

**Основной Государственный Экзамен по
МАТЕМАТИКЕ, 9 класс**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 17 заданий: в части 1 - 14 заданий; в части 2 - 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 9 заданий: в части 1 - 6 заданий; в части 2 - 3 задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 14 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими черными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

- 1** Найдите значение выражения

$$\frac{8,2}{4,1}$$

Ответ: _____.

- 2** В таблице даны результаты забега мальчиков 8 класса на дистанцию 60 м. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже 10,5 с.

Номер дорожки	I	II	III	IV
Время (в с)	10,6	9,7	10,1	11,4

Укажите номера дорожек, по которым бежали мальчики, получившие зачёт.

- 1) только I
- 2) только II
- 3) I, IV
- 4) II, III

Ответ:



3 Между какими целыми числами заключено число $\frac{130}{11}$?

- 1) 10 и 11
- 2) 11 и 12
- 3) 12 и 13
- 4) 13 и 14

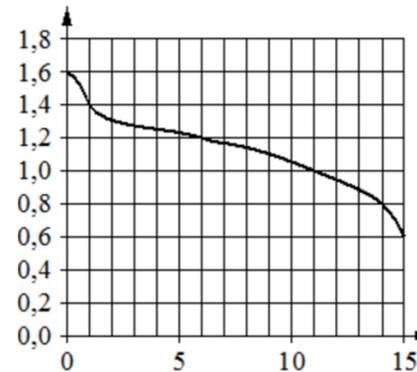
Ответ:

4 Какое из данных ниже чисел является значением выражения $3^{-11} \cdot (3^5)^2$?

- 1) $\frac{1}{3}$
- 2) 81
- 3) -3
- 4) $\frac{1}{81}$

Ответ:

5 При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси – напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько упадёт напряжение за первые 11 часов работы фонарика.



Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения $8 + 7x = 9x + 4$.

Ответ: _____.

7 Для фруктового напитка смешивают яблочный и виноградный соки в отношении 13:7. Сколько процентов этого напитка составляет виноградный сок?

Ответ: _____.



8

На диаграмме показано распределение земель Южного федерального округа по категориям. Определите по диаграмме, земли какой категории занимают более 50% площади округа.



*Прочие земли – это земли поселений; земли промышленности и иного специального назначения; земли особо охраняемых территорий и объектов

- 1) Земли лесного фонда
- 2) Земли сельскохозяйственного назначения
- 3) Земли запаса
- 4) Прочие земли

В ответе запишите номер выбранного варианта ответа.

Ответ: _____.

9

На экзамене 60 билетов, Олег **не выучил** 12 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Ответ: _____.

10

Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

А)

Б)

В)

ФОРМУЛЫ

1) $y = -2x - 1$

2) $y = -2x + 1$

3) $y = 2x + 1$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

11

Выписано несколько последовательных членов арифметической прогрессии:
 ...; 11; x; 19; 23; ...
 Найдите x.

Ответ: _____.

12

Найдите значение выражения

$$(x - 3) : \frac{x^2 - 6x + 9}{x + 3}$$

при $x = -21$.

Ответ: _____.

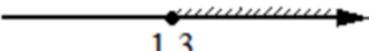
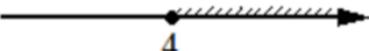
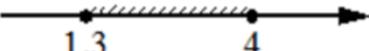


13 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I – сила тока (в амперах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 423,5 Вт, а сила тока равна 5,5 А. Ответ дайте в омах.

Ответ: _____.

14 Укажите решение системы неравенств

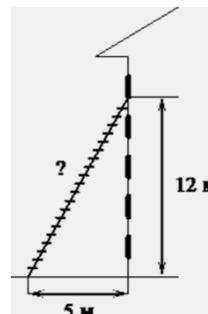
$$\begin{cases} x - 4 \geq 0, \\ x - 0,3 \geq 1. \end{cases}$$

- 1) 
- 2) 
- 3) 
- 4) 

Ответ:

Модуль «Геометрия»

15 Пожарную лестницу приставили к окну, расположенному на высоте 12 м от земли. Нижний конец лестницы отстоит от стены на 5 м. Какова длина лестницы? Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

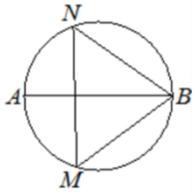
16 Основания трапеции равны 3 и 9, а высота равна 5. Найдите среднюю линию этой трапеции.



Ответ: _____.



- 17 На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что $\angle NBA = 36^\circ$. Найдите угол NMB . Ответ дайте в градусах.



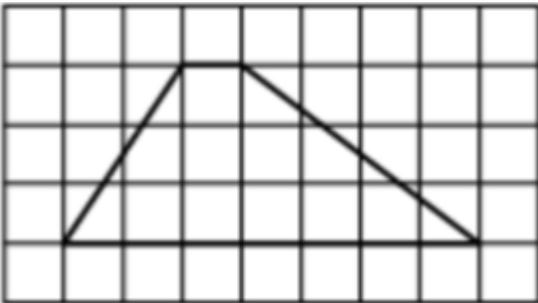
Ответ: _____.

- 18 Сторона квадрата равна $3\sqrt{2}$. Найдите площадь этого квадрата.



Ответ: _____.

- 19 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.



Ответ: _____.

- 20 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Все квадраты имеют равные площади.
- 2) Точка пересечения двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей.
- 3) В остроугольном треугольнике все углы острые.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21 Решите неравенство
- $$\frac{-15}{(x+1)^2 - 3} \geq 0.$$

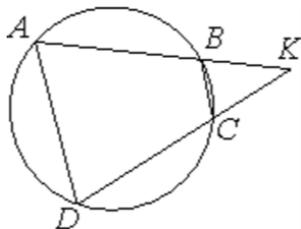
- 22 Имеются два сосуда, содержащие 40 кг и 30 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 73% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 72% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

- 23 Постройте график функции $y = |x^2 - x - 2|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?



Модуль «Геометрия»

- 24** Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Прямые AB и CD пересекаются в точке K , $BK = 8$, $DK = 12$, $BC = 6$. Найдите AD .



- 25** В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.

- 26** Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 25$ и $CD = 16$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

Проверьте, что каждый ответ записан в строке с номером соответствующего задания.

О проекте «Пробный ОГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ОГЭ 100 баллов» <https://vk.com/oge100balloy> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!
Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-88725006_38530429
(также доступны другие варианты для скачивания)

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	7 лет репетиторской деятельности
Регалии:	Основатель и руководитель проекта Школа Пифагора
Аккаунт ВК:	https://vk.com/eugene10
Сайт и доп. информация:	https://vk.com/shkolapifagora https://youtube.com/ШколаПифагора



Система оценивания экзаменационной работы по математике
За правильный ответ на каждое из заданий 1–20 ставится 1 балл.

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	2
2	4
3	2
4	1
5	0,6
6	2
7	35
8	2
9	0,8
10	231
11	15
12	0,75
13	14
14	2
15	13
16	6
17	54
18	18
19	4
20	3



Решения заданий части 2
Модуль «Алгебра»

21 Решите неравенство

$$\frac{-15}{(x+1)^2 - 3} \geq 0.$$

Решение:

Числитель отрицательный, поэтому знаменатель тоже должен быть отрицательным, чтобы дробь была больше или равна нулю:
 $(x+1)^2 - 3 < 0$

КВАДРАТ СУММЫ

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$x^2 + 2x + 1 - 3 < 0$$

$$x^2 + 2x - 2 < 0$$

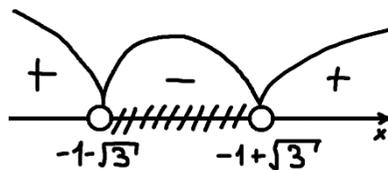
Решим методом интервалов:

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 12$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 + \sqrt{12}}{2} = -1 + \sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 - \sqrt{12}}{2} = -1 - \sqrt{3}$$



Ответ: $(-1 - \sqrt{3}; -1 + \sqrt{3})$

22 Имеются два сосуда, содержащие 40 кг и 30 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 73% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 72% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

Решение:

СХЕМА ЗАДАЧ НА СПЛАВЫ И СМЕСИ

$$\text{Доля}_1 \cdot m_1 + \text{Доля}_2 \cdot m_2 = \text{Доля}_{\text{сплава или смеси}} \cdot m_{\text{сплава или смеси}}$$

Требуется найти $\text{Доля}_2 \cdot m_2$:

$$\begin{cases} x \cdot 40 + y \cdot 30 = 0,73 \cdot 70 \\ x \cdot m + y \cdot m = 0,72 \cdot 2m \end{cases} \quad | : m$$

$$\begin{cases} x \cdot 40 + y \cdot 30 = 0,73 \cdot 70 \\ x + y = 0,72 \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \cdot 40 + y \cdot 30 = 0,73 \cdot 70 \\ x = 1,44 - y \end{cases}$$

$$(1,44 - y) \cdot 40 + y \cdot 30 = 0,73 \cdot 70$$

$$57,6 - 40y + 30y = 51,1$$

$$6,5 = 10y$$

$$y = 0,65$$

$$y \cdot 30 = 0,65 \cdot 30 = 19,5$$

Ответ: 19,5

23 Постройте график функции $y = |x^2 - x - 2|$.

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Решение:

Найдём x_0 у параболы:

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2}$$

Модуль даём отражение параболы относительно оси Ox

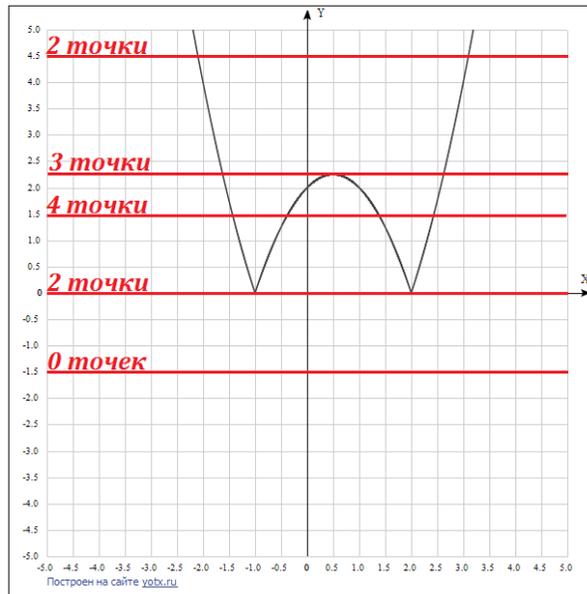
Заполним таблицу значений функции:

x	-2	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3



у	4	0	2	2,25	2	0	4
---	---	---	---	------	---	---	---

Построим график:

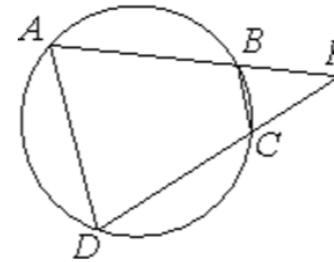


При $y \in (0; 2,25)$ прямая, параллельная оси абсцисс имеет с графиком 4 общие точки

Ответ: 4

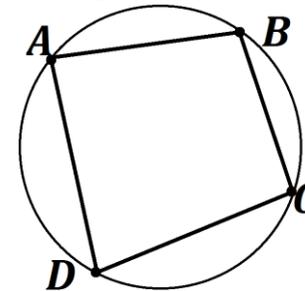
Модуль «Геометрия»

24 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Прямые AB и CD пересекаются в точке K , $BK = 8$, $DK = 12$, $BC = 6$. Найдите AD .



Решение:

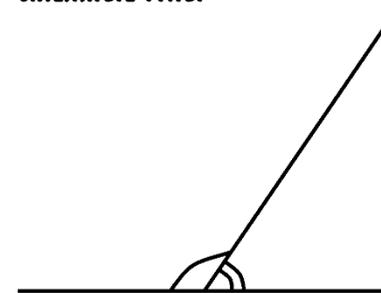
ЧЕТЫРЁУГОЛЬНИК ВПИСАН В ОКРУЖНОСТЬ



$$\begin{aligned} \angle A + \angle C &= 180^\circ \\ \angle B + \angle D &= 180^\circ \end{aligned}$$

Пусть $\angle A = \alpha$
Тогда $\angle BCD = 180 - \alpha$ (по свойству четырёхугольника, вписанного в окружность)

СМЕЖНЫЕ УГЛЫ

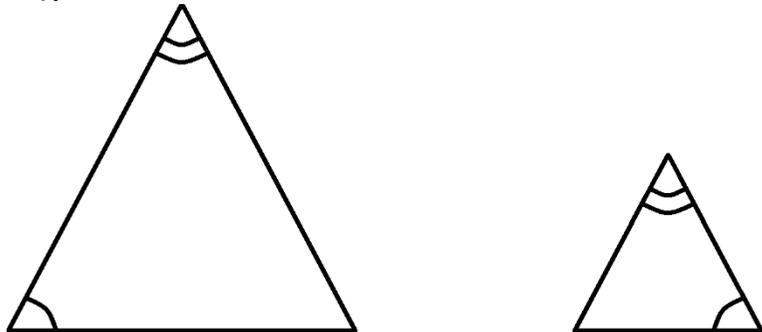


В сумме 180°

$$\angle BCK = 180 - \angle BCD = 180 - (180 - \alpha) = \alpha$$



ПО ДВУМ УГЛАМ



Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны

$\triangle BCK \sim \triangle ADK$ по 2 углам

($\angle A = \angle BCK = \alpha$)
($\angle K$ – общий)

$$\frac{BC}{AD} = \frac{BK}{DK}$$

$$\frac{6}{AD} = \frac{8}{12}$$

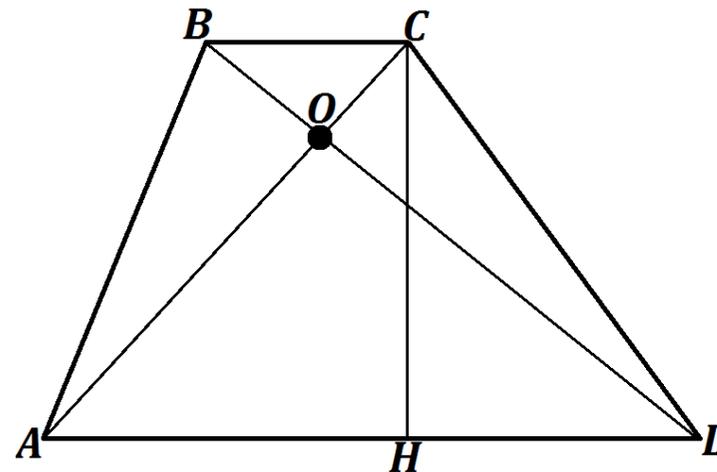
$$AD = \frac{6 \cdot 12}{8} = 9$$

Ответ: 9

25

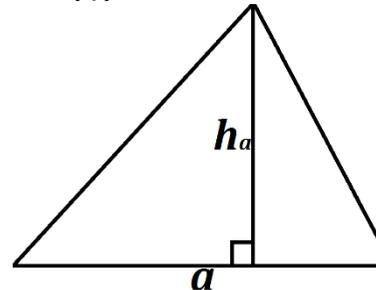
В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.

Решение:



Пусть H – основание перпендикуляра из точки C на AD

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА (ЧЕРЕЗ ВЫСОТУ)



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot CH$$

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot CH$$

$$\Rightarrow S_{ACD} = S_{ABD}$$

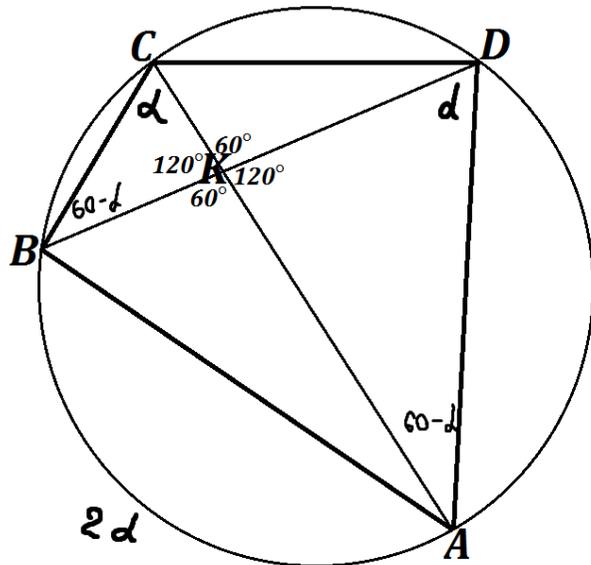
$$S_{AOD} + S_{COD} = S_{AOD} + S_{ABO}$$



$$S_{COD} = S_{ABO}$$

26 Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 25$ и $CD = 16$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

Решение:



Идея в поиске радиуса заключается в том, что окружность, в которую вписан четырёхугольник, также описывает и некоторые треугольники, поэтому радиус описанной окружности в последствии можно будет найти через теорему синусов

- $\angle CKD = \angle AKB = 60^\circ$ (т.к. это вертикальные углы)
- $\angle CKB = 180 - \angle AKB = 180 - 60 = 120^\circ$ (т.к. это смежные углы)
- $\angle AKD = \angle CKB = 120^\circ$ (т.к. это вертикальные углы)

Пусть $\angle ACB = \alpha$
 $\angle BDA = \alpha$ (т.к. они с $\angle ACB$ опираются на одну и ту же дугу AB)

$\angle CBK = 180 - \angle CKB - \angle BCK = 180 - 120 - \alpha = 60 - \alpha$ (по теореме о сумме углов треугольника)

$\angle CAD = 60 - \alpha$ (т.к. они с $\angle CBK$ опираются на одну и ту же дугу CD)

$$\frac{AB}{\sin \angle ACB} = 2R \text{ (по т. синусов)}$$

$$\frac{25}{\sin \alpha} = 2R$$

Рассмотрим $\triangle ACD$

$$\frac{CD}{\sin \angle CAD} = 2R \text{ (по т. синусов)}$$

$$\frac{16}{\sin(60 - \alpha)} = 2R$$

$$\Rightarrow \frac{25}{\sin \alpha} = \frac{16}{\sin(60 - \alpha)}$$

СИНОС РАЗНОСТИ

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

Раскроем синус разности:

$$\sin(60 - \alpha) = \sin 60^\circ \cdot \cos \alpha - \cos 60^\circ \sin \alpha$$

$$\sin(60 - \alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos \alpha - \frac{1}{2} \cdot \sin \alpha$$

Получаем:

$$\frac{25}{\sin \alpha} = \frac{16}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos \alpha - \frac{1}{2} \cdot \sin \alpha}$$

$$\frac{25\sqrt{3}}{2} \cdot \cos \alpha - \frac{25}{2} \cdot \sin \alpha = 16 \sin \alpha$$

$$\frac{25\sqrt{3}}{2} \cdot \cos \alpha = \frac{32}{2} \cdot \sin \alpha + \frac{25}{2} \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{25\sqrt{3}}{2} \cdot \cos \alpha = \frac{57}{2} \cdot \sin \alpha \quad \cdot (2)$$

$$25\sqrt{3} \cos \alpha = 57 \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{57 \sin \alpha}{25\sqrt{3}}$$



ОСНОВНОЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЕ ТОЖДЕСТВО

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \text{ (по основному тригонометрическому)}$$

$$\sin^2 \alpha + \frac{57 \cdot 3 \cdot 19 \sin^2 \alpha}{625 \cdot 3} = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \frac{57 \cdot 19 \sin^2 \alpha}{625} = 1$$

$$\frac{625}{625} \sin^2 \alpha + \frac{1083}{625} \sin^2 \alpha = 1$$

$$\frac{1708}{625} \sin^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{625}{1708}$$

$$\sin \alpha = \frac{25}{2\sqrt{427}}$$

$$\frac{25}{\sin \alpha} = 2R$$

$$\frac{25}{\frac{25}{2\sqrt{427}}} = 2R$$

$$2\sqrt{427} = 2R$$

$$R = \sqrt{427}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{427}$$

