

Единый государственный экзамен

по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности. На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Вариант 1

1

Решите уравнение $\sqrt{\frac{5}{8-4x}} = \frac{1}{12}$

Ответ: _____

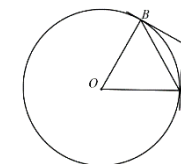
2

Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 19 пассажиров, равна 0,88. Вероятность того, что окажется меньше 9 пассажиров, равна 0,49. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 9 до 18.

Ответ: _____

3

Через концы А и В дуги окружности с центром О проведены касательные АС и ВС. Меньшая дуга АВ равна 62° . Найдите угол АСВ. Ответ дайте в градусах.



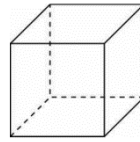
Ответ: _____

4

Найдите $9\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = \frac{5}{6}$.

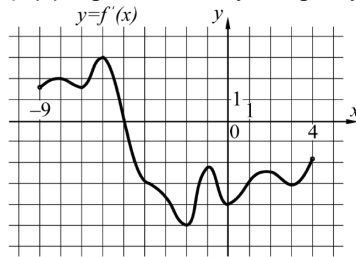
Ответ: _____

5 Объём куба равен 343. Найдите площадь его поверхности.



Ответ: _____

6 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-9; 4)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-7; 1]$.



Ответ: _____

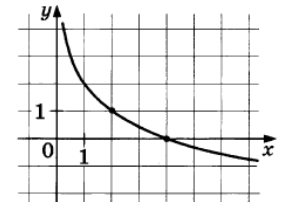
7 К источнику с ЭДС $\varepsilon = 60$ В и внутренним сопротивлением $r = 2$ Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением R Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, дается формулой $U = \frac{\varepsilon R}{R+r}$ каком сопротивлении нагрузки напряжение на ней будет 50 В? Ответ выразите в омах.

Ответ: _____

8 Два велосипедиста одновременно отправились в 130-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____

9 На рисунке изображен график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите значение $f(16)$.



Ответ: _____

10 Перед началом волейбольного матча капитаны команд бросают жребий, чтобы определить, какая из команд выиграет право первой подачи. Команда «Изумруд» по очереди играет с командами «Сапфир», «Аметист», «Алмаз» и «Хризолит». Найдите вероятность того, что во всех четырех матчах первой подавать мяч будет команда «Изумруд».

Ответ: _____

11 Найдите точку минимума функции $y = (x + 12)e^{x-12}$.

Ответ: _____



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12

а) Решите уравнение $\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{3}{\cos(\frac{15\pi}{2} + x)} = -2$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{5\pi}{2}; 4\pi]$.

13

Квадрат ABCD и цилиндр расположены таким образом, что AB — диаметр верхнего основания цилиндра, а CD лежит в плоскости нижнего основания и касается его окружности.

а) Докажите, что плоскость квадрата наклонена к плоскости основания цилиндра под углом 60° .

б) Найдите длину той части отрезка BD, которая находится внутри цилиндра, если образующая цилиндра равна $\sqrt{6}$.

14

Решите неравенство $(3^{x+1} + 3^{2-x})x \geq 28x$.

15

15 января планируется взять кредит в банке на 14 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного погашения равнялась 1,3 млн рублей?

16

Точка I — центр окружности S_1 , вписанной в треугольник ABC, точка O — центр окружности S_2 , описанной около треугольника BIC.

а) Докажите, что точка O лежит на окружности, описанной около треугольника ABC.

б) Найдите косинус угла BAC, если радиус описанной окружности треугольника ABC относится к радиусу окружности S_2 как 3:4.

17

Найдите все значения x , каждое из которых является решением уравнения

$$\frac{a\sqrt{3}\sin x + (\sqrt{3} - a)\cos x}{6\sin x - \sqrt{3}\cos x} = 1$$

при любом значении a из отрезка $[-1; 3\sqrt{2}]$.

18

На доске написали несколько не обязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма этих чисел оказалась равной 462. Затем в каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры (например, число 17 заменили на число 71).

а) Приведите пример исходных чисел, для которых сумма получившихся чисел ровно в 4 раза больше, чем сумма исходных чисел.

б) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 2 раза больше, чем сумма исходных чисел?

в) Найдите наибольшее возможное значение суммы получившихся чисел.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Ответы:

Вариант 1

1	-178
2	0,39
3	118
4	3,5
5	294
6	-5
7	10
8	13
9	-2
10	0,0625
11	-13

12. а) $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$

$x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$

$x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k \quad n, k \in Z$

б) $\frac{19\pi}{6}, \frac{7\pi}{2}, \frac{23\pi}{6}$.

13. б) 3,2

14. $x \in [-1; 0] \cup [2; +\infty)$

15. 1 млн руб.

16. б) $\frac{1}{9}$

17. $x = \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in Z$

18. а) да, например, 20 раз число 19 и один раз число 82;

б) нет;

в) 2145.