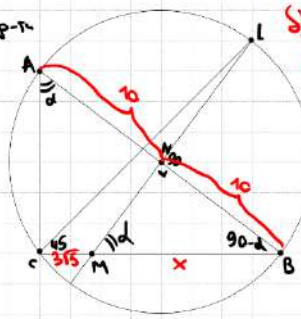
17 Биссектриса прямого угла прямоугольного треугольника ABC вторично пересекает окружность, описанную около этого треугольника, в точке L . Прямая, проходящая через точку L и середину N гипотенузы AB , пересекает катет BC в точке M .

- а) Докажите, что $\angle BML = \angle BAC$.
 б) Найдите площадь треугольника ABC , если $AB = 20$ и $CM = 3\sqrt{5}$.

а) $\odot AB$ - диаметр окр-ти
 N - центр окр-ти
 (т.к. $\triangle ABC$ - прямоугольный и вписан в окр.)

Пусть $\angle BAC = d$

$\triangle ABC$:
 $\angle B = 180 - 90 - d = 90 - d$
 $\angle BCL = \frac{1}{2} \cdot 90 = 45$
 $\angle BL = 2 \cdot 45 = 90$
 $\angle LNB = 90$ (т.к. центральный)
 $\angle BNM = 90$ (следствие из $\angle LNB$)
 $\angle BMN = 180 - 90 - (90 - d) = d$
 $\angle BML = d = \angle BAC$



б) Пусть $BM = x$
 $\triangle BNM \sim \triangle BCA$ по 2 углам
 $\frac{10}{x + 3\sqrt{5}} = \frac{x}{20}$
 $x \cdot (x + 3\sqrt{5}) = 200$
 $x^2 + 3\sqrt{5}x - 200 = 0$
 $D = 45 + 800 = 845 = 29^2$
 $x = \frac{-3\sqrt{5} \pm 29}{2}$
 $x = 5\sqrt{5}$
 $BC = 8\sqrt{5}$
 $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 4\sqrt{5}$
 $S = \frac{4\sqrt{5} \cdot 8\sqrt{5}}{2} = 80$
 Ответ: 80

ИСТОЧНИКИ
 Основы геометрии (Геометрия) 2020
ТЕОРЕМА О ВПИСАННОМ УГЛЕ

 Центральный угол в два раза больше вписанного угла, subtending того же дугу.
Свойства прямоугольного треугольника
 Центральный угол

 Центральный угол равен градусной мере дуги, на которую он опирается.
СМЕЖНЫЕ УГЛЫ

 В сумме 180°
ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3





18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 + y^2 = a^2, \\ x^2 + y = |a + 1| \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

ИСТОЧНИКИ

ЕГЭ (старый формат)
ЕГЭ (новый формат)
Олимпиада юниор 2018
Июнь 2021 (36 вар)
Январь 2020 (36 вар)
Январь 2019 (36 вар)
Профиль ЕГЭ 2019, 2020

Возьмем $y = |a+1| - x^2$
Подставим y в ① $x^4 + (a+1)^2 - 2|a+1|x^2 + x^4 - a^2 = 0$
 $x^4 + a^2 + 2a + 1 - 2x^2|a+1| + x^4 - a^2 = 0$
 $2x^4 - 2|a+1|x^2 + 2a + 1 = 0$
Ур-е 4-й степени может иметь до 4 корней включительно
Пусть $x^2 = t$ $t \geq 0$, но чтобы было 4 разных решения x ,
нужно $\begin{cases} t_1 > 0 \\ t_2 > 0 \\ t_1 \neq t_2 \end{cases}$

$$2t^2 - 2|a+1|t + 2a + 1 = 0$$

но 1. Виета

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = \frac{2|a+1|}{2} = |a+1| \\ t_1 \cdot t_2 = \frac{2a+1}{2} = a + \frac{1}{2} \end{cases}$$

Заметим, что сумма корней t_1, t_2 неотриц., значит t_1, t_2 неотриц. и оба отриц.

Если же наоборот $a + \frac{1}{2} > 0$, то это означает $t_1 > 0$
 $t_2 > 0$

Чтобы было 2 различных корня, нужно, чтобы $D > 0$

Получаем $\begin{cases} a + \frac{1}{2} > 0 \\ D > 0 \end{cases}$ $a > -\frac{1}{2}$

$$(-2|a+1|)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (2a+1) > 0$$

$$4 \cdot (a+1)^2 - 16a - 8 > 0$$

$$4 \cdot (a^2 + 2a + 1) - 16a - 8 > 0$$

$$4a^2 + 8a + 4 - 16a - 8 > 0$$

$$4a^2 - 8a - 4 > 0 \quad | :4$$

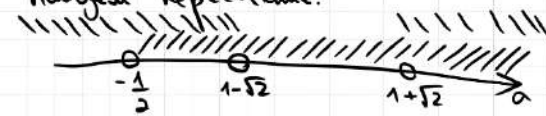
$$a^2 - 2a - 1 > 0$$

$$D_a = 4 - 4 \cdot (-1) = (2\sqrt{2})^2$$

$$a = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2 \cdot 1}$$



Найдём пересечение:



Ответ: $(-\frac{1}{2}; 1 - \sqrt{2}) \cup (1 + \sqrt{2}; +\infty)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	4





19 На доске написано несколько различных натуральных чисел, которые делятся на 3 и оканчиваются на 6. **Источники**
Олимпиада имени 2020

- а) Может ли их сумма составлять 198?
 б) Может ли их сумма составлять 270?
 в) Какое наибольшее количество чисел могло быть на доске, если их сумма равна 1518?

На доске могут быть

- 6
 36
 66
 96
 126
 156
 186
 216
 246
 276
 306
 336
 ...
- а) Ответ: да, например, $156 + 36 + 6 = 198$
- б) Может ли быть 5 чисел?
 Тогда $S \geq 6 + 36 + 66 + 96 + 126$
 $S \geq 5 \cdot 6 + 10 \cdot 30$
 $S \geq 330$
 $S \neq 270$

в) Если на доске 2 числа, то сумма задана, на

3	2
4	3
5	4
6	0
7	6
8	2
9	2
10	4
11	0
...	6

⇒ Чтобы сумма чисел была равна 270, нужно будет выбрать 5 кол-во чисел

⇒ 5 чисел быть не могут
 Тем более не могут быть 10, 15 и т.д. чисел, т.к. тогда сумма будет еще больше
 Ответ: нет.

в) Если сумма чисел 1518, то чисел на доске 3 или 8 или 13 или 18 или 21, т.е. $3 + 5 \cdot k$, где $k = 0, 1, 2, \dots$

б) Может ли быть 13 чисел?
 Тогда $S \geq 13 \cdot 6 + \frac{1+12}{2} \cdot 12 \cdot 30$
 $S \geq 13 \cdot 6 + 13 \cdot 6 \cdot 30$
 $S \geq 31 \cdot 78$
 $S \geq 2418$
 $\Rightarrow 13$ чисел быть не могут, т.к. тогда сумма чисел > 1518

в) Может ли быть 8 чисел?
 Тогда $S \geq 8 \cdot 6 + \frac{1+7}{2} \cdot 7 \cdot 30$
 $S \geq 8 \cdot 6 + 8 \cdot 105$
 $S \geq 111 \cdot 8$
 $S \geq 888$
 $888 < 1518$
 $\Rightarrow 8$ чисел быть могут
 \Rightarrow кол-во чисел на доске ≤ 8

г) Покажем, что 8 чисел можно быть.

Тогда $S = 7 \cdot 6 + \frac{1+6}{2} \cdot 6 \cdot 30 + 846$
 $= 7 \cdot 6 + 7 \cdot 6 \cdot 15 + 846$
 $= 16 \cdot 42 + 846$
 $= 1518 \quad \checkmark$

6
 36
 66
 96
 126
 156
 186
 846
 Ответ: в) 8

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а, б и в	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в и обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4