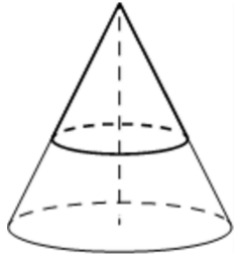




- 3** Площадь полной поверхности конуса равна 35. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту в отношении 3:2, считая от вершины конуса. Найдите площадь полной поверхности отсечённого конуса.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 теннисистов, среди которых 7 спортсменов из России, в том числе Анатолий Москвин. Найдите вероятность того, что в первом туре Анатолий Москвин будет играть с каким-либо теннисистом из России.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,96. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,06. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** Найдите корень уравнения

$$\log_{81} 3^{2x-6} = 2.$$

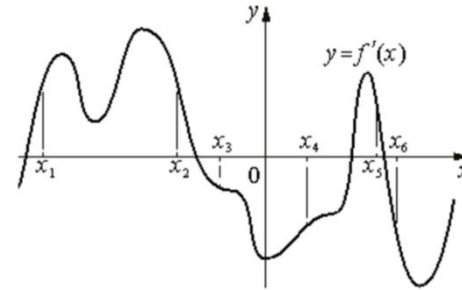
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** Найдите значение выражения

$$(\sqrt{13} - \sqrt{7})(\sqrt{13} + \sqrt{7}).$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ . На оси абсцисс отмечены шесть точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ . Сколько из этих точек лежит на промежутках возрастания функции  $f(x)$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9** Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой  $f_0 = 192$  Гц. Чуть позже гудок издал подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка  $f$  (в Гц) больше первого: она зависит от скорости тепловоза  $v$  (в м/с) по закону  $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$  (Гц), где  $c$  — скорость звука (в м/с).

Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 8 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а  $c = 300$  м/с. Ответ дайте в м/с.

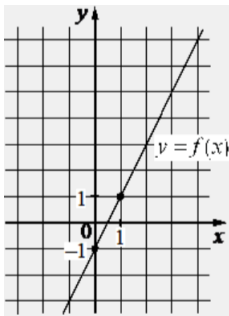
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Из пункта  $A$  в пункт  $B$ , расстояние между которыми 60 км, одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Известно, что за час мотоциклист проезжает на 50 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт  $B$  на 5 часов позже мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 11 На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = kx + b$ . Найдите значение  $f(7)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наименьшее значение функции  $y = 18x^2 - x^3 + 19$  на отрезке  $[-7; 10]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 13 а) Решите уравнение

$$8 \cdot 16^{\sin^2 x} - 2 \cdot 4^{\cos 2x} = 63.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\frac{7\pi}{2}; 5\pi]$ .

- 14 В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны длины рёбер:  $AB = 4$ ,  $BC = 3$ ,  $AA_1 = 2$ . Точки  $P$  и  $Q$  – середины рёбер  $A_1 B_1$  и  $CC_1$  соответственно. Плоскость  $APQ$  пересекает рёбро  $B_1 C_1$  в точке  $U$ .

- а) Докажите, что  $B_1 U : UC_1 = 2 : 1$ .

- б) Найдите площадь сечения параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскостью  $APQ$ .

- 15 Решите неравенство

$$3x^2 \cdot 5^{x-1} \geq 3.$$

- 16 Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 7 млн рублей.



**17** Боковые стороны  $AB$  и  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  вдвое больше основания  $BC$ . На боковых сторонах  $AB$  и  $AC$  отложены отрезки  $AP$  и  $CQ$  соответственно, равные четверти этих сторон.

- а) Докажите, что средняя линия треугольника, параллельная его основанию, делится прямой  $PQ$  в отношении 1:3.  
 б) Найдите длину отрезка прямой  $PQ$ , заключенного внутри вписанной окружности треугольника  $ABC$ , если  $BC = 4\sqrt{19}$ .

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{1 - 2x} = a - 7|x|$$

имеет более двух корней.

**19** Маша и Наташа делали фотографии в течение некоторого количества подряд идущих дней. В первый день Маша сделала  $m$  фотографий, а Наташа –  $n$  фотографий. В каждый следующий день каждая из девочек делала на одну фотографию больше, чем в предыдущий день. Известно, что Наташа за всё время сделала суммарно на 1001 фотографию больше, чем Маша, и что фотографировали они больше одного дня.

- а) Могли ли они фотографировать в течение 7 дней?  
 б) Могли ли они фотографировать в течение 8 дней?  
 в) Какое наибольшее суммарное число фотографий могла сделать Наташа за все дни фотографирования, если известно, что в последний день Маша сделала меньше 40 фотографий?

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**




















### СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

<b>ФИО:</b>	Евгений Пифагор
<b>Предмет:</b>	Математика
<b>Стаж:</b>	14 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
<b>Регалии:</b>	Набрал <a href="#">100 баллов</a> на ЕГЭ по математике профиль <a href="#">Результаты моих учеников</a> Высшее образование – ТГУ (Тольятти), 2009-2014 Победитель трёх олимпиад по высшей математике
<b>ВК:</b>	<a href="https://vk.com/shkolapifagora">https://vk.com/shkolapifagora</a>
<b>Ютуб:</b>	<a href="https://www.youtube.com/c/pifagor1">https://www.youtube.com/c/pifagor1</a>



### Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	78	
2	12	
3	12,6	
4	0,08	
5	0,069	
6	7	
7	6	
8	3	
9	12	
10	10	
11	13	
12	19	
13	а) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $\frac{11\pi}{3}; \frac{13\pi}{3}; \frac{14\pi}{3}$	
14	$\frac{11\sqrt{3}}{2}$	
15	$(-\infty; -1 - \log_3 5] \cup [1; +\infty)$	
16	3 млн	
17	3	
18	$\left(\frac{7}{2}; \frac{25}{7}\right)$	
19	а) да б) нет в) 1430	

### Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.





13 а) Решите уравнение  $8 \cdot 16^{\sin^2 x} - 2 \cdot 4^{1-2\sin^2 x} = 63$ .  
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\frac{7\pi}{2}; 5\pi]$ .

а)  $8 \cdot 16^{\sin^2 x} - 2 \cdot 4^{1-2\sin^2 x} - 63 = 0$   
 $8 \cdot (4^2)^{\sin^2 x} - 2 \cdot 4 - \frac{63}{4^2 \sin^2 x} - 63 = 0$   
 $8 \cdot (4^{2\sin^2 x})^2 - 63 \cdot 4^{2\sin^2 x} - 8 = 0$   
 Пусть  $4^{2\sin^2 x} = t$   
 $8 \cdot t^2 - 63t - 8 = 0$   
 $D = (-63)^2 + 4 \cdot 8 \cdot 8 = 4225 = 65^2$   
 $t = \frac{63 \pm 65}{16}$   
 $t = 8 \quad t = -\frac{1}{8}$   
 $4^{2\sin^2 x} = 8 \quad 4^{2\sin^2 x} = -\frac{1}{8}$   
 $(2^{2\sin^2 x})^2 = 2^3 \quad \text{нет решений}$   
 $2^{4\sin^2 x} = 2^3$   
 $4\sin^2 x = 3$   
 $\sin^2 x = \frac{3}{4}$   
 $\sin x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$   
 $x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$



ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ОКРУЖНОСТЬ

ИСТОЧНИКИ  
 ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 СтатГрад 20.12.2016

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$
- $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

СТЕПЕНИ

- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- $a^n : a^m = a^{n-m}$
- $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
- $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
- $\frac{a^n}{b^n} = (\frac{a}{b})^n$
- $a^0 = 1$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $(\frac{a}{b})^{-n} = (\frac{b}{a})^n$

Ответ: а)  $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 б)  $\frac{11\pi}{3}, \frac{13\pi}{3}, \frac{14\pi}{3}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

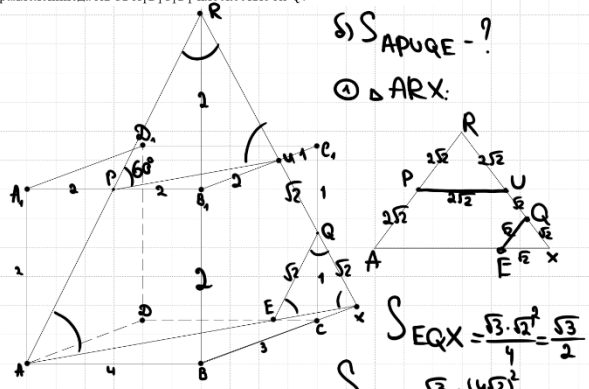


**14** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны длины рёбер:  $AB = 4, BC = 3, AA_1 = 2$ . Точки  $P$  и  $Q$  – середины рёбер  $A_1 B_1$  и  $C_1 D_1$  соответственно. Плоскость  $APQ$  пересекает ребро  $B_1 C_1$  в точке  $U$ .

**ИСТОЧНИКИ**  
Сергеев 2018  
Основная волна 2016

- а) Докажите, что  $B_1 U : UC_1 = 2 : 1$ .  
б) Найдите площадь сечения параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскостью  $APQ$ .

а) Проверим сеч.  
 $AP \cap BB_1 = R$   
 $RQ \cap B_1 C_1 = U$   
 $RQ \cap BC = E$   
 $AX \cap CD = F$   
 $AP U Q E$  – сечение



б)  $\Delta ABR$ :  
 $PB_1$  – ср. линия  
т.к.  $PB_1 = \frac{1}{2} AB$   
 $PB_1 \parallel AB$   
значит  $B_1 R = 2 = BB_1$

в)  $\Delta RB_1 U \sim \Delta C_1 Q U$  по 2 углам  
(верт. и 90°)  
 $\frac{B_1 U}{C_1 U} = \frac{2}{1}$

б)  $S_{APUQE} = ?$   
①  $\Delta ARX$ :  
 $S_{EQX} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}^2}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$   
 $S_{ARX} = \frac{\sqrt{3} \cdot (4\sqrt{2})^2}{4} = 8\sqrt{3}$   
 $S_{PRU} = \frac{\sqrt{3} \cdot (2\sqrt{2})^2}{4} = 2\sqrt{3}$   
 $S_{сеч.} = 5,5\sqrt{3}$

Ответ:  $5,5\sqrt{3}$ .

**15** Решите неравенство  
 $3^{x^2} \cdot 5^{x-1} \geq 3$ .

$3^{x^2} \cdot 3^{\log_3 5^{x-1}} \geq 3^1$   
 $3^{x^2 + \log_3 5^{x-1}} \geq 3^1$   
 $x^2 + \log_3 5^{x-1} \geq 1$   
 $x^2 + (x-1) \cdot \log_3 5 - 1 \geq 0$   
 $x^2 + x \log_3 5 - \log_3 5 - 1 \geq 0$   
 $x^2 - 1^2 + x \log_3 5 - \log_3 5 \geq 0$   
 $(x-1)(x+1) + \log_3 5 \cdot (x-1) \geq 0$   
 $(x-1) \cdot (x+1 + \log_3 5) \geq 0$

Ответ:  $(-\infty; -1 - \log_3 5] \cup [1; +\infty)$

**ИСТОЧНИКИ**

Досрочная волна (Резерв) 2018  
ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФИЧЕСКОЕ

СТЕПЕНИ	
1	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
2	$a^n : a^m = a^{n-m}$
3	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
4	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
5	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
6	$a^0 = 1$
7	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
8	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$
СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ	
1	$\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$
2	$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$
3	$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$
4	$\log_a b = \frac{1}{n} \log_a b^n$
5	$\log_a a = 1$
6	$\log_a b = \log_a b$
7	$\log_a a = 1$
ОСУ	
1	$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
2	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
4	$a^2 - b^2 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
5	$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
6	$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
7	$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2



**16** Планируется выдать льготный кредит на **целое** число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заемщика возрастает на 20 % по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заемщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заемщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заемщика будет меньше 7 млн рублей.

**ИСТОЧНИКИ**

ГПР (новый банк)  
Янсенко 2022 (50 вар)  
Янсенко 2022 (36 вар)  
Янсенко 2022 (14 вар)  
Янсенко 2021 (36 вар)  
Янсенко 2020 (14 вар)  
Янсенко 2020 (36 вар)  
Янсенко 2020 (50 вар)  
Янсенко 2019 (36 вар)  
Станд. град. 07.02.2018  
Станд. град. 20.12.2016

Пусть  $S$  - сумма долга  
 $x$  - платеж в 4 год,  
а также в 5 год

$$\textcircled{1} \begin{cases} 1,2^2 \cdot S = 1,2x + x \\ \frac{6^2}{5^2} \cdot S = \frac{6x}{5} + \frac{x}{1} \\ \frac{6^2}{5^2} \cdot S = \frac{11}{5} \cdot x \\ x = \frac{6^2 \cdot S}{5^2 \cdot 11} = \frac{36}{55} S \end{cases}$$

Яв 21 - месяц открытия кредита  
июль - месяц начисл. %  
Дек - месяц платежа

Дата	Сумма долга
21	$S$
21	$1,2 \cdot S$ $\Rightarrow$ б.в. $0,2S$
22	$S$
22	$1,2 \cdot S$ $\Rightarrow$ б.в. $0,2S$
23	$S$
23	$1,2S$ $\Rightarrow$ б.в. $0,2S$
24	$S$
24	$1,2 \cdot S$ б.в. $x$
25	$1,2 \cdot S - x$
25	$1,2^2 \cdot S - 1,2x$ б.в. $x$
26	$\begin{cases} 1,2^2 \cdot S - 1,2x - x = 0 \\ 3 \cdot 0,2S + 2 \cdot x < 7 \end{cases}$

Подставим в  $\textcircled{2}$

$$3 \cdot \frac{S}{5} + 2 \cdot \frac{36}{55} S < 7$$

$$\frac{33 \cdot S}{55} + \frac{72 \cdot S}{55} < 7$$

$$\frac{105}{55} S < 7 \quad | \cdot \frac{105}{55}$$

$$S < \frac{7 \cdot 55}{105} = \frac{11}{3}$$

$$S < \frac{11}{3}$$

$$S < 3 \frac{2}{3}$$

$S_{\text{наиб. цел.}} = 3 \text{ млн.}$

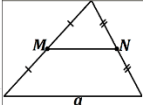
Ответ: 3 млн.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**17** Боковые стороны  $AB$  и  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  вдвое больше основания  $BC$ . На боковых сторонах  $AB$  и  $AC$  отложены отрезки  $AP$  и  $CQ$  соответственно, равные четверти этих сторон.  
а) Докажите, что средняя линия треугольника, параллельная его основанию, делится прямой  $PQ$  в отношении 1:3.  
б) Найдите длину отрезка прямой  $PQ$ , заключенного внутри вписанной окружности треугольника  $ABC$ , если  $BC = 4\sqrt{19}$ .

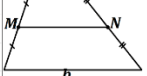
**ИСТОЧНИКИ**

Основная волна 2018  
СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА



- Лежит на серединах сторон
- Параллельна основанию
- Равна половине основания

СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРАПЕЦИИ



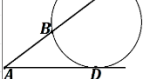
- Лежит на серединах сторон
- Параллельна основаниям
- Равна полусумме оснований

СВОЙСТВО ОТРЕЗКОВ КАСАТЕЛЬНЫХ



Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки равны, и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности

ТЕОРЕМА О КАСАТЕЛЬНОЙ И СЕКУЩЕЙ



$AD^2 = AB \cdot AC$   
ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ

а) Пусть  $AP = x = CQ = NL = LN = NQ$   
 $MN$  - ср. линия  
Тогда  $BC = 2x$   
 $MN = \frac{1}{2} BC = x$   
(т.к.  $MN$  - ср. линия  $\triangle ABC$ )

б)  $\textcircled{1} \triangle ABC$ :  
 $BC = 4\sqrt{19} = 2x$   
 $x = 2\sqrt{19}$

$\textcircled{2} \triangle PEQ$ :  
 $\cos \angle ABC = \cos \angle PEQ = \frac{1}{4}$   
(соотв.)  
 $PQ = \sqrt{PE^2 + EQ^2 - 2 \cdot PE \cdot EQ \cdot \cos \angle PEQ}$   
 $= \sqrt{16 \cdot 19 + 9 \cdot 19 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{1}{4}} = \sqrt{19} = 19$

$\textcircled{3}$  по т. о кас. и сек.:  
 $PE^2 = PD \cdot PQ$   
 $16 \cdot 19 = PD \cdot 19$   
 $PD = 16$   
 $DQ = 19 - 16 = 3$   
Ответ: 3

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , и обоснованно получен верный ответ в пункте $b$	3
Получен обоснованный ответ в пункте $b$ ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , и при обоснованном решении пункта $b$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , ИЛИ при обоснованном решении пункта $b$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте $b$ с использованием утверждения пункта $a$ , при этом пункт $a$ не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3



18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{1-2x} = a - 7|x|$$

имеет более двух корней.

Решение:  
 $1-2x \geq 0$   
 $x \leq \frac{1}{2}$

Решим графически:  $\sqrt{1-2x} + 7|x| = a$

Пусть  $f(x) = \sqrt{1-2x} + 7|x|$

Если  $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ , то  $f(x) = \sqrt{1-2x} + 7x$   
 $f'(x) = \frac{-1 \cdot (-2)}{2\sqrt{1-2x}} + 7 = 0$

$$\frac{-1}{\sqrt{1-2x}} + 7 = 0$$

$$\frac{-1}{\sqrt{1-2x}} - 7 = 0$$

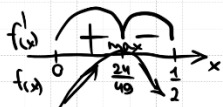
$$\sqrt{1-2x} = -\frac{1}{7}$$

$$\sqrt{1-2x} = \frac{1}{7}$$

$$1-2x = \frac{1}{49}$$

$$-2x = \frac{1}{49} - 1$$

$$x = \frac{24}{49}$$



Если  $x < 0$ , то  $f(x) = \sqrt{1-2x} - 7x$   
 $f'(x) = \frac{-1 \cdot (-2)}{2\sqrt{1-2x}} - 7 = 0$

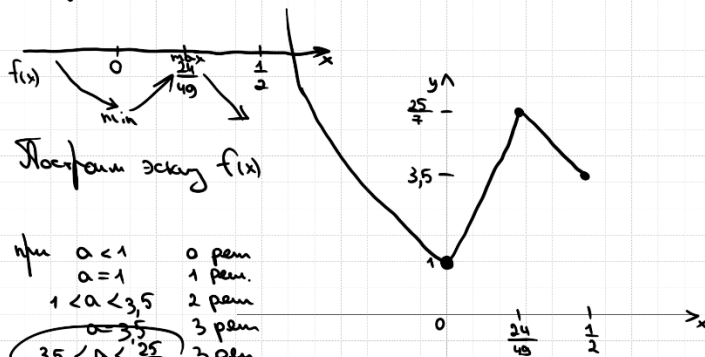
$$\frac{-1}{\sqrt{1-2x}} - 7 = 0$$

$$\frac{-1 - 7\sqrt{1-2x}}{\sqrt{1-2x}} < 0$$

$f(x)$  убывает при  $x < 0$

$x$	0	$\frac{24}{49}$	$\frac{1}{2}$
$f(x)$	1	$\frac{25}{7}$	3,5

Получаем



Построим эскиз  $f(x)$

- при  $a < 1$  0 реш.  
 $a = 1$  1 реш.  
 $1 < a < 3,5$  2 реш.  
 $a = 3,5$  3 реш.  
 $3,5 < a < \frac{25}{7}$  3 реш.  
 $a = \frac{25}{7}$  2  
 $a > \frac{25}{7}$  1 реш.

Ответ:  $[3,5; \frac{25}{7})$

**ИСТОЧНИКИ**

ЕГЭ (старый банк)  
 Основное звено (Решур) 2012

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений $a$ , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений $a$	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений $a$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	4





**19** Маша и Наташа делали фотографии в течение некоторого количества подряд идущих дней. В первый день Маша сделала  $m$  фотографий, а Наташа –  $n$  фотографий. В каждый следующий день каждая из девочек делала на одну фотографию больше, чем в предыдущий день. Известно, что Наташа за всё время сделала суммарно на 1001 фотографию больше, чем Маша, и что фотографировали они больше одного дня.

а) Могли ли они фотографировать в течение 7 дней?  
 б) Могли ли они фотографировать в течение 8 дней?  
 в) Какое наибольшее суммарное число фотографий могла сделать Наташа за все дни фотографирования, если известно, что в последний день Маша сделала меньше 40 фотографий?

**ИСТОЧНИКИ**

ГПР (старый банк)  
 ГПР (новый банк)  
 Ященко 2021 (36 вар)  
 Ященко 2020 (36 вар)  
 Ященко 2019 (36 вар)  
 Основная волна 2017

ИЛИ	
обоснованно получен верный ответ в пункте $в$	
Обоснованно получен верный ответ в пункте $а$ или $б$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	4

а) Маша  $\textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{3} \textcircled{4} \textcircled{5} \textcircled{6} \textcircled{7}$   
 Наташа  $n \quad n+1 \quad n+2 \quad n+3 \quad n+4 \quad n+5 \quad n+6$

б) Получаем ур-е:  
 $8n + 28 - 8m - 28 = 1001 \quad | :8$   
 $n - m = \frac{1001}{8}$

Значит  $n - m$  – нецелое, что противоречит условию.  
 Ответ: б) нет.

в) Какое наибольшее суммарное число фотографий могла сделать Наташа за все дни фотографирования, если известно, что в последний день Маша сделала меньше 40 фотографий?

а) да, например, если  $n = 144$   
 $m = 1$

б) Пусть  $k$  – кол-во дней, когда они фотографировали.  
 Получаем уравнение:  
 $k \cdot n - k \cdot m = 1001$   
 $k \cdot (n - m) = 1001$   
 $\Rightarrow 1001$  должно делиться на  $k$  без остатка

Ответ: а) да, например, если Маша сделала 1 фото в первый день, а Наташа 144 фото в первый день.  
 б) нет  
 в) 1430

②  $(m + k - 1)$  – это кол-во Машиных фото в последний  $k$ -й день  
 $m + k - 1 < 40$   
 $m + k < 41$   
 Учитывая, что  $m \geq 1$ , получаем  $k < 40$ , т.е.  $k \leq 39$

③ Т.к.  $k$  – это делитель 1001 и  $k \leq 39$ , то получаем, что:

**АРИТМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ**

$$a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$d = \frac{a_n - a_m}{n - m}$$

$k=7$ Тогда $m+7 < 41$ $m < 34$ $m \leq 33$ Тогда Наибольшее общее кол-во фото Маша $= \frac{33+33+6}{2} \cdot 7 = 367 = 252$ Тогда Наибольшее общее кол-во фото Наташа $= 252 + 1001 = 1253$ Ответ: в) 1430.	$k=11$ Тогда $m+11 < 41$ $m < 30$ $m \leq 29$ Тогда И об. к. $= \frac{29+29+10}{2} \cdot 11 = 374$ Тогда И об. к. $= 374 + 1001 = 1375$ Ф.Н.	$k=13$ Тогда $m+13 < 41$ $m < 28$ $m \leq 27$ Тогда И об. к. $= \frac{27+27+12}{2} \cdot 13 = 429$ Тогда И об. к. $= 429 + 1001 = 1430$ Ф.Н.
---	--	--

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах $а$ , $б$ и $в$	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте $в$ и обоснованно получен верный ответ в пункте $а$ или $б$	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах $а$ и $б$	2