

РЕАЛЬНЫЙ вариант
ЕГЭ по МАТЕМАТИКЕ (профильный уровень)
от сайта ЯГУБОВ.РФ
МОСКВА (7 июня 2021 года)

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

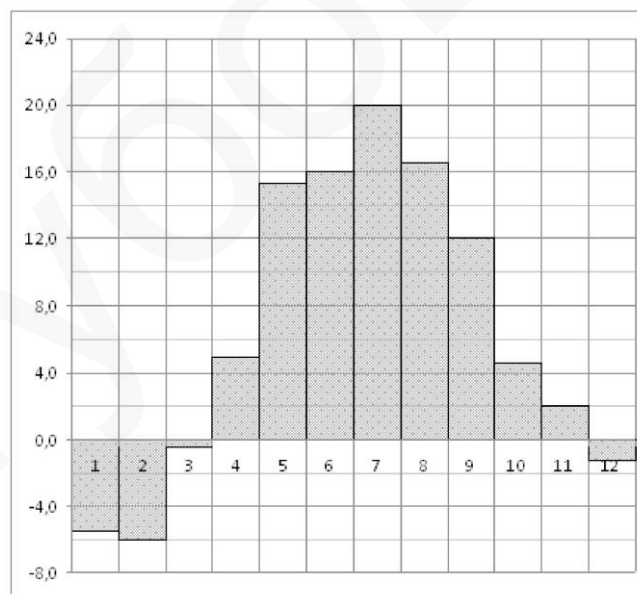
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1** Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 20%. Книга стоит 490 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты Роман Б. за эту книгу?

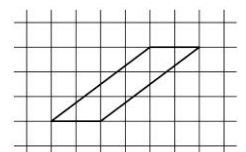
Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Москве за каждый месяц 2020 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображен параллелограмм. Найдите его большую высоту.



Ответ: _____.

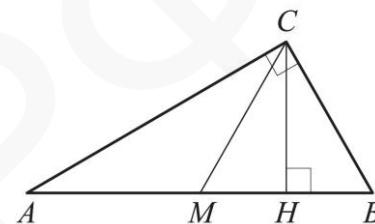
4 В чемпионате по гимнастике участвуют 100 спортсменок, 27 из Норвегии, 15 из Дании, остальные из России. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяет жеребьёвка. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступавшая первой, окажется из России.

Ответ: _____.

5 Найдите корень уравнения $(x - 8)^3 = 64$.

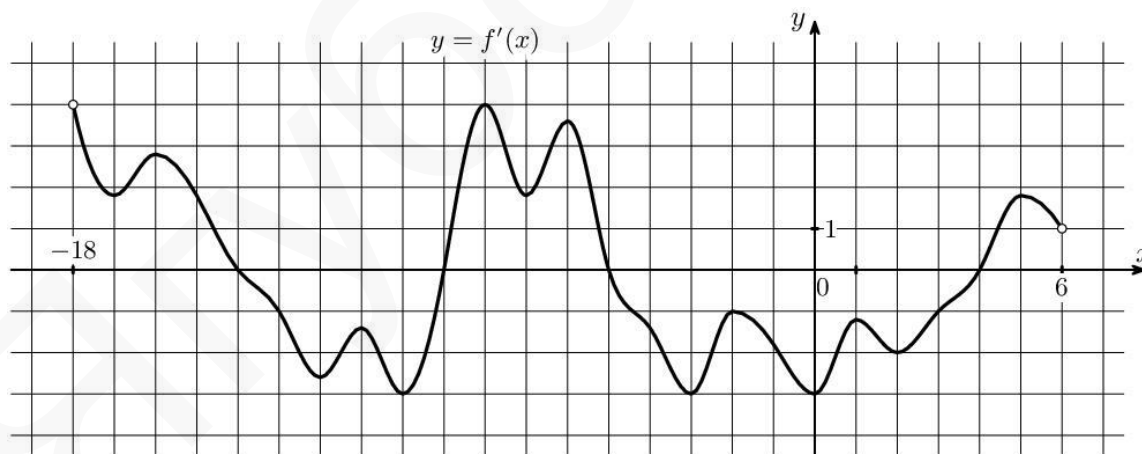
Ответ: _____.

6 Острый угол прямоугольного треугольника равен 45° . Найдите угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



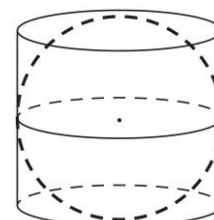
Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на промежутке $(-18; 6)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $(-14; 4]$.



Ответ: _____.

8 Шар, объём которого равен 24, вписан в цилиндр. Найдите объём цилиндра.



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $3\sqrt{2} \cos^2 \frac{11\pi}{8} - 3\sqrt{2} \sin^2 \frac{11\pi}{8}$.

Ответ: _____.

10 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа в мг, t — время в минутах, прошедшее от начального момента, T — период полураспада изотопа в минутах. В начальный момент времени масса изотопа равна 64 мг. Период его полураспада равен 8 мин. Через сколько минут масса будет равна 16 мг?

Ответ: _____.

11 Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 13 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 78 км/ч, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она меньше 48 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12 Найдите точку минимума функции $y = 0,5x^2 - 28x + 96 \cdot \ln x + \pi \cdot \sqrt{2021}$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$$2\sin x \cdot \cos^2 x - \sqrt{2} \sin 2x + \sin x = 0.$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

14 В основании пирамиды $SABC$ лежит прямоугольный треугольник с гипотенузой AB . Проекция высоты SO лежит на середине гипотенузы.

а) Докажите, что $SA = SC$.

б) Найдите угол между плоскостями ABC и SAC , если $AB = 20$, $AC = 16$, $SA = 26$.

15 Решите неравенство

$$\frac{3^x}{3^x - 3} + \frac{3^x + 1}{3^x - 2} + \frac{5}{9^x - 5 \cdot 3^x + 6} \leq 0.$$

16 Роман Борисович с 2015 года целенаправленно готовит к ЕГЭ. Только один ученик среди сотни смог получить хоть какие-то баллы (это был стобалльник) за данное задание.

К сожалению, можно 3 года готовиться только к нему или решить сотни аналогичных заданий, но все равно его не сделать... Вам просто не хватает времени при самом благоприятном стечении обстоятельств.

Не выбрасывайте деньги родителей, не тратьте своё время — просто забудьте!

- 17** 15-го мая планируется взять кредит в банке на 900 тысяч рублей на 31 месяц. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
 - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 - 15-го числа каждого месяца с 1-го по 30-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
 - 15-го числа 30-го месяца долг составит 300 тысяч рублей;
 - к 15-му числу 31-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
- Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

- 18** Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение
- $$a|x+3|+(1-a)|x-3|+1=0$$
- имеет два различных решения.

- 19** Отношение трёхзначного натурального числа к сумме его цифр — целое число.
- а) Может ли это отношение быть равным 12?
 - б) Может ли это отношение быть равным 83?
 - в) Какое наименьшее значение может принимать это отношение, если первая цифра трёхзначного числа равна 6?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

РЕПЕТИТОР ПО МАТЕМАТИКЕ
ЯГУБОВ.РФ
РОМАН БОРИСОВИЧ

АВТОРЫ И СОСТАВИТЕЛИ:
№ 1–19 – Ягубов Р.Б. и другие.
ОФОРМЛЕНИЕ:
Рязанов Н.А. (БФУ им. И. Канта).

Система оценивания экзаменационной работы единого государственного экзамена по математике

Ответы к заданиям 1–12

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Ответ
1	392
2	–6
3	3
4	0,58
5	12
6	0
7	2
8	36
9	–3
10	16
11	39
12	24

Ответы к заданиям 13–19

Каждое из заданий 13–19 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ и предоставил обоснованное решение. Задания 13, 14, 15 оцениваются 2 баллами, задания 16, 17 – 3 баллами, 18, 19 – 4 баллами соответственно. При неточностях баллы могут быть снижены.

Номер задания	Ответ
13	а) $\pi k, \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$; б) $-4\pi; -3\pi; -\frac{15\pi}{4}$.
14	б) $\arccos \frac{\sqrt{17}}{17}$
15	$\{0\} \cup (\log_3 2; 1)$
16	
17	1 272 000 рублей
18	$a \in \left(-\infty; -\frac{1}{6}\right) \cup \left(\frac{7}{6}; +\infty\right)$
19	а) да; б) нет; в) 36.