



## Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 26 заданий. Часть 1 содержит 20 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 15 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 16–20, 24–26).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

## СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

### АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня:  $x_1$  и  $x_2$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет единственный корень  $x_0$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $b_n$ , первый член которой равен  $b_1$ , а знаменатель равен  $q$ :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

## ГЕОМЕТРИЯ

## Часть 1

- Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n-2)$ .
- Радиус  $r$  окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной  $a$ , равен  $\frac{\sqrt{3}}{6}a$ .
- Радиус  $R$  окружности, описанной около правильного треугольника со стороной  $a$ , равен  $\frac{\sqrt{3}}{3}a$ .

- Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где  $R$  — радиус описанной окружности.

- Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины  $l$  окружности радиусом  $R$ :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины  $l$  дуги окружности радиусом  $R$ , на которую опирается центральный угол в  $\varphi$  градусов:

$$l = \frac{2\pi R \varphi}{360}.$$

- Формула площади  $S$  параллелограмма со стороной  $a$  и высотой  $h$ , проведённой к этой стороне:

$$S = ah.$$

- Формула площади  $S$  треугольника со стороной  $a$  и высотой  $h$ , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади  $S$  трапеции с основаниями  $a$ ,  $b$  и высотой  $h$ :

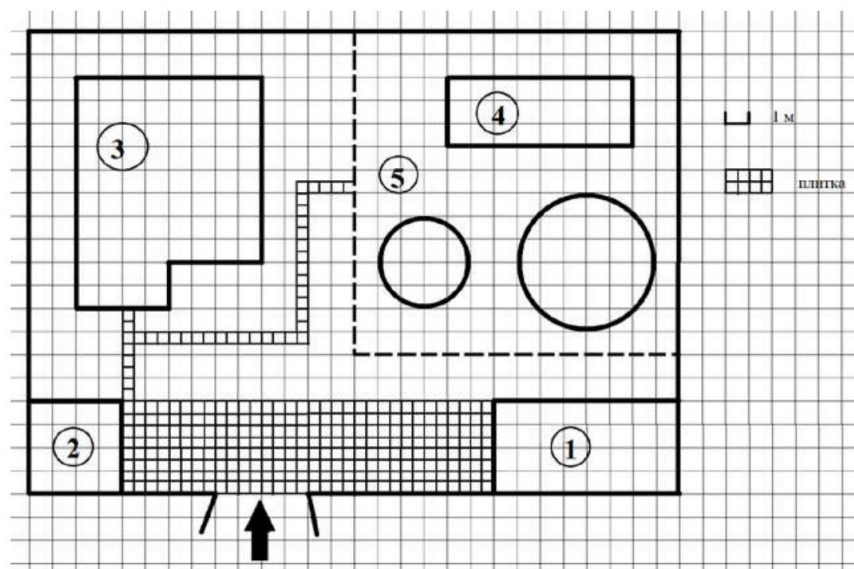
$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

- Формула площади  $S$  круга радиусом  $R$ :

$$S = \pi R^2.$$

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На плане изображено домохозяйство по адресу с. Кондратьево, 2-й Прудовой пер, д. 7 (сторона каждой клетки на плане равна 1 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляется через единственные ворота.

При входе на участок слева от ворот находится сарай, а справа гараж. Площадь, занятая сараем, равна 16 кв. м. Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и сарая, на участке имеются теплица и две круглые клумбы, расположенные на территории огорода (огород отмечен на плане цифрой 5). Все дорожки внутри участка имеют ширину 0,5 м и вымощены тротуарной плиткой размером 0,5 м × 0,5 м. Между сараем и гаражом имеется площадка, вымощенная той же плиткой.



- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	жилой дом	теплица	гараж	сарай
Цифры				

- 2 Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 5 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Вычислите примерно площадь, которую занимают две клумбы вместе. Число  $\pi$  возьмите равным 3,14.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Хозяин участка хочет сделать пристройку к дому. Для этого он планирует купить 12 тонн силикатного кирпича. Один кирпич весит 3 кг. Цена кирпича и условия доставки всей покупки приведены в таблице.

Поставщик	Цена кирпича (руб. за шт.)	Стоимость доставки (руб.) до 15 тонн (руб.)	Специальные условия
А	12,48	8000	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 50 000 руб.
Б	14,68	5000	Доставка со скидкой 50%, если сумма заказа превышает 55 000 руб.

Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант?

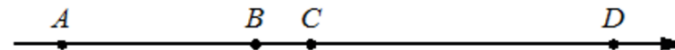
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите значение выражения

$$\frac{1}{2} - \frac{9}{25}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На координатной прямой точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  соответствуют числам 0,1032; -0,031; -0,01; -0,104.



Какой точке соответствует число -0,031?

- 1)  $A$
- 2)  $B$
- 3)  $C$
- 4)  $D$

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$\frac{6^{12} \cdot 11^{10}}{66^{10}}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Найдите корень уравнения

$$4(x - 8) = -5.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.





**10** В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из Норвегии или Швеции.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** На рисунках изображены графики функций вида  $y = ax^2 + bx + c$ . Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов  $a$  и  $c$ .

**ГРАФИКИ**

**КОЭФИЦИЕНТЫ**

1)  $a > 0, c < 0$                       2)  $a < 0, c > 0$                       3)  $a > 0, c > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

**12** Выписаны первые три члена геометрической прогрессии:  
2; -6; 18; ...

Найдите сумму первых шести её членов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**13** Найдите значение выражения

$$\frac{4a}{a+b} \cdot \frac{ab+b^2}{16a}$$

при  $a = 9,2, b = 18$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14** Центробежное ускорение при движении по окружности (в  $\text{м/с}^2$ ) вычисляется по формуле  $a = \omega^2 R$ , где  $\omega$  – угловая скорость (в  $\text{с}^{-1}$ ),  $R$  – радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус  $R$ , если угловая скорость равна  $8,5 \text{ с}^{-1}$ , а центробежное ускорение равно  $289 \text{ м/с}^2$ . Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**15** Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} x - 3,7 \leq 0, \\ x - 2 \geq 1. \end{cases}$$

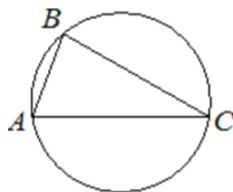
- 1)
- 2)
- 3)
- 4)

Ответ:

**16** Косинус острого угла  $A$  треугольника  $ABC$  равен  $\frac{\sqrt{21}}{5}$ . Найдите  $\sin A$ .

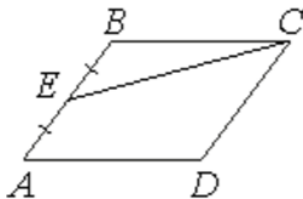
Ответ: \_\_\_\_\_.

**17** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $30^\circ$ ,  $AB = 16$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



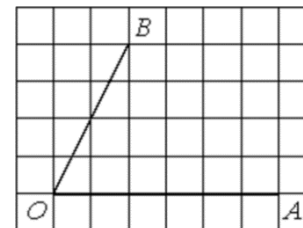
Ответ: \_\_\_\_\_.

**18** Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 132. Точка  $E$  – середина стороны  $AB$ . Найдите площадь треугольника  $CBE$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**19** Найдите тангенс угла  $AOB$ , изображённого на рисунке.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**20** Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Через заданную точку плоскости можно провести только одну прямую.
- 2) Любой прямоугольник можно вписать в окружность.
- 3) Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его высотой.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*



## Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 21 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 = 11, \\ 4x^2 + 6y^2 = 11x. \end{cases}$$

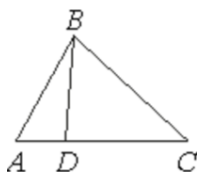
- 22 Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 55 км/ч, а вторую – со скоростью 70 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

- 23 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 10x + 25 & \text{при } x \geq 4, \\ x - 3 & \text{при } x < 4. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.

- 24 На стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  отмечена точка  $D$  так, что  $AD = 3$ ,  $DC = 7$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 20. Найдите площадь треугольника  $BDC$ .



- 25 Окружности с центрами в точках  $I$  и  $J$  не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении  $m:n$ . Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как  $m:n$ .

- 26 Середина  $M$  стороны  $AD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  равноудалена от всех его вершин. Найдите  $AD$ , если  $BC = 14$ , а углы  $B$  и  $C$  четырёхугольника равны соответственно  $110^\circ$  и  $100^\circ$ .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

## О проекте «Пробный ОГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ОГЭ 100 баллов» <https://vk.com/oge100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

## Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!  
Для замечаний и пожеланий: [https://vk.com/topic-88725006\\_39482354](https://vk.com/topic-88725006_39482354)  
(также доступны другие варианты для скачивания)

## СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	9-й год готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 96 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) <a href="#">14 учеников</a> набрали 90-99 баллов на ЕГЭ 2019 Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
Аккаунт и группа ВК:	<a href="https://vk.com/eugene10">https://vk.com/eugene10</a> <a href="https://vk.com/shkolapifagora">https://vk.com/shkolapifagora</a>
Ютуб и инстаграм:	<a href="https://youtube.com/ШколаПифагора">https://youtube.com/ШколаПифагора</a> <a href="https://instagram.com/shkola_pifagora">https://instagram.com/shkola_pifagora</a>





Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–20 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ	Текстовое решение	Видео решение
1	3412		
2	60		
3	40,82		
4	72		
5	57920		
6	0,14		
7	2		
8	36		
9	6,75		
10	0,35		
11	312		
12	-364		
13	4,5		
14	4		
15	1		
16	0,4		
17	16		
18	33		
19	2		
20	2		
21	(2; -1); (2; 1)		
22	61,6		
23	0; 1		
24	14		
25	■		
26	$\frac{28\sqrt{3}}{3}$		

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

**21** Решите систему уравнений  $\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 = 11, & (-2) \\ 4x^2 + 6y^2 = 11x. \end{cases}$

$$+ \begin{cases} -4x^2 - 6y^2 = -22 \\ 4x^2 + 6y^2 = 11x \end{cases}$$

$$\bigcirc = 11x - 22$$

$$22 = 11 \cdot x$$

$$x = 2$$

Подставим:

$$2 \cdot 2^2 + 3y^2 = 11$$

$$3y^2 = 3$$

$$y^2 = 1$$

$$y = \pm 1$$

**ОТВЕТ:** (2; 1); (2; -1)

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

**22** Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 55 км/ч, а вторую — со скоростью 70 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

**Средняя скорость**

Чтобы найти среднюю скорость необходимо суммарное пройденное расстояние разделить на суммарное потраченное время

$$V_{\text{средняя}} = \frac{S_{\text{суммарное}}}{t_{\text{суммарное}}}$$

$$V_{\text{ср}} = \frac{\frac{x}{55} + \frac{x}{70}}{\frac{x}{55} + \frac{x}{70}} = \frac{2x}{\frac{125x}{55 \cdot 70}} = \frac{2 \cdot 55 \cdot 70}{125} = \frac{308}{5} = 61,6$$

**ОТВЕТ:** 61,6

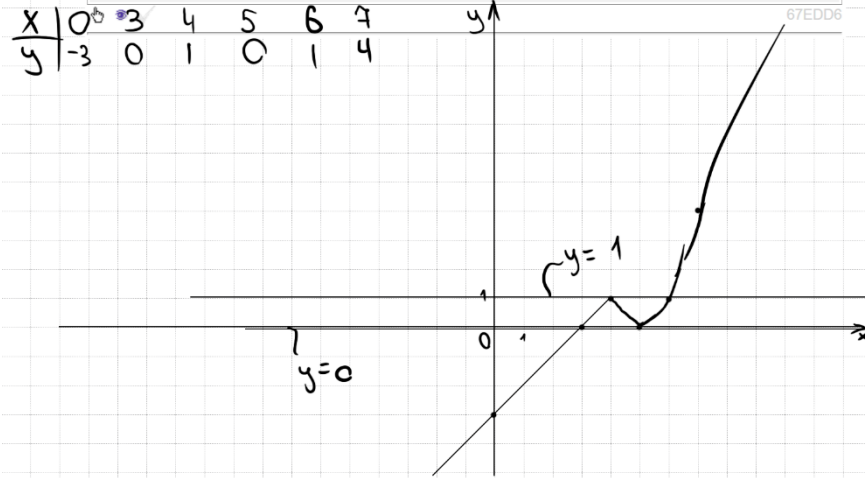
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл





23

Постройте график функции  $x_0 = \frac{10}{2} = 5$   
 $x_0 = \frac{-b}{2a}$   
 $y = \begin{cases} x^2 - 10x + 25 & \text{при } x \geq 4, \\ x - 3 & \text{при } x < 4. \end{cases}$   
 Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.

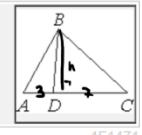


Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 0, 1

24

На стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  отмечена точка  $D$  так, что  $AD = 3$ ,  $DC = 7$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 20. Найдите площадь треугольника  $BCD$ .



$$\textcircled{1} S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot h = 20$$

$$h = 4$$

$$\textcircled{2} S_{BCD} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 4 = 14$$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 14

25

Окружности с центрами в точках  $I$  и  $J$  не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении  $m : n$ . Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как  $m : n$ .

Свойство касательной

$\textcircled{1} \angle IKO = \angle OJM$   
 $= 90^\circ$  (по св-ву кас.)  
 $\textcircled{2} \angle IOK = \angle MOJ$  (верт.)  
 $\textcircled{3} \triangle IKO \sim \triangle JMO$  по 2 углам  
 $\frac{OK}{OM} = \frac{OI}{OJ} = \frac{IK}{JM} \Rightarrow \frac{IK}{JM} = \frac{m}{n}$

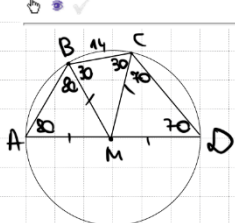
Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл



26

Середина  $M$  стороны  $AD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  равноудалена от всех его вершин. Найдите  $AD$ , если  $BC = 14$ , а углы  $B$  и  $C$  четырёхугольника равны соответственно  $110^\circ$  и  $100^\circ$ .

048981



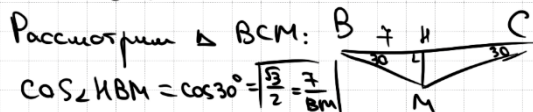
Вписан  $ABCD$  в окружность

$$\angle D = 180 - \angle B = 70 = \angle MCD$$

$$\angle A = 180 - \angle C = 80 = \angle ABM$$

$$\angle MBC = 30^\circ$$

$$\angle MCB = 30^\circ$$



$$\cos \angle CBM = \cos 30^\circ = \frac{\frac{14}{2}}{BM} = \frac{7}{BM}$$

$$BM = \frac{14}{\sqrt{3}}$$

$$AD = \frac{28}{\sqrt{3}} = \frac{28\sqrt{3}}{3}$$

ОТВЕТ:  $\frac{28\sqrt{3}}{3}$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Росособнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953),

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

1. Работа направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2. Работа участника ОГЭ направляется на третью проверку при наличии расхождений в двух или более заданиях. В этом случае третий эксперт перепроверяет задания 21–26 с развёрнутым ответом.

