Основной Государственный Экзамен по
МАТЕМАТИКЕ, 9 класс

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 17 заданий: в части 1 - 14 заданий; в части 2 - 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 9 заданий: в части 1 - 6 заданий; в части 2 - 3 задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 14 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими черными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 запиан под правильным номером.

Желаем успеха!

© 2018 Всероссийский проект «ОГЭ 100 БАЛЛОВ» vk.com/oge100ballov
Составитель: vk.com/shkolapifagora

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 180603

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её <u>без пробелов, запятых и других дополнительных символов</u>. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения

$$\frac{21}{17{,}5 \cdot 0{,}8}.$$

Ответ: _____.

2 В таблице даны результаты забега девочек 8 класса на дистанцию 60 м. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже 10,8 с.

Номер дорожки	I	II	III	IV
Время (в с)	10,7	10,9	9,8	11,4

Укажите номера дорожек, по которым бежали девочки, **не получившие** зачёт.

1) только II
2) только III
3) II, IV
4) I, III

Ответ: ☐

Разрешается свободное копирование в некоммерческих образовательных целях

3 Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{18}{17}$ и $\frac{17}{15}$?

1) 1
2) 1,1
3) 1,2
4) 1,3

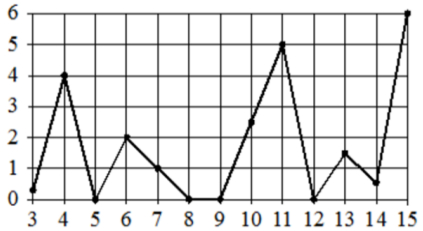
Ответ:

4 Какое из данных ниже чисел является значением выражения $\sqrt{90}+\sqrt{10}$?

1) $4\sqrt{5}$
2) $10\sqrt{10}$
3) $4\sqrt{10}$
4) 10

Ответ:

5 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какое наибольшее суточное количество осадков выпадало в Казани в данный период. Ответ дайте в миллиметрах.



Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения
$4(x-8)=-5$.

Ответ: _____.

7 Для приготовления чайной смеси смешивают индийский и цейлонский чай в отношении 9:11. Сколько процентов этой смеси составляет цейлонский чай?

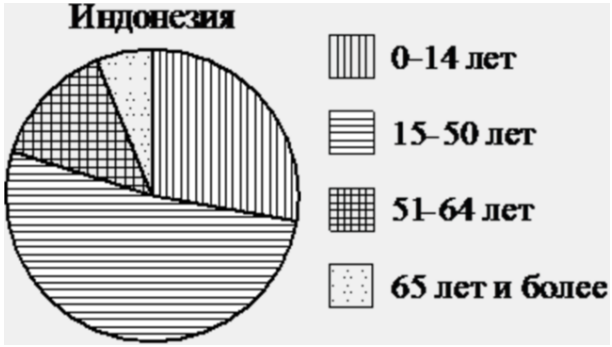
Ответ: _____.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 180603

© 2018 Всероссийский проект «ОГЭ 100 БАЛЛОВ» vk.com/oge100ballov
Составитель: vk.com/shkolapifagora

Разрешается свободное копирование в некоммерческих образовательных целях

8 На диаграмме показан возрастной состав населения Индонезии. Определите по диаграмме, доли населения каких возрастов составляют более 25% от всего населения.



1) 0-14 лет
2) 15-50 лет
3) 51-64 лет
4) 65 лет и более

В ответ запишите номера выбранных вариантов ответов без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

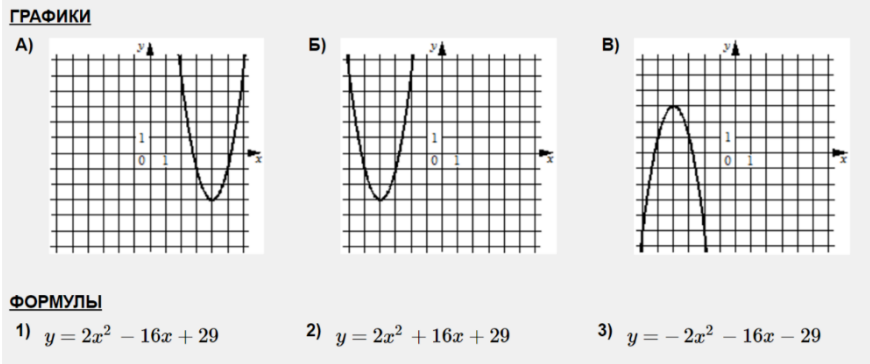
Ответ: _____.

9 На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 4 с мясом, 8 с капустой и 3 с вишней. Петя наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с вишней.

Ответ: _____.

© 2018 Всероссийский проект «ОГЭ 100 БАЛЛОВ» vk.com/oge100ballov
Составитель: vk.com/shkolapifagora

10 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

11 Выписаны первые три члена геометрической прогрессии:
100; 20; 4; …
Найдите её пятый член.

Ответ: _____.

12 Найдите значение выражения

$$\frac{8}{x} - \frac{9}{5x}$$

при $x = 0{,}4$.

Ответ: _____.

Разрешается свободное копирование в некоммерческих образовательных целях

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 180603

13 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2R$, где I − сила тока (в амперах), R − сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R, если мощность составляет 29,25 Вт, а сила тока равна 1,5 А. Ответ дайте в омах.

Ответ: _____.

14 Укажите решение неравенства

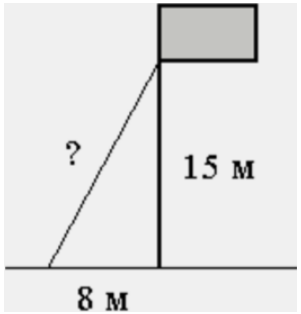
$(x + 2)(x - 7) \leq 0.$

1) $[-2; 7]$
2) $(-\infty; -2] \cup [7; +\infty)$
3) $(-\infty; 7]$
4) $(-\infty; -2]$

Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

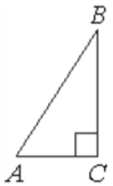
15 Точка крепления троса, удерживающего флагшток в вертикальном положении, находится на высоте 15 м от земли. Расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле равно 8 м. Найдите длину троса. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

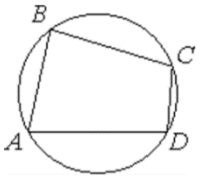
© 2018 Всероссийский проект «ОГЭ 100 БАЛЛОВ» vk.com/oge100ballov
Составитель: vk.com/shkolapifagora

16 В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\sin B = \frac{3}{7}$, $AB = 21$. Найдите AC.



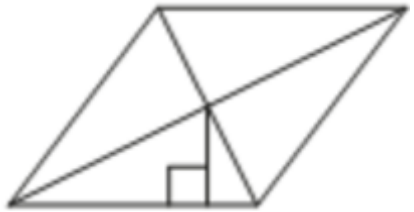
Ответ: _____.

17 Угол A четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 82°. Найдите угол C этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

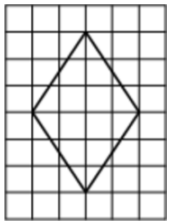
18 Сторона ромба равна 9, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 1. Найдите площадь этого ромба.



Ответ: _____.

Разрешается свободное копирование в некоммерческих образовательных целях

19 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите площадь этого ромба.



Ответ: _____.

20 Какие из следующих утверждений верны?

1) Все углы ромба равны.
2) Площадь квадрата равна произведению двух его смежных сторон.
3) Любые два равносторонних треугольника подобны.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение
$x^4 = (x - 20)^2$.

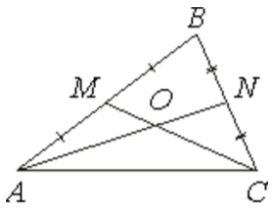
22 Свежие фрукты содержат 80% воды, а высушенные – 28%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 80 кг высушенных фруктов?

© 2018 Всероссийский проект «ОГЭ 100 БАЛЛОВ» vk.com/oge100ballov
Составитель: vk.com/shkolapifagora

23 Постройте график функции
$y = |x^2 - 9|$.
Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Модуль «Геометрия»

24 Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O, $AN = 27$, $CM = 18$. Найдите CO.



25 Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 5 и 20, $BD = 10$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

26 Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 4 и 15 от вершины A. Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB, если $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{15}}{4}$.

Проверьте, что каждый ответ записан в строке с номером соответствующего задания.

Разрешается свободное копирование в некоммерческих образовательных целях

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 180603

О проекте «Пробный ОГЭ каждую неделю»
Данный ким составлен командой всероссийского волонтёрского проекта «ОГЭ 100 баллов» https://vk.com/oge100ballov и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?
Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!
Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-88725006_38530429
(также доступны другие варианты для скачивания)

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:	
ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	7 лет репетиторской деятельности
Регалии:	Основатель и руководитель проекта Школа Пифагора
Аккаунт ВК:	https://vk.com/eugene10
Сайт и доп. информация:	https://vk.com/shkolapifagora https://youtube.com/ШколаПифагора

Система оценивания экзаменационной работы по математике
За правильный ответ на каждое из заданий 1–20 ставится 1 балл.

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	1,5
2	3
3	2
4	3
5	6
6	6,75
7	55
8	12
9	0,2
10	123
11	0,16
12	15,5
13	13
14	1
15	17
16	9
17	98
18	18
19	12
20	23

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 180603

© 2018 Всероссийский проект «ОГЭ 100 БАЛЛОВ» vk.com/oge100ballov
Составитель: vk.com/shkolapifagora

Разрешается свободное копирование в некоммерческих образовательных целях

Решения заданий части 2
Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение
$x^4 = (x-20)^2$.

Решение:

РАЗНОСТЬ КВАДРАТОВ
$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$(x^2)^2 = (x-20)^2$
$(x^2)^2 - (x-20)^2 = 0$
$\left(x^2 - (x-20)\right)\left(x^2 + (x-20)\right) = 0$
$(x^2 - x + 20)(x^2 + x - 20) = 0$

$x^2 - x + 20 = 0$
$D = b^2 - 4ac = -79$
Нет корней

$x^2 + x - 20 = 0$
$D = b^2 - 4ac = 81$
$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{D}}{2a} = 4$
$x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{D}}{2a} = -5$

Ответ: -5; 4

22 Свежие фрукты содержат 80% воды, а высушенные – 28%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 80 кг высушенных фруктов?

Решение:

Свежие фрукты	Высушенные фрукты
80% воды 20% сухого вещества	28% воды 72% сухого вещества
57,6 кг – 20% x кг – 100% $x = \dfrac{57{,}6 \cdot 100}{20} = 288$ кг	80 кг – 100% x кг – 72% $x = \dfrac{80 \cdot 72}{100} = 57{,}6$ кг

Ответ: 288

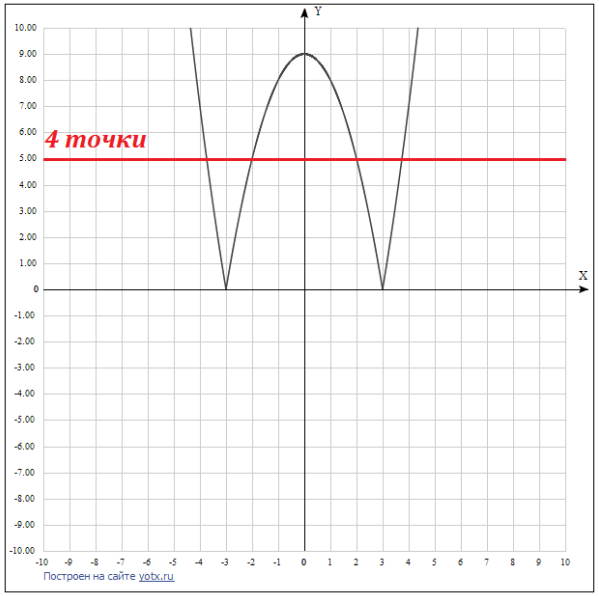
23 Постройте график функции
$y = |x^2 - 9|$.
Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Решение:
Модуль даём отражение параболе относительно оси Ox

Заполним таблицу значений функции:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	7	0	5	8	9	8	5	0	7

Построим график:



При $y \in (0; 9)$ прямая, параллельная оси абсцисс имеет с графиком 4 общие точки

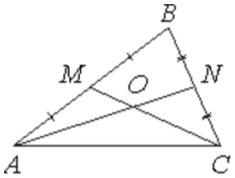
Ответ: 4

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 180603

Разрешается свободное копирование в некоммерческих образовательных целях

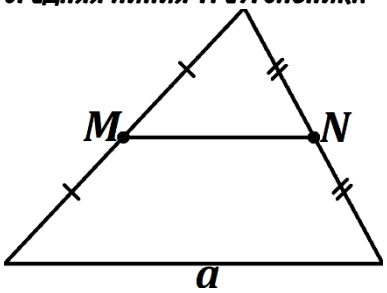
Модуль «Геометрия»

24 Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O, $AN = 27$, $CM = 18$. Найдите CO.



Решение:
Проведём MN:

СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА



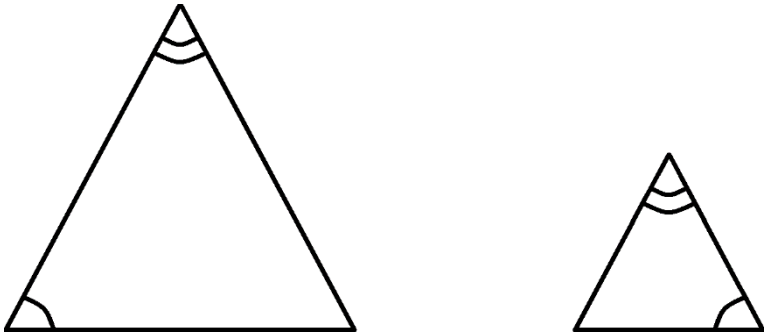
– лежит на серединах сторон
– параллельна основанию
– равна половине основания

$MN = \frac{a}{2}$

MN – средняя линия $\triangle ABC$

$\frac{AC}{MN} = 2$

ПО ДВУМ УГЛАМ



Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны

$\triangle MON \sim \triangle AOC$ по 2 углам

$\begin{pmatrix} \angle MON = \angle AOC - \text{вертикальные} \\ \angle ONM = \angle CAO - \text{накрест лежащие} \end{pmatrix}$

$\frac{AC}{MN} = \frac{CO}{OM}$

$2 = \frac{CO}{CM - CO}$

$2 = \frac{CO}{18 - CO}$

$2 \cdot (18 - CO) = CO$
$36 - 2CO = CO$
$3CO = 36$
$CO = 12$

Ответ: 12

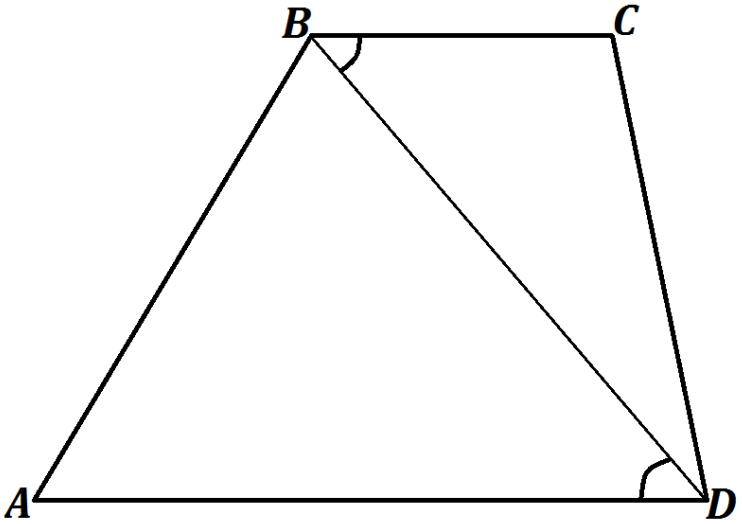
25 Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 5 и 20, $BD = 10$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

Решение:

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 180603

© 2018 Всероссийский проект «ОГЭ 100 БАЛЛОВ» vk.com/oge100ballov
Составитель: vk.com/shkolapifagora

Разрешается свободное копирование в некоммерческих образовательных целях

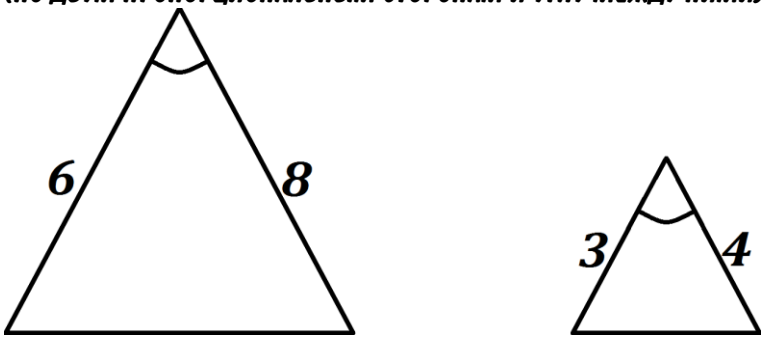


$\angle CBD = \angle ADB$ — накрест лежащие при параллельных AD и BC и секущей BD

Рассмотрим $\triangle BCD$:
$\frac{BC}{BD} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

Рассмотрим $\triangle ABD$:
$\frac{BD}{AD} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

ВТОРОЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ
(ПО ДВУМ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫМ СТОРОНАМ И УГЛУ МЕЖДУ НИМИ)



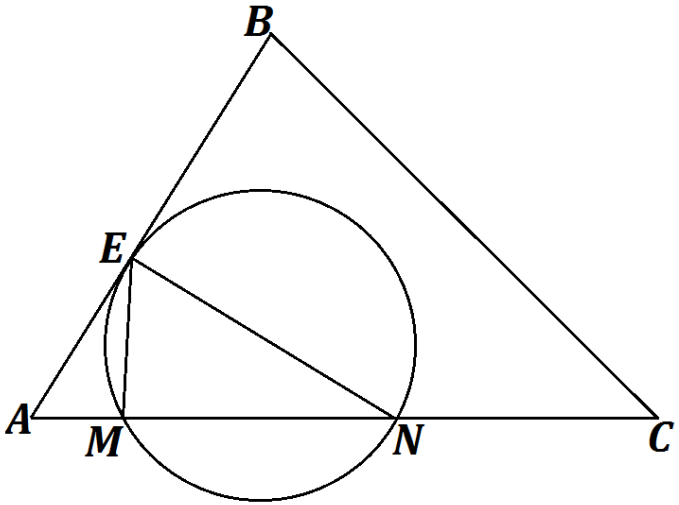
© 2018 Всероссийский проект «ОГЭ 100 БАЛЛОВ» vk.com/oge100ballov
Составитель: vk.com/shkolapifagora

Если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, а стороны, образующие этот угол, пропорциональны в равном отношении, то такие треугольники подобны

$\triangle BCD \sim \triangle ABD$ по двум пропорциональным сторонам и углу между ними
$\left(\begin{array}{c} \frac{BC}{BD} = \frac{BD}{AD} \\ \angle CBD = \angle ADB \end{array}\right)$
■

26 Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 4 и 15 от вершины A. Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB, если $\cos\angle BAC = \frac{\sqrt{15}}{4}$.

Решение:



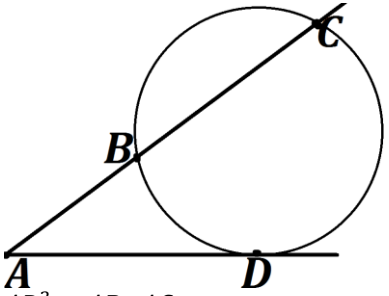
$AM = 4$
$AN = 15$
$MN = AN - AM = 15 - 4 = 11$

Пусть E — точка касания прямой AB и окружности

Разрешается свободное копирование в некоммерческих образовательных целях

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 180603

СВОЙСТВО КАСАТЕЛЬНОЙ И СЕКУЩЕЙ



$AD^2 = AB \cdot AC$

$AE^2 = AM \cdot AN$ (по свойству касательной и секущей)

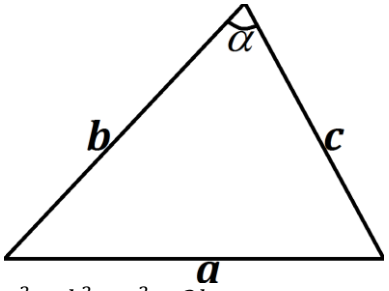
$AE^2 = 4 \cdot 15 = 60$

$AE = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$

2

Рассмотрим треугольник AEM

ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ



$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$

или

$\cos\alpha = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

$EM^2 = AE^2 + AM^2 - 2AE \cdot AM \cdot \cos\angle EAM$ (по т. косинусов)

$EM^2 = 60 + 16 - 4\sqrt{15} \cdot 4 \cdot \dfrac{\sqrt{15}}{4} = 16$

$EM = 4$

Рассмотрим треугольник AEN

$EN^2 = AE^2 + AN^2 - 2AE \cdot AN \cdot \cos\angle EAM$ (по т. косинусов)

$EN^2 = 60 + 225 - 4\sqrt{15} \cdot 15 \cdot \dfrac{\sqrt{15}}{4} = 60$

$EN = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$

3

Рассмотрим треугольник MEN

$\cos\angle MEN = \dfrac{EM^2 + EN^2 - MN^2}{2 \cdot EM \cdot EN}$ (по т. косинусов)

$\cos\angle MEN = \dfrac{16 + 60 - 121}{2 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{15}} = \dfrac{-45}{16\sqrt{15}} = \dfrac{-3 \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{15}}{16\sqrt{15}} =$

$= \dfrac{-3 \cdot \sqrt{15}}{16}$

ОСНОВНОЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЕ ТОЖДЕСТВО

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

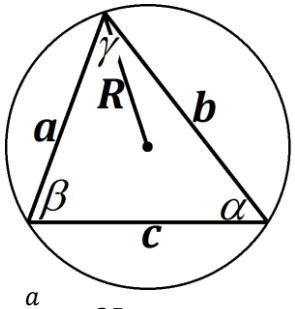
$\sin^2\angle MEN + \cos^2\angle MEN = 1$ (по основному тригонометрическому тождеству)

$\sin^2\angle MEN + \dfrac{135}{256} = 1$

$\sin^2\angle MEN = 1 - \dfrac{135}{256} = \dfrac{256}{256} - \dfrac{135}{256} = \dfrac{121}{256}$

$\sin\angle MEN = \dfrac{11}{16}$

ТЕОРЕМА СИНУСОВ



$\dfrac{a}{\sin\alpha} = 2R$

или

$\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma} = 2R$

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 180603

Разрешается свободное копирование в некоммерческих образовательных целях

$$\frac{MN}{\sin\angle MEN} = 2R \text{ (по т. синусов)}$$

$$\frac{11}{\frac{11}{16}} = 2R$$

$$16 = 2R$$

$$R = 8$$

Ответ: 8

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 180603

© 2018 Всероссийский проект «ОГЭ 100 БАЛЛОВ» vk.com/oge100ballov
Составитель: vk.com/shkolapifagora

Разрешается свободное копирование в некоммерческих образовательных целях