

Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ, 9 класс

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 17 заданий: в части 1 - 14 заданий; в части 2 - 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 9 заданий: в части 1 - 6 заданий; в части 2 - 3 задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 14 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими черными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

- 1** Найдите значение выражения

$$\frac{5,6}{1,7 - 1,6}$$

Ответ: _____.

- 2** Студентка Цветкова выезжает из Нара-Фоминска в Москву на занятия в университет. Занятия начинаются в 9:00. В таблице дано расписание утренних электропоездов от станции Нара до Киевского вокзала в Москве.

Отправление от ст. Нара	Прибытие на Киевский вокзал
05:55	07:11
06:29	07:41
06:37	07:59
07:02	08:06

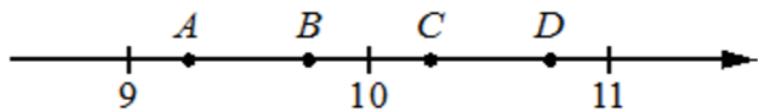
Путь от вокзала до университета занимает 45 минут. Укажите время отправления от станции Нара самого позднего (по времени отправления) электропоезда, который подходит студентке.

- 1) 05:55
- 2) 06:29
- 3) 06:37
- 4) 07:02

Ответ:



- 3 На координатной прямой отмечены точки A , B , C , D . Одна из них соответствует числу $\sqrt{95}$. Какая это точка?



- 1) точка A
- 2) точка B
- 3) точка C
- 4) точка D

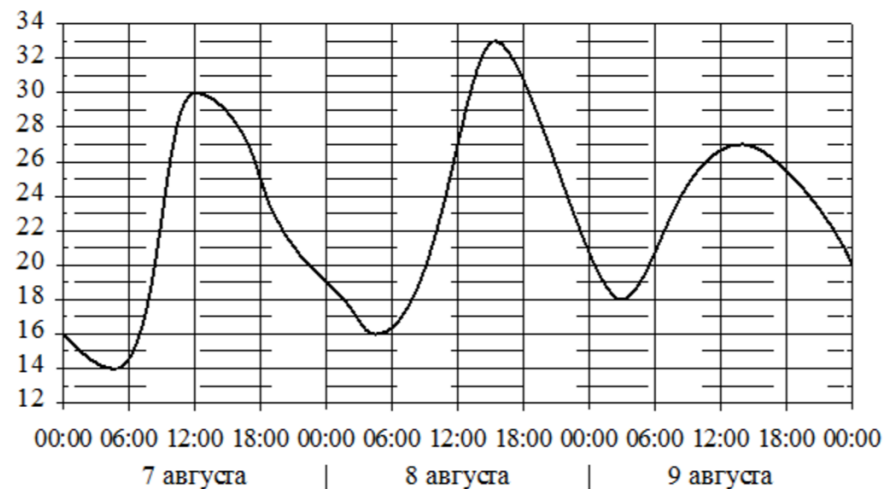
Ответ:

- 4 Какое из данных ниже выражений при любых значениях n равно дроби $\frac{3^n}{27}$?

- 1) 3^{n-3}
- 2) $3^{\frac{n}{3}}$
- 3) $\left(\frac{1}{9}\right)^n$
- 4) $3^n - 3^3$

Ответ:

- 5 На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали – значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику наименьшую температуру воздуха 8 августа. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 6 Найдите корень уравнения $(x - 5)^2 = (x - 8)^2$.

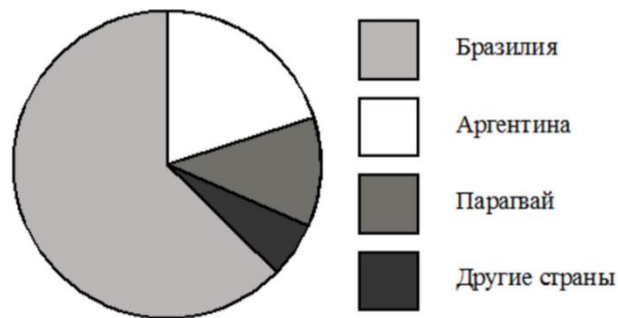
Ответ: _____.

- 7 Товар на распродаже уценили на 35%, при этом он стал стоить 520 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?

Ответ: _____.



8 На диаграмме представлено распределение количества пользователей некоторой социальной сети по странам мира. Всего в этой социальной сети 9 миллионов пользователей.



Какие из следующих утверждений **неверны**?

- 1) Пользователей из Бразилии больше, чем пользователей из Аргентины.
- 2) Больше трети пользователей сети – из Аргентины.
- 3) Пользователей из Парагвая больше, чем пользователей из Аргентины.
- 4) Пользователей из Бразилии больше 4 миллионов.

В ответ запишите номера выбранных вариантов ответов без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

9 В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из Норвегии или Швеции.

Ответ: _____.

10 На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между знаками коэффициентов a и c и графиками функций.

КОЭФФИЦИЕНТЫ

А) $a > 0, c < 0$ Б) $a < 0, c > 0$ В) $a > 0, c > 0$

ГРАФИКИ

1) 2) 3)

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

11 Дана арифметическая прогрессия (a_n) , разность которой равна $-8,5$ и $a_1 = -6,8$. Найдите a_5 .

Ответ: _____.

12 Найдите значение выражения

$$\left(\frac{1}{5a} + \frac{1}{7a}\right) \cdot \frac{a^2}{4}$$

при $a = 7,7$.

Ответ: _____.



13 Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) вычисляется по формуле $a = \omega^2 R$, где ω – угловая скорость (в с^{-1}), R – радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R , если угловая скорость равна $8,5 \text{ с}^{-1}$, а центробежное ускорение равно $505,75 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

14 Укажите решение неравенства

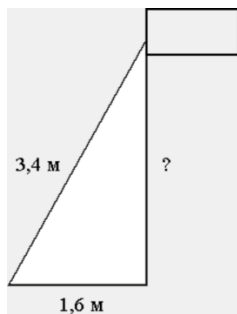
$$9x - 4(x - 7) \geq -3.$$

- 1) $[5; +\infty)$
- 2) $(-\infty; -6,2]$
- 3) $[-6,2; +\infty)$
- 4) $(-\infty; 5]$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

15 Флагшток удерживается в вертикальном положении при помощи троса. Расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле равно $1,6 \text{ м}$. Длина троса равна $3,4 \text{ м}$. Найдите расстояние от земли до точки крепления троса. Ответ дайте в метрах.



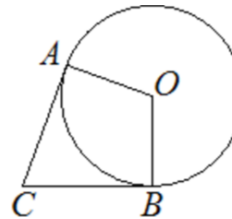
Ответ: _____.

16 Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 218° . Найдите меньший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

17 В угол C величиной 83° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B , точка O – центр окружности. Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

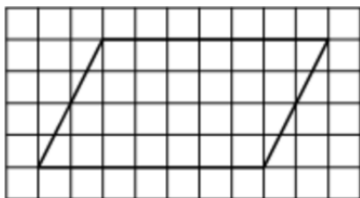
18 Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 14 и 6 .



Ответ: _____.



- 19 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

- 20 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности, прямой.
- 2) Если три угла одного треугольника равны соответственно трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 3) Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

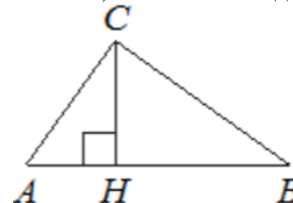
- 21 Решите уравнение $(x - 1)(x^2 + 4x + 4) = 4(x + 2)$.

- 22 Два велосипедиста одновременно отправляются в 140-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 6 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.

- 23 Постройте график функции $y = |x|(x + 1) - 6x$. Определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

- 24 На гипотенузу AB прямоугольного треугольника ABC опущена высота CH , $AH = 2$, $BH = 18$. Найдите CH .



- 25 Окружности с центрами в точках I и J пересекаются в точках A и B , причём точки I и J лежат по одну сторону от прямой AB . Докажите, что прямые AB и IJ перпендикулярны.

- 26 На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M , $AD = 49$, $MD = 42$, H – точка пересечения высот треугольника ABC . Найдите AH .

Проверьте, что каждый ответ записан в строке с номером соответствующего задания.



О проекте «Пробный ОГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ОГЭ 100 баллов» <https://vk.com/oge100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!
Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-88725006_38530429
(также доступны другие варианты для скачивания)

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	7 лет репетиторской деятельности
Регалии:	Основатель и руководитель проекта Школа Пифагора
Аккаунт ВК:	https://vk.com/eugene10
Сайт и доп. информация:	https://vk.com/shkolapifagora https://youtube.com/ШколаПифагора

Система оценивания экзаменационной работы по математике
За правильный ответ на каждое из заданий 1–20 ставится 1 балл.

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	56
2	4
3	2
4	1
5	16
6	6,5
7	800
8	23
9	0,35
10	132
11	-40,8
12	0,66
13	7
14	3
15	3
16	74
17	97
18	42
19	28
20	1



Решения заданий части 2
Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение
 $(x - 1)(x^2 + 4x + 4) = 4(x + 2)$.

Решение:
Заметим формулу квадрата суммы:

КВАДРАТ СУММЫ

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(x - 1)(x + 2)^2 = 4(x + 2)$$

$$(x - 1)(x + 2)^2 - 4(x + 2) = 0$$

Вынесем общий множитель за скобку:

$$(x + 2)((x - 1)(x + 2) - 4) = 0$$

$$x + 2 = 0$$

$$x = -2$$

$$(x - 1)(x + 2) - 4 = 0$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 25$$

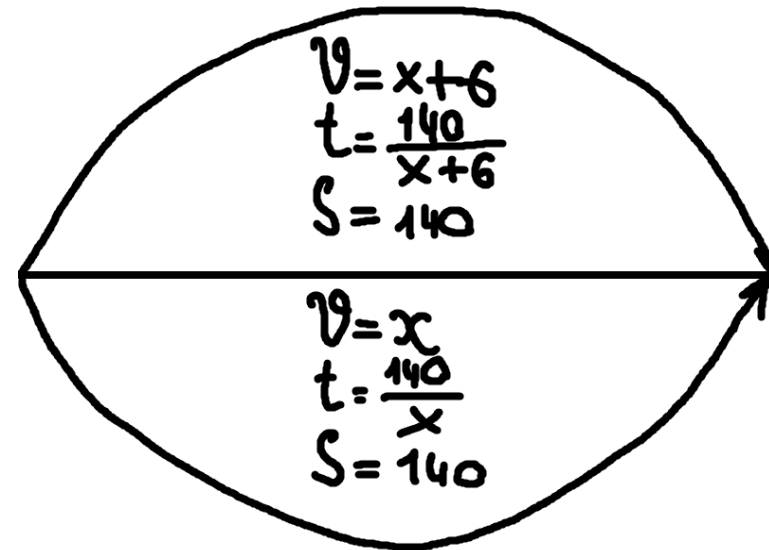
$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = 2$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = -3$$

Ответ: -3; -2; 2

22 Два велосипедиста одновременно отправляются в 140-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 6 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.

Решение:



$$t_{\text{медленного}} - t_{\text{быстрого}} = 3$$

$$\frac{140}{x} - \frac{140}{x + 6} = 3$$

$$\frac{140(x + 6) - 140x}{x(x + 6)} = 3$$

$$\frac{140x + 840 - 140x}{x^2 + 6x} = 3$$

$$\frac{840}{x^2 + 6x} = \frac{3}{1} \quad | :3$$

$$\frac{280}{x^2 + 6x} = \frac{1}{1}$$

$$x^2 + 6x = 280$$

$$x^2 + 6x - 280 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 36 + 1120 = 1156 = 34^2$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 + 34}{2} = 14$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 - 34}{2} = -20 \text{ (не подходит)}$$

Ответ: 14

23 Постройте график функции
 $y = |x|(x + 1) - 6x$.



Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение:

Раскрываем модуль двумя случаями:

$x \geq 0$ Тогда $y = x(x + 1) - 6x$ $y = x^2 + x - 6x$ $y = x^2 - 5x$ $x_0 = \frac{-b}{2a} = 2,5$	$x < 0$ Тогда $y = -x(x + 1) - 6x$ $y = -x^2 - x - 6x$ $y = -x^2 - 7x$ $x_0 = \frac{-b}{2a} = -3,5$
---	--

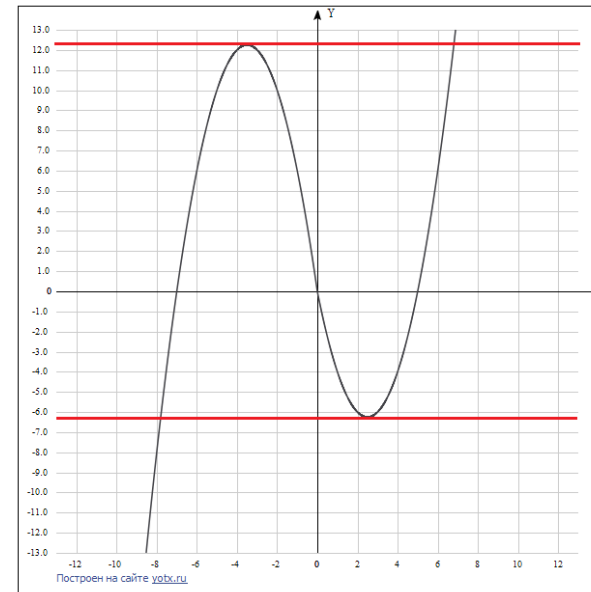
Получаем кусочно-заданную функцию:

$$y = \begin{cases} x^2 - 5x & \text{при } x \geq 0 \\ -x^2 - 7x & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

Заполним таблицу значений функции:

x	-4	-3,5	-3	-2	-1	0	1	2	2,5	3
y	12	12,25	12	10	6	0	-4	-6	-6,25	-6

Построим график и проведём прямые $y = m$, при которых будет две общие точки с графиком:

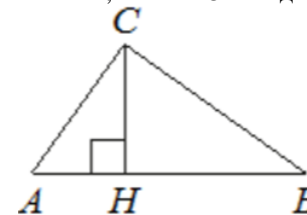


Ответ: $-6,25; 12,25$

Модуль «Геометрия»

24

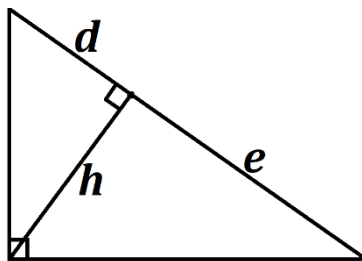
На гипотенузу AB прямоугольного треугольника ABC опущена высота CH , $AH = 2$, $BH = 18$. Найдите CH .



Решение:

ВЫСОТА, ПРОВЕДЁННАЯ К ГИПОТЕНУЗЕ





$$h^2 = d \cdot e$$

$$CH^2 = AH \cdot BH$$

$$CH^2 = 2 \cdot 18$$

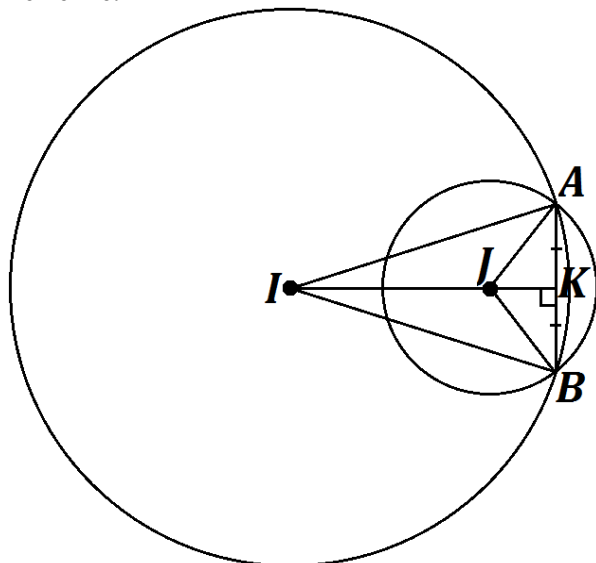
$$CH^2 = 36$$

$$CH = 6$$

Ответ: 6

- 25 Окружности с центрами в точках I и J пересекаются в точках A и B , причём точки I и J лежат по одну сторону от прямой AB . Докажите, что прямые AB и IJ перпендикулярны.

Решение:



1)

Пусть K – середина AB

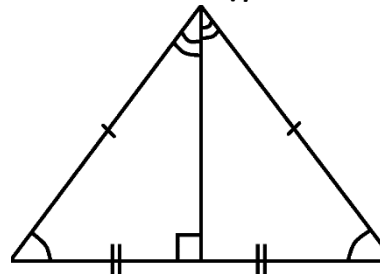
$IA = IB$ (т.к. это радиусы окружности с центром I)

=>

$\triangle ABI$ – равнобедренный

Проведём медиану IK в $\triangle ABI$

СВОЙСТВО РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА



Биссектриса, медиана и высота, проведённые к основанию, равны

$IK \perp AB$ (по свойству равнобедренного треугольника)

2)

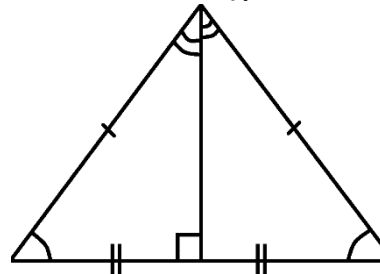
$JA = JB$ (т.к. это радиусы окружности с центром J)

=>

$\triangle ABJ$ – равнобедренный

Проведём медиану JK в $\triangle ABJ$

СВОЙСТВО РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА



Биссектриса, медиана и высота, проведённые к основанию, равны

$JK \perp AB$ (по свойству равнобедренного треугольника)



⊗

$IK \parallel JK$ (т.к. обе прямые перпендикулярны AB)

IK совпадает с JK (т.к. они обе проходят через т. K)

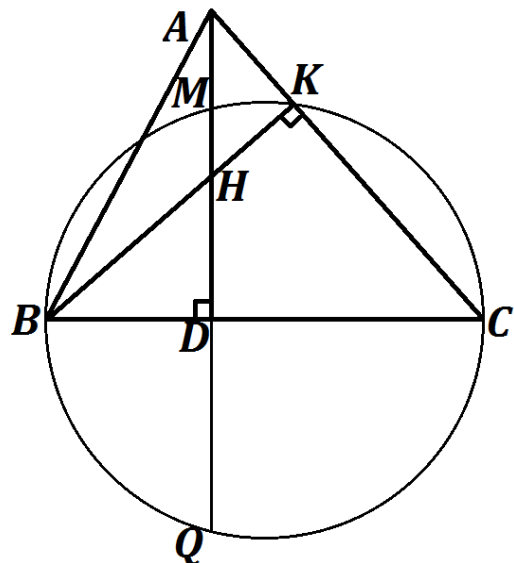
$\Rightarrow IJ \perp AB$

■

26

На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M , $AD = 49$, $MD = 42$, H – точка пересечения высот треугольника ABC . Найдите AH .

Решение:



⌋

Пусть K – основание перпендикуляра из точки B на AC

$\angle BKC = 90^\circ$

\Rightarrow точка K лежит на окружности

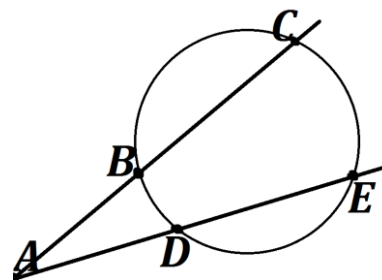
Пусть Q – точка пересечения прямой AD и окружности

$QD = MD = 42$

$MQ = QD + MD = 42 + 42 = 84$

$AM = AD - MD = 49 - 42 = 7$

СВОЙСТВО СЕКУЩИХ



$$AD \cdot AE = AB \cdot AC$$

$$AM \cdot AQ = AK \cdot AC \text{ (по свойству секущих)}$$

$$AM \cdot (AM + MQ) = AK \cdot AC$$

$$7 \cdot 91 = AK \cdot AC$$

$$AK \cdot AC = 637$$

⌋

$\triangle AKH \sim \triangle ACD$ по двум углам

($\angle KAH$ – общий
 $\angle ADC = \angle AKH = 90^\circ$)

Запишем отношение сходственных сторон

$$\frac{KH}{CD} = \frac{AH}{AC} = \frac{AK}{AD}$$

$$\frac{AH}{AC} = \frac{AK}{AD}$$

$$\frac{AH}{AC} = \frac{AK}{49}$$

$$AK \cdot AC = 49AH$$

$$637 = 49AH$$

$$AH = 13$$

Ответ: 13

