

**Задание 9.1. «Серый» ящик**

Ящик с тремя выводами содержит источник постоянного напряжения  $\mathcal{E}$  и два резистора. Указанные элементы соединены по одной из двух схем, представленных на рис. 1.

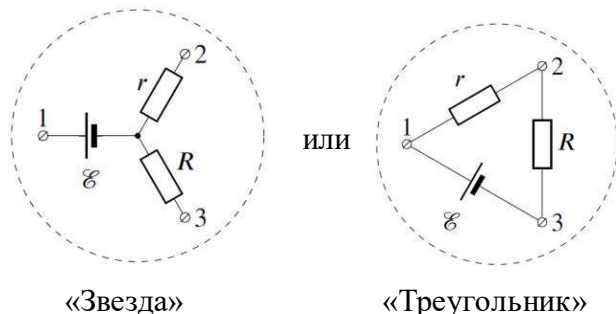


Рис. 1



Фото 1

На крышке ящика выводы в произвольном порядке помечены буквами  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Внутреннее сопротивление источника, пренебрежимо мало по сравнению с сопротивлениями резисторов  $r$  и  $R$ .

1. Установите, по какой из схем («звезда» или «треугольник») соединены элементы.
2. Установите соответствие между точками «1», «2», «3» и выводами  $A$ ,  $B$  и  $C$ , считая, что  $r < R$ .
3. Определите значение напряжения  $\mathcal{E}$  источника и сопротивления резисторов  $r$  и  $R$ .
4. Оцените погрешности результатов.

**Оборудование.** «Серый» ящик, мультиметр со щупами.

**Внимание!**

- 1) В начале решения обязательно укажите номер «серого» ящика (на фото это № 36).
- 2) Запрещается «закорачивать» выводы ящика (например, с помощью проводов мультиметра, его щупа и т.д.).
- 3) Внутреннее сопротивление мультиметра в режиме измерения напряжения может существенно отличаться от стандартного для данного прибора.

**Э-9.1. Возможное решение.** Внимание! Все измеренные значения приведены для авторской установки.

1. Измерим напряжение между выводами  $A$  и  $B$ ,  $A$  и  $C$ ,  $B$  и  $C$ :

$$U_{AB} = 0,00 \text{ В}, U_{AC} = 12,73 \text{ В}, U_{BC} = 6,82 \text{ В}.$$

Пусть в ящике элементы соединены «треугольником». Тогда между выводами  $A$  и  $B$  должен быть резистор практически нулевого сопротивления. Однако, в таком случае, остальные два напряжения должны совпадать (или быть очень близкими), что не наблюдается. Значит, в ящике элементы соединены «звездой».

2. По тем же измерениям установим соответствие между выводами. Так как напряжение между выводами  $A$  и  $B$  равно нулю, источник подключён к выводу  $C$  (то есть  $C \rightarrow 1$ ). Напряжение между выводами  $A$  и  $C$  больше, следовательно, резистор, подключённый к выводу  $A$ , имеет меньшее сопротивление (то есть  $A \rightarrow 2$ ). Соответственно,  $B \rightarrow 3$ .
3. Различие между полученными значениями напряжения ( $U_{AC} \neq U_{BC}$ ) показывает, что вольтметр нельзя считать идеальным!

Кроме того, омметр, даже в режиме 2 МОм, подключённый к выводам  $A$  и  $B$  (2 и 3), «зашкаливает», что говорит о том, что  $r + R > 2 \text{ МОм}$ .

Вариант 1. У мультиметра минимальный предел измерения силы тока 200  $\mu\text{А}$  (серия 830).

4. Переведём мультиметр в режим микроамперметра (предел 200  $\mu\text{А}$ ) и измерим силу тока между всеми парами выводов. Получим значения:

$$I_{AB} = 0, I_{AC} = 37,7 \text{ мкА}, I_{BC} = 10,6 \text{ мкА}.$$

5. Пусть  $R_V$  – сопротивление прибора в режиме вольтметра. Тогда:

$$U_{AC} = \frac{\mathcal{E}R_V}{R_V + r}, \quad U_{BC} = \frac{\mathcal{E}R_V}{R_V + R}.$$

С другой стороны,  $\mathcal{E} = I_{AC}r = I_{BC}R$ .

Отсюда получаем, что

$$\begin{aligned} \frac{R}{r} &= \frac{I_{AC}}{I_{BC}} = \frac{37,7}{10,6} = 3,56 \\ \frac{R_V + R}{R_V + r} &= \frac{U_{AC}}{U_{BC}} = \frac{12,73}{6,82} = 1,87 \Rightarrow R_V + 3,56r = 1,87R_V + 1,87r. \\ &\Rightarrow r = 0,514R_V. \end{aligned}$$

Подставим найденное значение:

$$\begin{aligned} U_{AC} &= \frac{\mathcal{E}}{1 + 0,514} \Rightarrow \mathcal{E} = 1,514U_{AC} = 1,514 \cdot 12,73 \text{ В} \approx 19,3 \text{ В}. \\ r &= \frac{\mathcal{E}}{I_{AC}} = \frac{19,3 \text{ В}}{37,7 \text{ мкА}} = 512 \text{ кОм}, \quad R = \frac{\mathcal{E}}{I_{BC}} = \frac{19,3 \text{ В}}{10,6 \text{ мкА}} = 1,82 \text{ МОм}. \end{aligned}$$

Вариант 2. У мультиметра минимальный предел измерения 2000  $\mu\text{А}$  (серия 832, 838).

4. Переведём мультиметр в режим микроамперметра (предел 2000  $\mu\text{А}$ ) и измерим ток между всеми парами выводов. Получаем значения:

$$I_{AB} = 0, I_{AC} = 38 \text{ мкА}, I_{BC} = 11 \text{ мкА}.$$

5. Пусть  $R_V$  – сопротивление прибора в режиме вольтметра. Тогда

$$U_{AC} = \frac{\mathcal{E}R_V}{R_V + r}, \quad U_{BC} = \frac{\mathcal{E}R_V}{R_V + R}.$$

С другой стороны,  $\mathcal{E} = I_{AC}r = I_{BC}R$ .

Отсюда получаем, что

$$\frac{R}{r} = \frac{I_{AC}}{I_{BC}} = \frac{38}{11} = 3,45$$

$$\frac{R_V + R}{R_V + r} = \frac{U_{AC}}{U_{BC}} = \frac{12,7}{6,82} = 1,87 \Rightarrow R_V + 3,45r = 1,87R_V + 1,87r$$

$$\Rightarrow r = 0,55 \text{ } \nu.$$

Подставим найденное значение:

$$U_{AC} = \frac{\mathcal{E}}{1 + 0,5} \Rightarrow \mathcal{E} = 1,55 U_{AC} = 1,55 \cdot 12,73 \text{ В} = 19,7 \text{ В.}$$

$$r = \frac{\mathcal{E}}{I_{AC}} = \frac{19,7 \text{ В}}{38 \text{ мкА}} = 520 \text{ кОм}, \quad R = \frac{\mathcal{E}}{I_{BC}} = \frac{19,7 \text{ В}}{11 \text{ мкА}} = 1,79 \text{ МОм.}$$

Вычисленные значения равны:

(вариант 1)  $\mathcal{E} = 19,3 \text{ В}$ ;  $r = 512 \text{ кОм}$ ;  $R = 1,82 \text{ МОм}$ .

(вариант 2)  $\mathcal{E} = 19,7 \text{ В}$ ;  $r = 520 \text{ кОм}$ ;  $R = 1,79 \text{ МОм}$ .

6. *Примечание:* значения, измеренные напрямую в авторской установке:

$$\mathcal{E} = 19,2 \text{ В}, r = 507 \text{ кОм}, R = 1,80 \text{ МОм.}$$

7. Общие формулы (их вывод от участников олимпиады не требуется):

$$\mathcal{E} = \frac{U_{AC}U_{BC}(I_{AC} - I_{BC})}{I_{AC}U_{BC} - I_{BC}U_{AC}}, \quad r = \frac{U_{AC}U_{BC}(I_{AC} - I_{BC})}{I_{AC} \cdot (I_{AC}U_{BC} - I_{BC}U_{AC})}, \quad R = \frac{U_{AC}U_{BC}(I_{AC} - I_{BC})}{I_{BC} \cdot (I_{AC}U_{BC} - I_{BC}U_{AC})}.$$

№	Э-9.1. Критерии оценивания (из 20 баллов)	Баллы
	<p><b>Часть 1. Измерения</b></p> <p>Баллы в этой части ставятся за результаты измерений если они отличаются от характерных параметров данного ящика не более, чем на 5%</p>	
1	Анализ содержимого ящика начат с помощью вольтметра, так как есть риск вывести из строя амперметр, или получить неверные показания омметра.	1
2	<p>Определены напряжения между <u>всеми</u> парами выводов</p> <p><b>Если измерение однократное, то 0,5 балла</b></p>	1
3	<p>Определены значения силы тока между <u>всеми</u> парами выводов ящика.</p> <p><i>Примечание:</i> Начинать пробные измерения следует на наиболее грубом пределе (200 мА), так как существует риск вывести из строя амперметр. Далее участник выбирает оптимальный диапазон из доступных ему режимов («200 мкА» - для мультиметров 830-й серии, «2000 мкА» - для мультиметров 832-й и 838-й серий). Если участник проводит измерения не в оптимальном диапазоне, что видно по наличию знаков после запятой, то за этот пункт ставить <b>0,5 балла!</b></p> <p><b>Если измерение однократное, то 0,5 балла</b></p>	2
4	Указано, что при подключении омметра к паре выводов <i>A</i> и <i>B</i> (на которых $U_{AB} = 0,00$ В, прибор в режиме «2 000 кОм» «зашкаливает».	1
	<b>Часть 2. Определение схемы и соответствия между выводами</b>	
5	<b>Обосновано</b> , что элементы внутри ящика не могут быть соединены по схеме «треугольник»	1
6	Установлено соответствие между точками схемы 1, 2 и 3 и выводами <i>A</i> , <i>B</i> , <i>C</i> . Соответствие обосновано со ссылками на результаты измерений. <i>Примечание:</i> Без обоснования баллы за пункт не ставить.	2
	<b>Часть 3. Определение параметров элементов</b>	
7	Из результатов п. 3 получено отношение $\frac{R}{r} = \frac{I_{AC}}{I_{BC}}$	$\geq 1$
8	<p>Записаны выражения для напряжения вольтметра между парами выводов с учетом <u>неизвестного</u> внутреннего сопротивления вольтметра</p> $U_{AC} = \frac{\mathcal{E}R_V}{R_V + r}, \quad U_{BC} = \frac{\mathcal{E}R_V}{R_V + R}.$	2
9	Величины <i>r</i> и <i>R</i> выражены через $R_V$ (из соотношений п. 7 и п. 8)	2
10	<p>Для <b>приборов 830-й серии</b> получено значение напряжения, отличающееся от авторского не более чем на 5%. При отклонении на 5% – 7,5% за этот пункт ставится половина баллов.</p> <p>Для <b>приборов 832-й и 838-й серий</b> получено значение напряжения, отличающееся от авторского не более чем на 10%. При отклонении на</p>	2

	10% – 20% за этот пункт ставится половина баллов.	
11	Для приборов <b>830-й серии</b> получено значение $r$ , отличающееся от авторского не более чем на 5%. При отклонении на 5% – 10% за этот пункт ставится половина баллов. Для приборов <b>832-й и 838-й серий</b> получено значение $r$ , отличающееся от авторского не более чем на 10%. При отклонении на 10% – 20% за этот пункт ставится половина баллов.	2
12	Для приборов <b>830-й серии</b> получено значение $R$ , отличающееся от авторского не более чем на 5%. При отклонении на 5% – 10% за этот пункт ставится половина баллов. Для приборов <b>832-й и 838-й серий</b> получено значение $R$ , отличающееся от авторского не более чем на 10%. При отклонении на 10% – 20% за этот пункт ставится половина баллов.	2
13	Сделана оценка погрешности результатов измерений	1

Примечания к п.п. 10 – 12.

А) Результаты, полученные исходя из неверных формул, **не оцениваются!**

Б) Если участник использует «заученное» значение внутреннего сопротивления мультиметра ( $R_V = 1 \text{ МОм}$ ) в режиме вольтметра, баллы за п.п. 10 – 12 **не ставить!**

Примечание от ЦПМК:

Аккуратный расчет погрешности в данной работе проводить смысла не имеет. Это длительный процесс. Но ОЦЕНИТЬ погрешность можно. Если исходные значения измеренных величин были определены с точностью, например, 2%, то погрешность отношений сопротивлений будет 4%. Погрешность окончательных результатов тогда составит 5–10%.

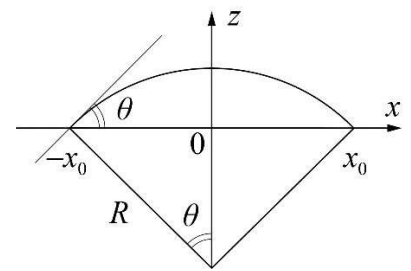
**В Москве использовались мультиметры 830 серии**

**10 Пункт: (19-21) В – 2 балла; (18-22) В – 1 балл**

**11 Пункт (480 – 540) кОм – 2 балла; (455 – 565) кОм – 1 балл**

**12 Пункт: (1,7 – 1,9) МОм - 2 балла; (1,6 – 2,0) МОм – 1 балл**

**Э-9.2. Капля на стекле.** Маленькая капля жидкости на плоской поверхности принимает форму шарового сегмента (см. рис.). Диаметр  $d$  ( $d = 2x_0$ ) капли зависит от объём  $V_B$  жидкости в капле и угла  $\theta$ . При увеличении объёма капли её поверхность перестаёт быть сферической и становится более плоской. Критерием того, что капля действительно представляет собой шаровой сегмент, является линейная зависимость её объёма от куба диаметра



$$V_B = kd^3. \quad (1)$$

В данной работе вам предстоит определить коэффициент пропорциональности  $k$  для капли воды на стекле и оценить угол  $\theta$ .

### Задание

1. Определите объём  $V_K$  одной капельки воды, отрывающейся от иглки шприца (см. фото) при медленном движении поршня.
2. Подготовьте поверхность стекла. Для этого нанесите на неё несколько капелек воды и тщательно протрите поверхность бумажной салфеткой до полного удаления следов жидкости. Дайте возможность испариться невидимым остаткам воды в течение 1 – 2 минут.
3. Используя миллиметровую бумагу и увеличительное стекло, снимите зависимость диаметра капли на стекле  $d$  от её объёма  $V_B$ . Для этого вам достаточно изменять объём капли от  $V_K$  до  $10 V_K$ .
4. Постройте график зависимости  $V_B = kd^3$ . Укажите на нём абсолютные погрешности измеренных величин. Определите значение коэффициента  $k$  и оцените его погрешность.
5. С помощью приведённой таблицы постройте график зависимости угла  $\theta$  от коэффициента  $k$ . Определите угол  $\theta_0$ , соответствующий условиям вашего эксперимента и оцените его погрешность.



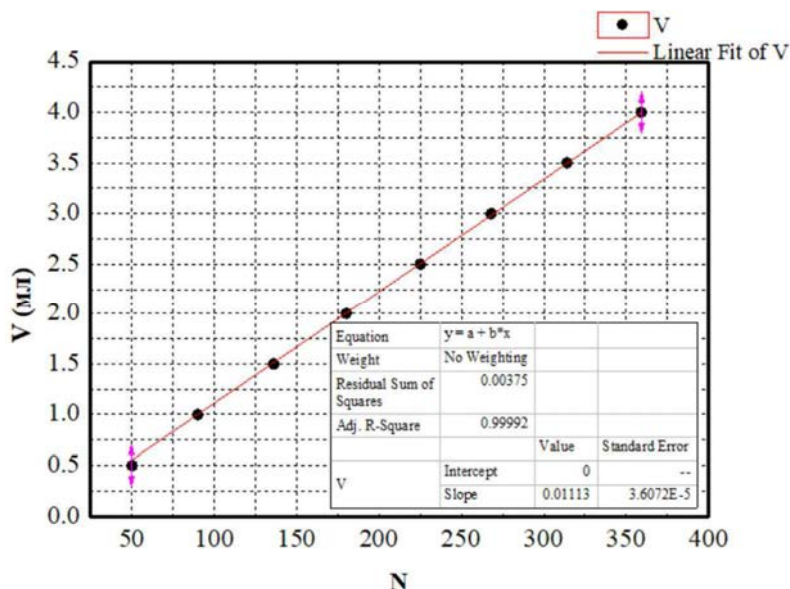
$k, 10^{-3}$	0,0	17,8	53,5	82,7	102,3	128,3	147,2	168,7
$\theta$ , град	0,0	10	30	44	52	61	66	72

**Внимание!** Будьте крайне осторожны при работе с иглами. Они острые и вы можете себя травмировать!

**После окончания работы с иглой помещайте её в защитный колпачок!**

**Оборудование.** Предметное стекло, шприц, увеличительное стекло, лист миллиметровой бумаги, стакан с водой, бумажные салфетки – 3 шт.

Определяем объём  $V_k$  одной капельки, отрывающейся от иглки шприца. Для этого набираем полный шприц воды и, удерживая его в вертикальном положении, медленно выдавливаем воду в стакан. Производим подсчёт числа  $N$  вытекающих капелек, а по шкале шприца определяем объём вытекающей воды  $V_B$ . Ниже представлена таблица 1 зависимости  $N(V_B)$ . Объём одной капельки  $V_k$  находим как угловой коэффициент линейной функции  $V_B = V_k N$ , график которой представлен на рис. 1. В результате получаем  $V_k = 11,1 \cdot 10^{-3}$  мл. Этот объём зависит от внутреннего диаметра иглы и свойств жидкости.



N	V, мл
50	0.5
90	1.0
136	1.5
180	2.0
225	2.5
268	3.0
314	3.5
359	4.0

Следует подчеркнуть, что при оценивании данного пункта задания необходимо учитывать **многократность измерений**, которая может быть реализована и другими способами. Отметим, также, что полученные результаты зависят от свойств используемой в эксперименте воды, наличия или отсутствия вибрации шприца в момент отрыва капли, т.е. могут отличаться от авторских. 2. Наносим несколько капелек на стекло с помощью шприца. Чтобы они оставались фиксированного объёма, капельки не должны касаться большой капли на стекле. Измерение диаметра капли на стекле производим по клеточкам миллиметровой бумаги (рис. 3). На рис. 4 приведён вид капли сбоку.

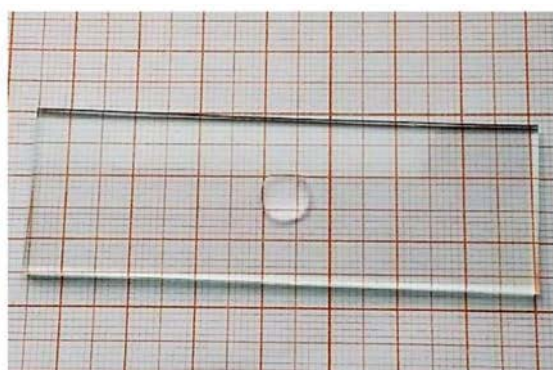


Рис.3



Рис. 4

По правилам физических измерений мы не можем определять размеры капли точнее, чем половина цены деления измерительного прибора (миллиметровой бумаги). При измерениях для удобства пользуемся увеличительным стеклом. Полученные результаты представлены в таблице 2. В пятом столбце приведена относительная погрешность измерения диаметра капли, рассчитанная как отношение половины цен деления (0,5 мм) к измеренному

значению диаметра. В шестом столбце приведена относительная погрешность определения куба диаметра капли, рассчитанная как значение пятого столбца, умноженное на 3.

$N$	$V_B$ , мл	$d$ , мл	$d^3$ , мл	$\mathcal{E}_d$	$\mathcal{E}_{d^3}$	$\Delta d^3$ , мл
1	0.0111	6.5	0.27	0.077	0.231	0.06
2	0.0223	8	0.51	0.063	0.188	0.10
3	0.0334	9.25	0.79	0.054	0.162	0.13
4	0.0445	10.25	1.08	0.049	0.146	0.16
5	0.0557	10.25	1.08	0.049	0.146	0.16
6	0.0668	11	1.33	0.045	0.136	0.18
7	0.0779	12	1.73	0.042	0.125	0.22
8	0.0890	12	1.73	0.042	0.125	0.22
9	0.1002	13	2.20	0.038	0.115	0.25
10	0.1113	13	2.20	0.038	0.115	0.25

Табл. 2

В седьмом столбце указана абсолютная погрешность определения куба диаметра. Эти значения необходимы для построения графика зависимости  $V_B(d^3)$ , который представлен на рис. 5. Угловым коэффициентом прямой, проведённой с минимально возможным наклоном, равен  $k_{\min} = 0,046$ , а с максимально возможным наклоном  $k_{\max} = 0,052$ . В итоге, значение углового коэффициента можно представить как  $k = (49 \pm 3) \cdot 10^{-3}$ .

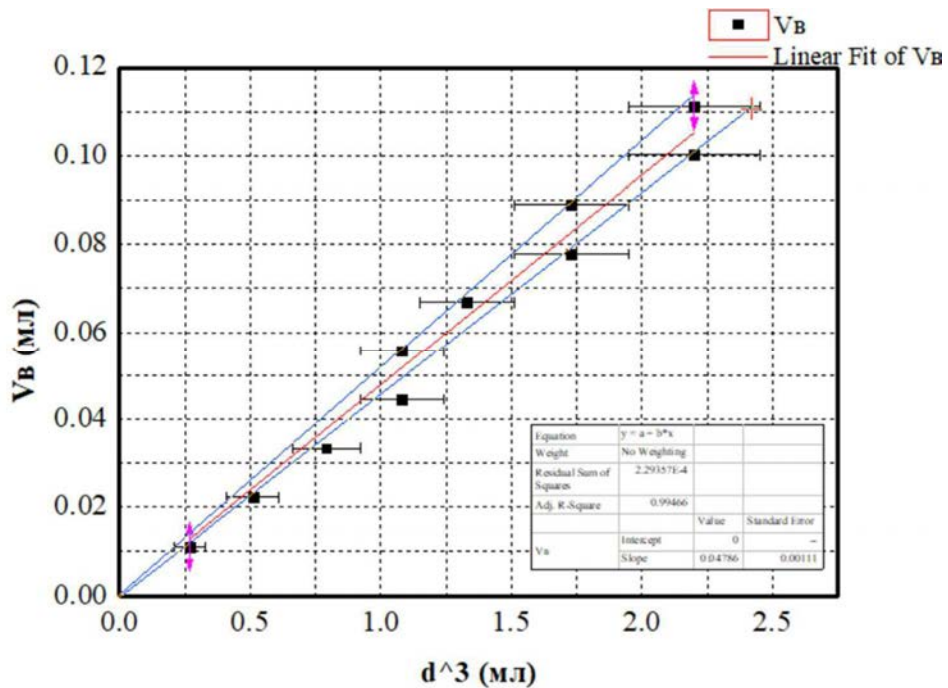
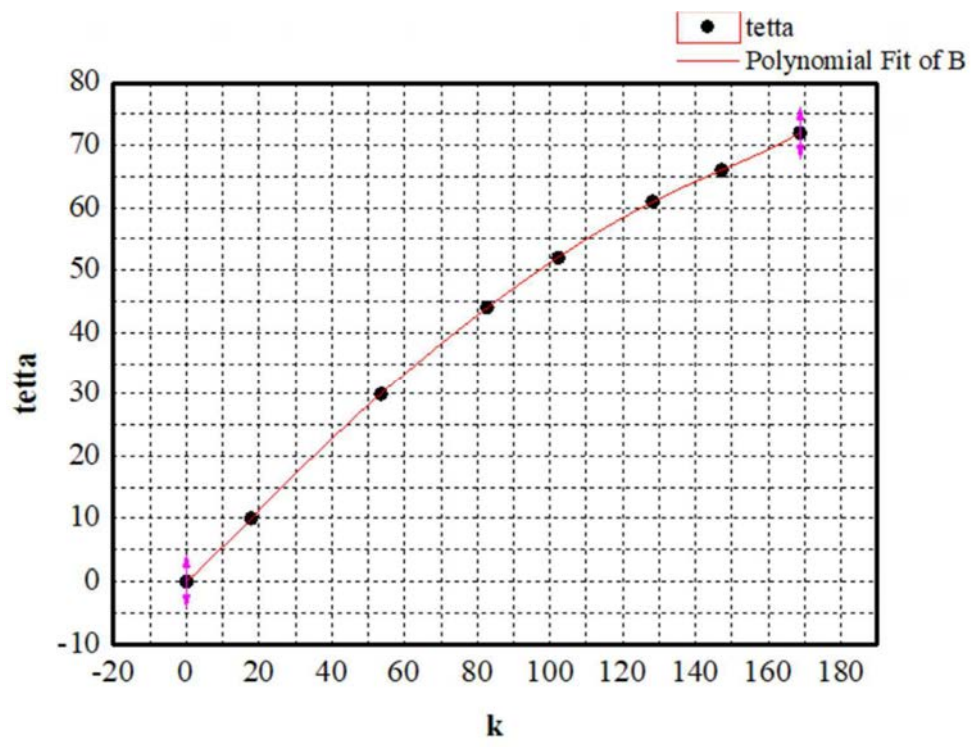


Рис. 5

Из графика зависимости  $k$  от  $\theta$  находим, что в данном эксперименте угол  $\theta_0$  равен  $28 \pm 2^\circ$ .





№	Э-9.1. Критерии оценивания (из 20 баллов)	Баллы
1	<p>Определено значение объема одной капельки из шприца <math>V_k</math></p> <p>Многократно (график или иначе) 2 балла</p> <p>Однократно 1 балл</p> <p>Результат 1 балл (ворота (10 – 12,5) мкл)</p>	3
2	<p>Таблица измерений зависимости <math>d(N)</math></p> <p>Серия измерений проведена 2 раза или более 4 балла</p> <p>Однократно 3 балл</p>	4
3	Дополнение таблицы значениями $V_v$ и $d^3$	1
4	<p>График зависимости <math>V_v(d^3)</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- подписаны оси и указаны единицы измерения 1 балл</li> <li>- равномерная и удобная шкала (1, 2, 5 мелких клеток между соседними оцифрованными штрихами) 0,5 балла</li> <li>- масштаб (график занимает более 60% поля листа) 0,5 балла</li> <li>- верно нанесено не менее 90% точек 0,5 балла</li> <li>- проведена гладкая линия 0,5 балла</li> <li>- нанесены погрешности (кресты ошибок) 1 балл</li> </ul>	4
5	Определено значение коэффициента	2
6	Оценка погрешности $k$	1
7	<p>Построение калибровочного графика <math>\theta</math> от коэффициента <math>k</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- подписаны оси и указаны единицы измерения 1 балл</li> <li>- равномерная и удобная шкала 0,5 балла</li> <li>- масштаб (график занимает более 60% поля листа) 0,5 балла</li> <li>- верно нанесено не менее 90% точек 0,5 балла</li> <li>- проведена гладкая линия 0,5 балла</li> </ul>	3
8	Определено значение угла $\theta_0$	1
9	Найдена погрешность $\theta_0$	1

