

**Основной Государственный Экзамен по  
МАТЕМАТИКЕ, 9 класс**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 17 заданий: в части 1 - 14 заданий; в части 2 - 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 9 заданий: в части 1 - 6 заданий; в части 2 - 3 задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 14 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими черными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Часть 1**

*Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.*

**Модуль «Алгебра»**

**1** Найдите значение выражения

$$\frac{6,9 + 4,1}{0,2}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2** Площадь территории России составляет 17,1 млн км<sup>2</sup>. Как эта величина записывается в стандартном виде?

- 1)  $1,71 \cdot 10^7$  км<sup>2</sup>
- 2)  $1,71 \cdot 10^5$  км<sup>2</sup>
- 3)  $1,71 \cdot 10^{10}$  км<sup>2</sup>
- 4)  $1,71 \cdot 10^6$  км<sup>2</sup>

Ответ:



3 На координатной прямой отмечены числа  $a$ ,  $b$  и  $c$ .



Какая из разностей  $a - b$ ,  $a - c$ ,  $c - b$  отрицательна?

- 1)  $a - b$
- 2)  $a - c$
- 3)  $c - b$
- 4) ни одна из них

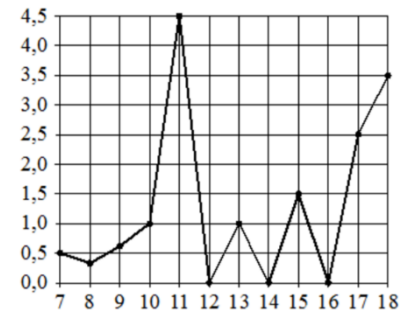
Ответ:

4 Какое из данных ниже чисел является значением выражения  $\sqrt{3^6}$ ?

- 1) 243
- 2) 27
- 3) 81
- 4)  $\frac{1}{27}$

Ответ:

5 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа из данного периода в Элисте выпало ровно 1,5 миллиметра осадков.



Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Решите уравнение

$$x^2 - 6x = 16.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Спортивный магазин проводит акцию. Любой джемпер стоит 400 рублей. При покупке двух джемперов – скидка на второй джемпер 75%. Сколько рублей придётся заплатить за покупку двух джемперов в период действия акции?

Ответ: \_\_\_\_\_.



8 На диаграмме показано содержание питательных веществ в молочном шоколаде. Определите по диаграмме, содержание каких веществ превосходит 25%.



\*к прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества

- 1) белки
- 2) жиры
- 3) углеводы
- 4) прочее

В ответе запишите номера выбранных вариантов ответов без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

9 Родительский комитет закупил 20 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 10 с машинами и 10 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 20 детьми, среди которых есть Коля. Найдите вероятность того, что Коле достанется пазл с машиной.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

**ГРАФИКИ**

А)

Б)

В)

**ФОРМУЛЫ**

1)  $y = x^2 + 2$

2)  $y = -\frac{2}{x}$

3)  $y = 2x$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

11 Выписаны первые три члена арифметической прогрессии: -6; -2; 2; ...

Найдите сумму первых шести её членов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите значение выражения

$$(x - 7)^2 - x(6 + x)$$

при  $x = -\frac{1}{20}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**13** Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле

$$S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2},$$

где  $d_1$  и  $d_2$  – длины диагоналей четырёхугольника,  $\alpha$  – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали  $d_1$ , если  $d_2 = 7$ ,  $\sin \alpha = \frac{2}{7}$ , а  $S = 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14** Укажите решение неравенства

$$2x - x^2 \leq 0.$$

- 1)  $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$
- 2)  $[0; +\infty)$
- 3)  $[2; +\infty)$
- 4)  $[0; 2]$

Ответ:

**Модуль «Геометрия»**

**15** Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рис.). Высота малой опоры 1,7 м, высота средней опоры 2,1 м. Найдите высоту большой опоры. Ответ дайте в метрах.



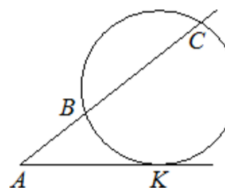
Ответ: \_\_\_\_\_.

**16** Один из углов прямоугольной трапеции равен  $107^\circ$ . Найдите меньший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



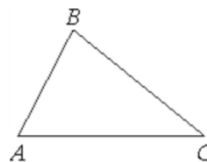
Ответ: \_\_\_\_\_.

**17** Через точку  $A$ , лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке  $K$ . Другая прямая пересекает окружность в точках  $B$  и  $C$ , причём  $AB = 2$ ,  $BC = 6$ . Найдите  $AK$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

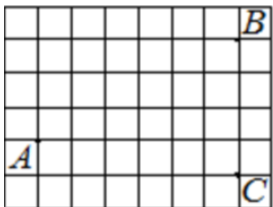
**18** В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = 6$ ,  $BC = 10$ ,  $\sin \angle ABC = \frac{1}{3}$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.



- 19 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  отмечены три точки:  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 20 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Всегда один из двух смежных углов острый, а другой тупой.
- 2) Площадь квадрата равна произведению двух его смежных сторон.
- 3) Все хорды одной окружности равны между собой.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**

### Часть 2

**При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.**

#### Модуль «Алгебра»

- 21 Решите уравнение
- $$\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} - 3 = 0.$$

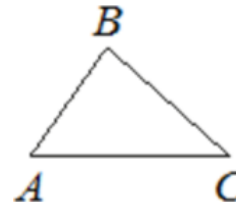
- 22 Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

- 23 Постройте график функции
- $$y = \frac{(0,75x^2 - 0,75x)|x|}{x-1}.$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  не имеет с графиком ни одной общей точки.

#### Модуль «Геометрия»

- 24 В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = 8$ ,  $BC = 10$ ,  $AC = 12$ . Найдите  $\cos \angle ABC$ .



- 25 Биссектрисы углов  $B$  и  $C$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ , лежащей на стороне  $AD$ . Докажите, что точка  $O$  равноудалена от прямых  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$ .

- 26 В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 120, а площадь равна 540, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

**Проверьте, что каждый ответ записан в строке с номером соответствующего задания.**



**О проекте «Пробный ОГЭ каждую неделю»**

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ОГЭ 100 баллов» <https://vk.com/oge100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

**Нашли ошибку в варианте?**

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!  
Для замечаний и пожеланий: [https://vk.com/topic-88725006\\_38530429](https://vk.com/topic-88725006_38530429)  
(также доступны другие варианты для скачивания)

**СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:**

<b>ФИО:</b>	Евгений Пифагор
<b>Предмет:</b>	Математика
<b>Стаж:</b>	7 лет репетиторской деятельности
<b>Регалии:</b>	Основатель и руководитель проекта Школа Пифагора
<b>Аккаунт ВК:</b>	<a href="https://vk.com/eugene10">https://vk.com/eugene10</a>
<b>Сайт и доп. информация:</b>	<a href="https://vk.com/shkolapifagora">https://vk.com/shkolapifagora</a> <a href="https://youtube.com/ШколаПифагора">https://youtube.com/ШколаПифагора</a>

**Система оценивания экзаменационной работы по математике**  
За правильный ответ на каждое из заданий 1–20 ставится 1 балл.

**Ответы к заданиям части 1**

Номер задания	Правильный ответ
1	55
2	1
3	3
4	2
5	15
6	-2
7	500
8	23
9	0,5
10	132
11	24
12	50
13	4
14	1
15	2,5
16	73
17	4
18	10
19	6
20	2



Решения заданий части 2  
Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение

$$\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} - 3 = 0.$$

Решение:

$$\left(\frac{1}{x-1}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{x-1} - 3 = 0$$

Пусть  $\frac{1}{x-1} = t$ :

$$t^2 + 2t - 3 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 16$$

$$t_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = 1$$

$$\frac{1}{x-1} = 1$$

$$x-1 = 1$$

$$x = 2$$

Ответ:  $\frac{2}{3}; 2$

22 Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Решение:

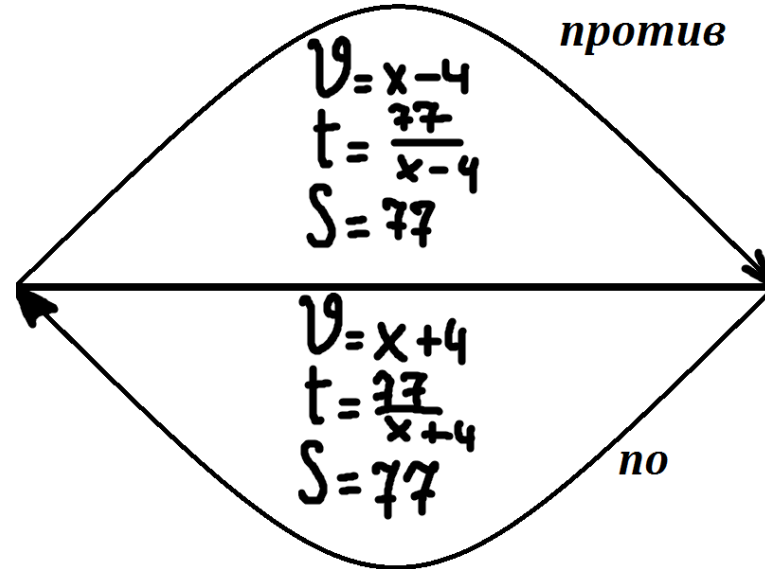
$$t_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = -3$$

$$\frac{1}{x-1} = -3$$

$$-3x + 3 = 1$$

$$-3x = -2$$

$$x = \frac{2}{3}$$



$$t_{\text{медл}} - t_{\text{быстр}} = 2$$

$$\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} = 2$$

$$\frac{77(x+4) - 77(x-4)}{(x-4)(x+4)} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{616}{x^2 - 16} = \frac{2}{1} \quad | :2$$

$$\frac{308}{x^2 - 16} = \frac{1}{1}$$

$$x^2 - 16 = 308$$

$$x^2 = 324$$

$$x_1 = 18$$

$$x_2 = -18 \text{ (не подходит)}$$

Ответ: 18

23 Постройте график функции

$$y = \frac{(0,75x^2 - 0,75x)|x|}{x-1}.$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  не имеет с графиком ни одной общей точки.



**Решение:**

Вынесем в числителе  $0,75x$  за скобку:

$$y = \frac{0,75x(x - 1)|x|}{x - 1}$$

ОДЗ:

$$x - 1 \neq 0$$

$$x \neq 1$$

После нахождения ОДЗ сократим:

$$y = 0,75x|x|$$

Раскрываем модуль двумя случаями:

$x \geq 0$	$x < 0$
Тогда	Тогда
$y = 0,75x^2$	$y = -0,75x^2$

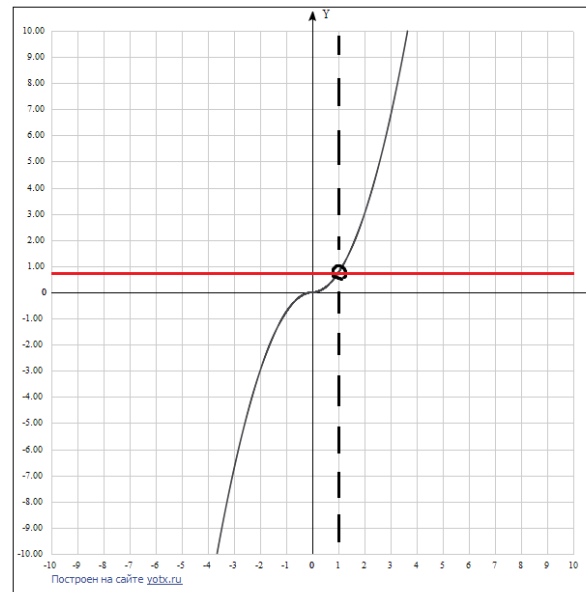
Получаем кусочно-заданную функцию:

$$y = \begin{cases} 0,75x^2 & \text{при } x \geq 0 \\ -0,75x^2 & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

Заполним таблицу значений функции:

$x$	-4	-2	0	1	2	4
$y$	-12	-3	0	0,75	3	12

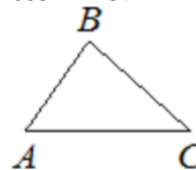
Построим график и проведём прямые  $y = t$ , при которых не будет общих точек с графиком:



Ответ: 0,75

**Модуль «Геометрия»**

**24** В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = 8$ ,  $BC = 10$ ,  $AC = 12$ . Найдите  $\cos \angle ABC$ .

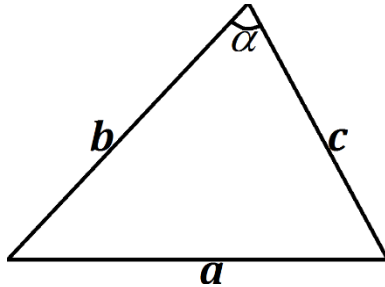


**Решение:**

**ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ**







$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

или

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

---

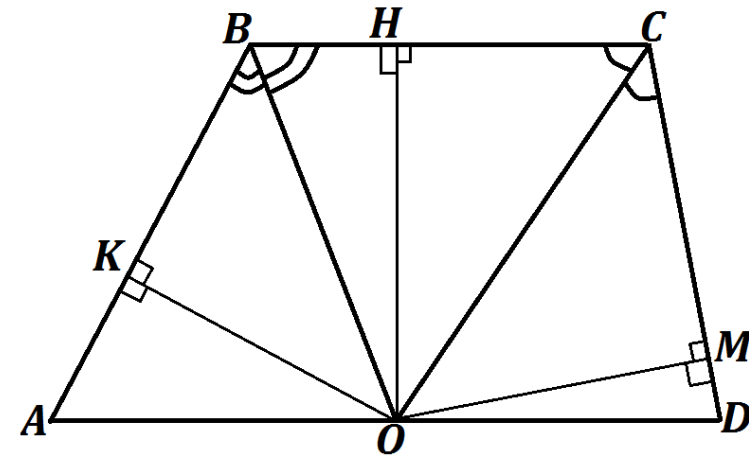

$$\cos \angle ABC = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC}$$

$$\cos \angle ABC = \frac{64 + 100 - 144}{2 \cdot 8 \cdot 10} = \frac{1}{8}$$

Ответ:  $\frac{1}{8}$

- 25 Биссектрисы углов  $B$  и  $C$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ , лежащей на стороне  $AD$ . Докажите, что точка  $O$  равноудалена от прямых  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$ .

**Решение:**



Пусть  $H$  – основание перпендикуляра из точки  $O$  на  $BC$   
 $K$  – основание перпендикуляра из точки  $O$  на  $AB$   
 $M$  – основание перпендикуляра из точки  $O$  на  $CD$

Требуется доказать, что  $KO = OH = OM$ :

∩

Рассмотрим  $\triangle OBK$  и  $\triangle OBH$

$\angle HBO = \angle OBK$  (т.к.  $OB$  – биссектриса)

$\angle BHO = \angle BKO = 90^\circ$

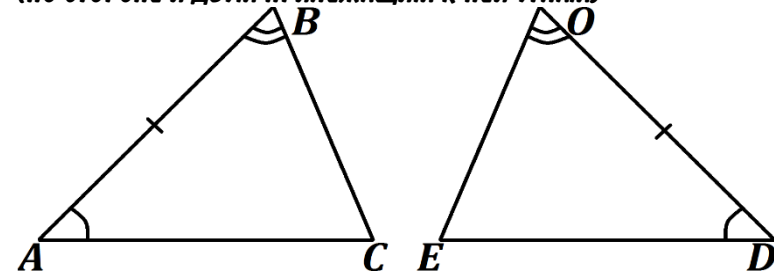
$\angle HOB = 180 - \angle HBO - \angle BHO$

$\angle BOK = 180 - \angle OBK - \angle BKO$

$\Rightarrow \angle HOB = \angle BOK$

---

**ВТОРОЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ  
 (ПО СТОРОНЕ И ДВУМ ПРИЛЕЖАЩИМ К НЕЙ УГЛАМ)**



Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны

$\triangle OBK = \triangle OBN$  по стороне и двум прилежащим к ней углам  
 (  $OB$  – общая  
 $\angle HBO = \angle OBK$   
 $\angle HOB = \angle BOK$  )

$\Rightarrow KO = ON$  (т.к. в равных треугольниках все соответственные элементы равны)

2

Рассмотрим  $\triangle CON$  и  $\triangle COM$   
 $\angle OCN = \angle OCM$  (т.к.  $OC$  – биссектриса)  
 $\angle CHO = \angle CMO = 90^\circ$   
 $\angle CON = 180 - \angle OCN - \angle CHO$   
 $\angle COM = 180 - \angle OCM - \angle CMO$   
 $\Rightarrow \angle CON = \angle COM$

$\triangle CON = \triangle COM$  по стороне и двум прилежащим к ней углам  
 (  $OC$  – общая  
 $\angle OCN = \angle OCM$   
 $\angle CON = \angle COM$  )

$\Rightarrow ON = OM$  (т.к. в равных треугольниках все соответственные элементы равны)

3

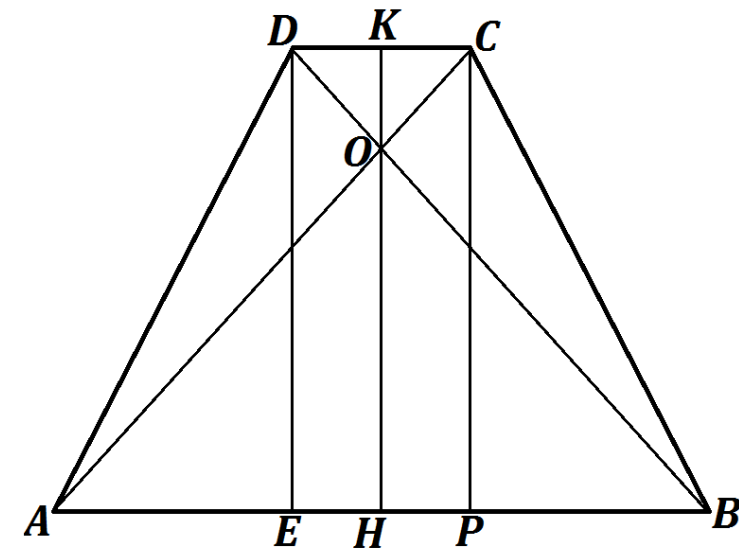
$KO = ON = OM$

■

26

В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 120, а площадь равна 540, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

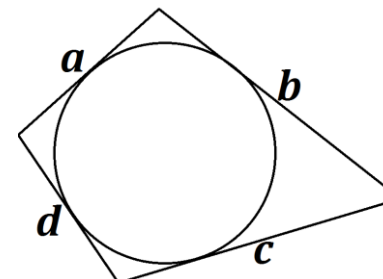
**Решение:**



1

Пусть  
 $A, B, C$  и  $D$  – вершины трапеции  
 $AC \cap BD = O$   
 $E$  и  $P$  – основания перпендикуляров на  $AB$   
 $KH$  – высота трапеции, проходящая через точку  $O$   
 $KO$  – ?

**СВОЙСТВО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА, В КОТОРЫЙ ВПИСАНА ОКРУЖНОСТЬ**



$a + c = b + d$

$AD + BC = CD + AB = 60$  (по свойству четырёхугольника, в который вписана окружность)



$AD = BC = 30$  (т.к. трапеция - равнобедренная)

2

$$S_{ABCD} = \frac{AB + CD}{2} \cdot DE$$

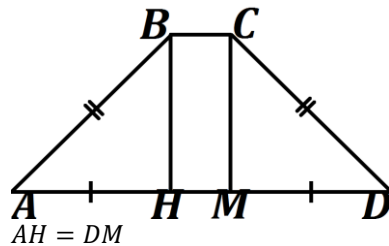
$$540 = \frac{60}{2} \cdot DE$$

$$DE = 18 = KH = CP$$

$AE = \sqrt{AD^2 - DE^2}$  (по теореме Пифагора из  $\triangle ADE$ )

$$AE = \sqrt{30^2 - 18^2} = \sqrt{900 - 324} = \sqrt{576} = 24$$

### СВОЙСТВО РАВНОБЕДРЕННОЙ ТРАПЕЦИИ



$BP = AE = 24$  (по свойству равнобедренной трапеции)

$CDEP$  – прямоугольник  
 $\Rightarrow CD = EP$

$$CD + AB = 60$$

$$CD + AE + CD + BP = 60$$

$$2CD + 48 = 60$$

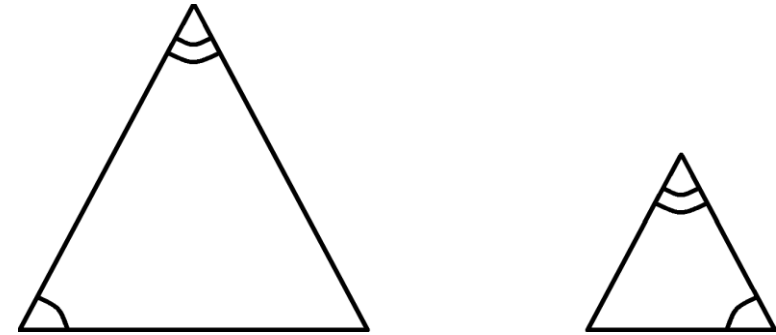
$$2CD = 12$$

$$CD = 6$$

$$AB = 60 - CD = 60 - 6 = 54$$

3

### ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ (ПО ДВУМ УГЛАМ)



Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны

$\triangle COD \sim \triangle AOB$  по двум углам

( $\angle COD = \angle AOB$  – вертикальные)  
 ( $\angle DCO = \angle OAB$  – накрест лежащие)

Запишем отношение сходственных сторон и высот подобных треугольников

$$\frac{CD}{AB} = \frac{KO}{OH}$$

$$\frac{6}{54} = \frac{KO}{OH}$$

$$\frac{1}{9} = \frac{KO}{OH}$$

Пусть

$$KO = x$$

$$OH = 9x$$

Тогда

$$KH = 10x = 18$$

$$x = 1,8 = KO$$

Ответ: 1,8

