

## Профильный уровень

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

0	-	0	,	8															
---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

### Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$



## Часть 1

*Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

1

Найдите корень уравнения  $\sqrt{\frac{6}{4x - 54}} = \frac{1}{7}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

Найдите корень уравнения  $\log_3(x + 6) = \log_3(2x - 9)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2

В некотором городе из 5000 появившихся на свет младенцев 2512 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до тысячных.

Ответ: \_\_\_\_\_.

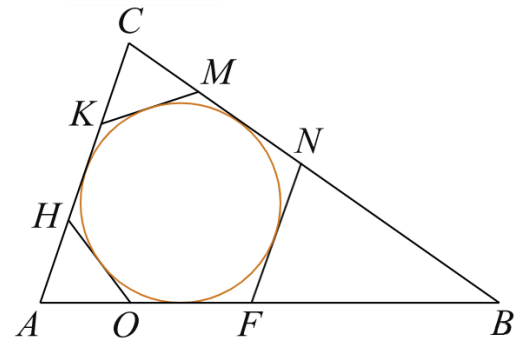
ИЛИ

На борту самолёта 12 кресел расположены рядом с запасными выходами и 18 — за перегородками, разделяющими салоны. Все эти места удобны для пассажира высокого роста. Остальные места неудобны. Пассажир В. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру В. достанется удобное место, если всего в самолёте 300 мест.

Ответ: \_\_\_\_\_.



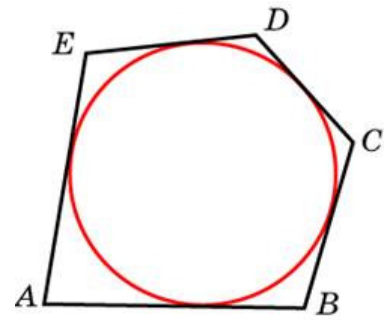
- 3 К окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны 6, 8, 10. Найдите периметр данного треугольника.



Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

- Около окружности, радиус которой равен 2, описан многоугольник, периметр которого равен 58. Найдите его площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Найдите значение выражения  $\frac{\log_3 5}{\log_3 7} + \log_7 0,2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

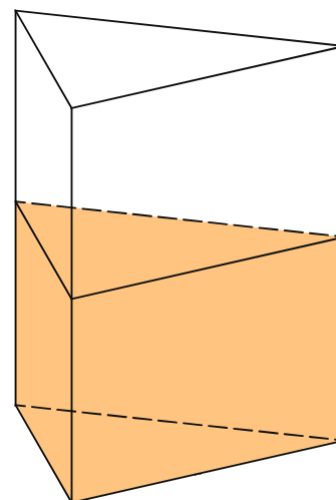
ИЛИ

- Найдите значение выражения  $\left( \sqrt{5\frac{3}{5}} - \sqrt{12\frac{3}{5}} \right) : \sqrt{\frac{7}{20}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

5

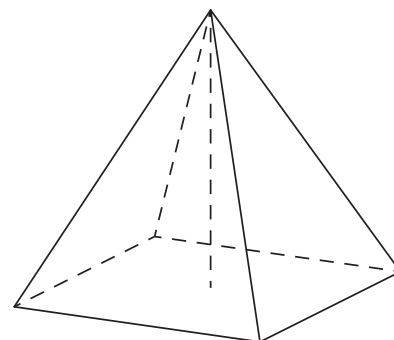
В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 80 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в см.



Ответ: \_\_\_\_\_.

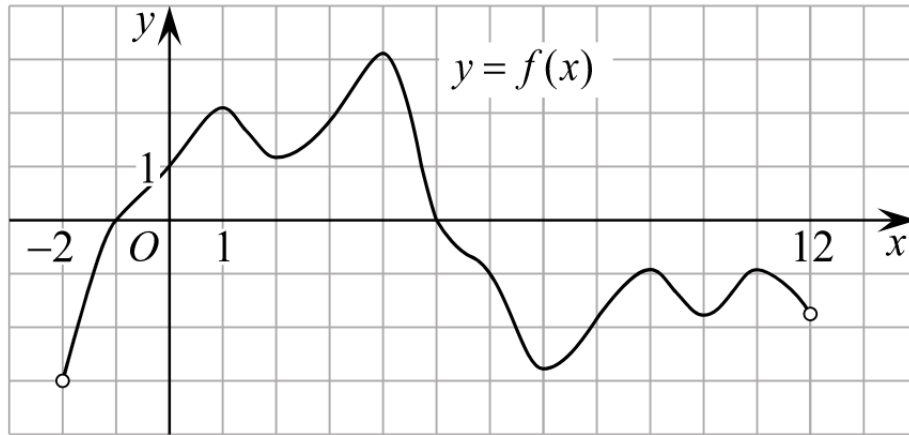
ИЛИ

В правильной четырёхугольной пирамиде высота равна 3, боковое ребро равно 5. Найдите её объём.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-2; 12)$ . Найдите количество точек, в которых производная функции  $f(x)$  обращается в ноль.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Мяч бросили под углом альфа к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча (в секундах) определяется по формуле  $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$ . При каком значении угла  $\alpha$  (в градусах) время полета составит 3 секунды, если мяч бросают с начальной скоростью  $v_0 = 30$  м/с? Считайте, что ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## ИЛИ

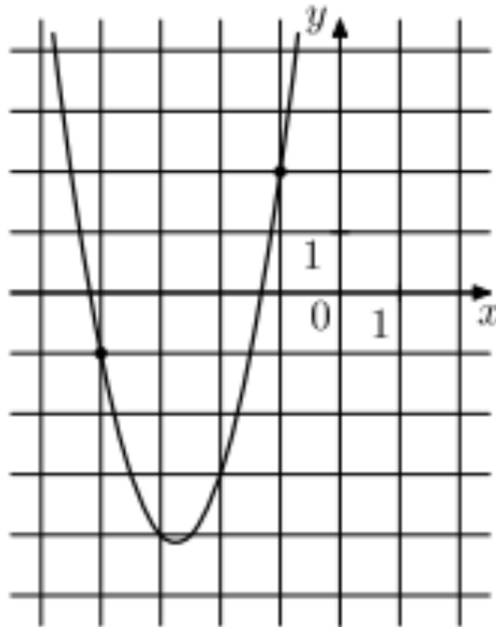
Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне  $T_n = 20^\circ\text{C}$ , через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды  $m = 0,3$  кг/с. Проходя по трубе расстояние  $x$ , вода охлаждается от начальной температуры  $T_b = 60^\circ\text{C}$  до температуры  $T$ , причём  $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_b - T_n}{T - T_n}$ , где  $c = 4200 \frac{\text{Вт}\cdot\text{с}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$  — теплоёмкость воды,  $\gamma = 21 \frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot^\circ\text{C}}$  — коэффициент теплообмена, а  $\alpha = 0,7$  — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 84 м.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 На рисунке изображён график функции  $f(x) = 2x^2 + bx + c$ . Найдите значение  $f(-6)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика нет чётных чисел, а нечётные числа 1, 3 и 5 встречаются по два раза. В остальном кубики одинаковые.

Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, что в каком-то порядке выпали 3 и 5 очков. Какова вероятность того, что бросали первый кубик?

Ответ: \_\_\_\_\_.

## ИЛИ

Турнир по настольному теннису проводится по олимпийской системе в несколько туров: если в туре участвует чётное число игроков, то они разбиваются на случайные игровые пары. Если число игроков нечётно, то с помощью жребия выбираются случайные игровые пары, а один игрок остаётся без пары и не участвует в туре. Проигравший в каждой паре (ничья невозможна) выбывает из турнира, а победители и игрок без пары, если он есть, выходят в следующий тур, который проводится по таким же правилам. Так продолжается до тех пор, пока не останутся двое, которые играют между собой финальный тур, то есть последнюю партию, которая выявляет победителя турнира. Всего в турнире участвует 20 игроков, все они играют одинаково хорошо, поэтому в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игрока равна 0,5. Среди игроков два друга – Иван и Алексей. Какова вероятность того, что этим двоим в каком-то туре придётся сыграть друг с другом?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Найдите наибольшее значение функции  $y = 16 \operatorname{tg} x - 16x + 4\pi - 5$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

Найдите наименьшее значение функции  $y = 7 \sin x - 8x + 9$  на отрезке  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работ. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**



## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение

$$(25^{\cos x})^{\sin x} = 5^{\sqrt{2} \sin x}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

13  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  - прямоугольный параллелепипед, все грани которого не квадраты;  $M$  - середина  $CD$ ;  $K$  - середина грани  $BB_1 C C_1$ ;  $L$  - середина грани  $A_1 B_1 C_1 D_1$ . Косинус угла между прямыми  $MD_1$  и  $KL$  равен  $\frac{3}{\sqrt{10}}$

а) Докажите, что  $DC = 2DD_1$ .

б) Найдите расстояние между прямыми  $LK$  и  $D_1M$ , если объем параллелепипеда  $54\sqrt{3}$  и угол между прямой  $B_1C$  и гранью  $DCC_1D_1$  равен  $60^\circ$ .

14 Решите неравенство

$$4^{\frac{2x+2}{x}} - \frac{4}{3} \cdot 12^{\frac{x+1}{x}} + 3^{\frac{1}{x}} - 4^{\frac{1}{x}} \geq 0.$$

15 16-ого декабря планируется взять кредит в банке на сумму 1200 тысяч рублей на  $n$ . месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-ого числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-ого числа каждого месяца с 1-го по  $n$ -й долг должен на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу  $n$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найти  $n$ , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1326 тысячи рублей?

**16** Дан прямоугольный треугольник  $RST$  с прямым углом  $T$ . На катете  $RT$  взята точка  $M$ . Окружность с центром  $O$  и диаметром  $TM$  касается гипотенузы в точке  $N$ .

- а) Докажите, что прямые  $MN$  и  $SO$  параллельны.  
 б) Найдите площадь четырехугольника  $SOMN$ , если  $TN = 8$  и  $RM : MT = 1 : 3$ .

**17** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(x^2 - 5 + \ln(x - a))^2 = (x^2 - 5)^2 + \ln^2(x - a)$$

имеет один корень на отрезке  $[-1; 3]$ .

**18** Пусть  $\overline{ab}$  обозначает двузначное число, равное  $10a + b$ , где  $a$  и  $b$  — десятичные цифры,  $a \neq 0$ .

- а) Существуют ли такие попарно различные ненулевые цифры  $a, b, c$  и  $d$ , что  $\overline{ab} \cdot \overline{cd} - \overline{ba} \cdot \overline{dc} = 297$  ?  
 б) Существуют ли такие попарно различные ненулевые цифры  $a, b, c$  и  $d$ , что  $\overline{ab} \cdot \overline{cd} - \overline{ba} \cdot \overline{dc} = 1386$ , если среди цифр  $a, b, c$  и  $d$  есть цифра 7 ?  
 в) Какое наибольшее значение может принимать выражение  $\overline{ab} \cdot \overline{cd} - \overline{ba} \cdot \overline{dc}$ , если среди цифр  $a, b, c$  и  $d$  есть цифры 4 и 7 ?



**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**

⇒ Разбор варианта от Профиматики

