

**Основной Государственный Экзамен по  
МАТЕМАТИКЕ, 9 класс**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 17 заданий: в части 1 - 14 заданий; в части 2 - 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 9 заданий: в части 1 - 6 заданий; в части 2 - 3 задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 14 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими черными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Часть 1**

*Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.*

**Модуль «Алгебра»**

- 1** Найдите значение выражения  
 $-0,4 \cdot (-10)^4 + 3 \cdot (-10)^2 - 98$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшую, отборную, первую, вторую, третью. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо массой 82,2 г.

Категория	Масса одного яйца (в г)
Высшая	75,0 и более
Отборная	65,0-74,9
Первая	55,0-64,9
Вторая	45,0-54,9
Третья	менее 45,0

- 1) высшая
- 2) отборная
- 3) вторая
- 4) третья

Ответ:





**3** Какое из следующих чисел заключено между числами  $\frac{18}{17}$  и  $\frac{17}{15}$ ?

- 1) 1
- 2) 1,1
- 3) 1,2
- 4) 1,3

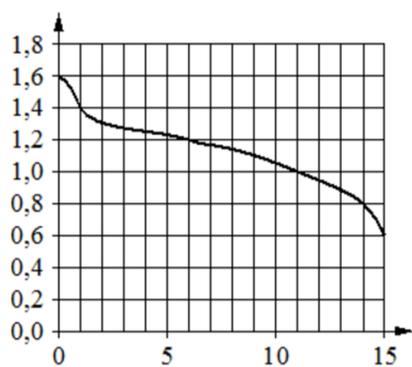
Ответ:

**4** Какое из данных ниже чисел является значением выражения  $\sqrt{3^6}$ ?

- 1) 243
- 2) 27
- 3) 81
- 4)  $\frac{1}{27}$

Ответ:

**5** При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси – напряжение в вольтах. Определите по графику, за сколько часов работы фонарика напряжение упадёт с 1,6 В до 1,4 В.



Ответ: \_\_\_\_\_.

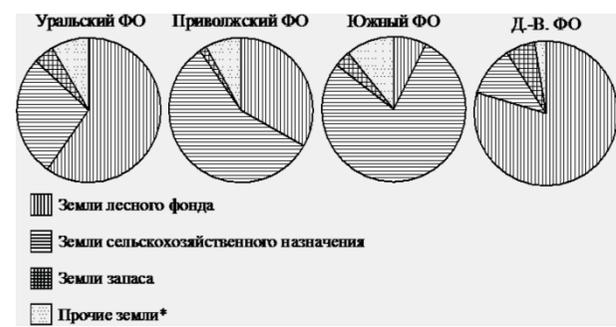
**6** Найдите корень уравнения  $9 + 8x = 6x - 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**7** Средний вес мальчиков того же возраста, что и Толя, равен 56 кг. Вес Толи составляет 140% среднего веса. Сколько килограммов весит Толя?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**8** На диаграммах показано распределение земель по категориям Уральского, Приволжского, Южного и Дальневосточного федеральных округов. Определите по диаграммам, в каких округах доля земель лесного фонда превышает 50%.



\*Прочие земли – это земли поселений; земли промышленности и иного специального назначения; земли особо охраняемых территорий и объектов

- 1) Уральский ФО
- 2) Приволжский ФО
- 3) Южный ФО
- 4) Дальневосточный ФО

В ответ запишите номера выбранных вариантов ответов без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

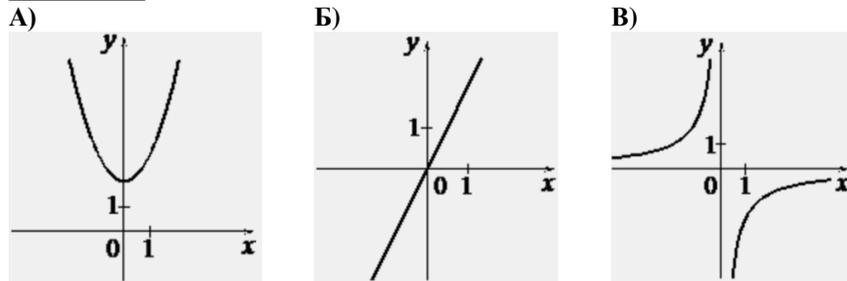


**9** В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен **не** из России.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

**ГРАФИКИ**



**ФОРМУЛЫ**

- 1)  $y = x^2 + 2$                       2)  $y = -\frac{2}{x}$                       3)  $y = 2x$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

**11** Дана арифметическая прогрессия  $(a_n)$ , разность которой равна 0,6 и  $a_1 = 6,2$ . Найдите сумму первых шести её членов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Найдите значение выражения

$$8a - \frac{8a^2 - 3c}{a}$$

при  $a = 15, c = 12$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**13** Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле  $P = I^2R$ , где  $I$  – сила тока (в амперах),  $R$  – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление  $R$ , если мощность составляет 29,25 Вт, а сила тока равна 1,5 А. Ответ дайте в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14** Укажите решение системы неравенств  $\begin{cases} -9 + 3x > 0, \\ 2 - 3x > -10. \end{cases}$

- 1) нет решений
- 2)
- 3)
- 4)

Ответ:

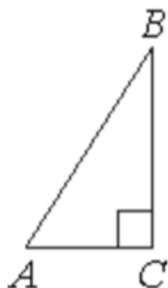
Модуль «Геометрия»

- 15 Найдите угол, который образуют минутная и часовая стрелки часов в 7:00. Ответ дайте в градусах.



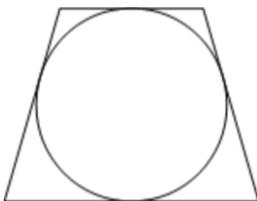
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 16 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 6$ ,  $AB = 10$ . Найдите  $\sin B$ .



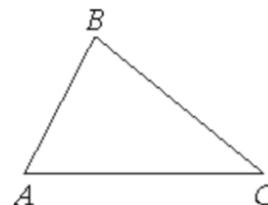
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 17 Радиус окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, равен 12. Найдите высоту этой трапеции.



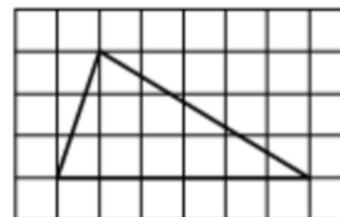
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 18 В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = 6$ ,  $BC = 10$ ,  $\sin \angle ABC = \frac{1}{3}$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 19 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник. Найдите его площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 20 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Все высоты равностороннего треугольника равны.
- 2) Угол, вписанный в окружность, равен соответствующему центральному углу, опирающемуся на ту же дугу.
- 3) В любой ромб можно вписать окружность.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.*



## Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

## Модуль «Алгебра»

21 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x^2 - 2x = y, \\ 3x - 2 = y. \end{cases}$$

22 Из А в В одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 70 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью, большей скорости первого на 21 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста.

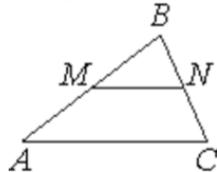
23 Постройте график функции

$$y = 5|x - 3| - x^2 + 7x - 12.$$

Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно три общие точки.

## Модуль «Геометрия»

24 Прямая, параллельная стороне  $AC$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно,  $AB = 9$ ,  $AC = 18$ ,  $MN = 8$ . Найдите  $AM$ .



25 Биссектрисы углов  $B$  и  $C$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ , лежащей на стороне  $AD$ . Докажите, что точка  $O$  равноудалена от прямых  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$ .

26 Середина  $M$  стороны  $AD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  равноудалена от всех его вершин. Найдите  $AD$ , если  $BC = 10$ , а углы  $B$  и  $C$  четырёхугольника равны соответственно  $112^\circ$  и  $113^\circ$ .

Проверьте, что каждый ответ записан в строке с номером соответствующего задания.

## О проекте «Пробный ОГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ОГЭ 100 баллов» <https://vk.com/oge100balloy> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

## Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!  
Для замечаний и пожеланий: [https://vk.com/topic-88725006\\_38530429](https://vk.com/topic-88725006_38530429)  
(также доступны другие варианты для скачивания)

## СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	7 лет репетиторской деятельности
Регалии:	Основатель и руководитель проекта Школа Пифагора
Аккаунт ВК:	<a href="https://vk.com/eugene10">https://vk.com/eugene10</a>
Сайт и доп. информация:	<a href="https://vk.com/shkolapifagora">https://vk.com/shkolapifagora</a> <a href="https://youtube.com/ШколаПифагора">https://youtube.com/ШколаПифагора</a>



**Система оценивания экзаменационной работы по математике**  
За правильный ответ на каждое из заданий 1–20 ставится 1 балл.

**Ответы к заданиям части 1**

Номер задания	Правильный ответ
1	-3798
2	1
3	2
4	2
5	1
6	-5,5
7	78,4
8	14
9	0,35
10	132
11	46,2
12	2,4
13	13
14	2
15	150
16	0,6
17	24
18	10
19	9
20	13



**Решения заданий части 2**  
**Модуль «Алгебра»**

**21** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x^2 - 2x = y, \\ 3x - 2 = y. \end{cases}$$

**Решение:**

Решим систему методом подстановки:

$$\begin{aligned} 3x^2 - 2x &= 3x - 2 \\ 3x^2 - 2x - 3x + 2 &= 0 \\ 3x^2 - 5x + 2 &= 0 \\ D &= b^2 - 4ac = 1 \end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 + 1}{6} = 1$$

$$y = 3x - 2$$

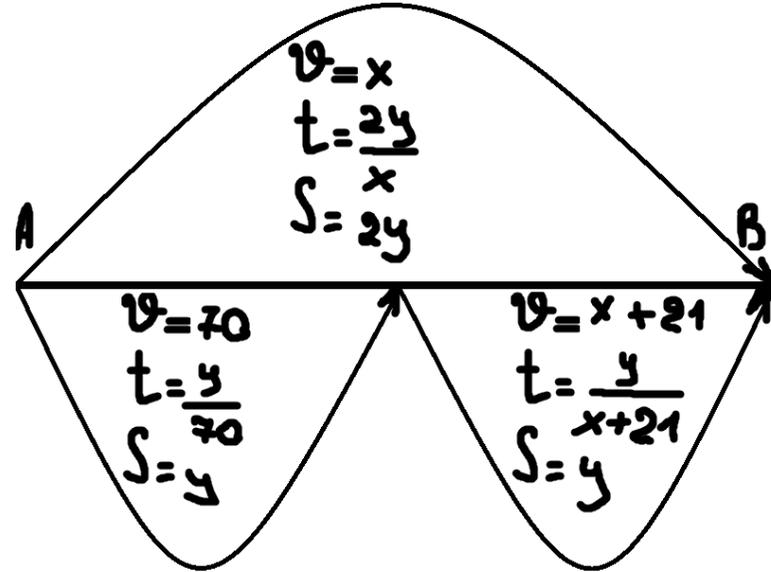
$$y = 3 \cdot 1 - 2 = 1$$

$$\left| \begin{aligned} x_2 &= \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 - 1}{6} = \frac{2}{3} \\ y &= 3x - 2 \\ y &= 3 \cdot \frac{2}{3} - 2 = 0 \end{aligned} \right.$$

Ответ: (1; 1);  $(\frac{2}{3}; 0)$

**22** Из А в В одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 70 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью, большей скорости первого на 21 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста.

**Решение:**



$$\begin{aligned} t_{\text{первого}} &= t_{\text{второго}} \\ \frac{2y}{x} &= \frac{y}{70} + \frac{y}{x+21} \quad | :y \\ \frac{2}{x} &= \frac{1}{70} + \frac{1}{x+21} \\ \frac{2}{x} &= \frac{1}{70} + \frac{1}{x+21} \\ \frac{2}{x} &= \frac{1}{70(x+21)} \end{aligned}$$

$$140x + 2940 = x^2 + 91x$$

$$x^2 - 49x - 2940 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 2401 + 11760 = 14161 = 119^2$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{49 + 119}{2} = 84$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{49 - 119}{2} = -35 \text{ (не подходит)}$$

Ответ: 84

**23** Постройте график функции

$$y = 5|x - 3| - x^2 + 7x - 12.$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно три общие точки.

**Решение:**



Раскрываем модуль двумя случаями:

$x - 3 \geq 0$ $x \geq 3$ Тогда $y = 5(x - 3) - x^2 + 7x - 12$ $y = 5x - 15 - x^2 + 7x - 12$ $y = -x^2 + 12x - 27$ $x_0 = \frac{-b}{2a} = 6$	$x - 3 < 0$ $x < 3$ Тогда $y = 5(-x + 3) - x^2 + 7x - 12$ $y = -5x + 15 - x^2 + 7x - 12$ $y = -x^2 + 2x + 3$ $x_0 = \frac{-b}{2a} = 1$
--	--

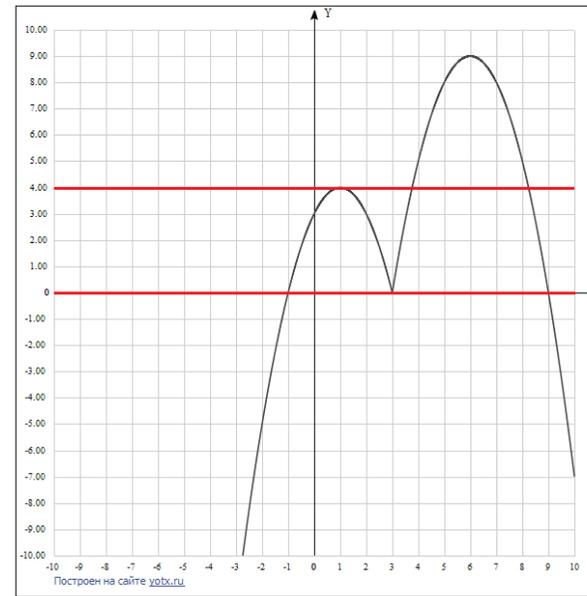
Получаем кусочно-заданную функцию:

$$y = \begin{cases} -x^2 + 12x - 27 & \text{при } x \geq 3 \\ -x^2 + 2x + 3 & \text{при } x < 3 \end{cases}$$

Заполним таблицу значений функции:

$x$	0	1	2	3	4	5	6	7
$y$	3	4	3	0	5	8	9	8

Построим график и проведём прямые  $y = t$ , при которых будет три общие точки с графиком:

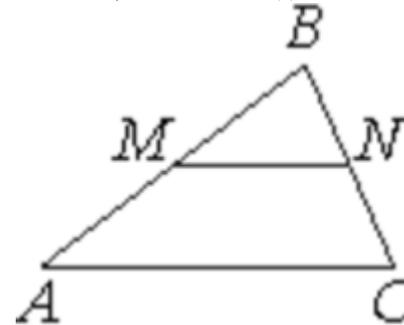


Ответ: 0; 4

**Модуль «Геометрия»**

24

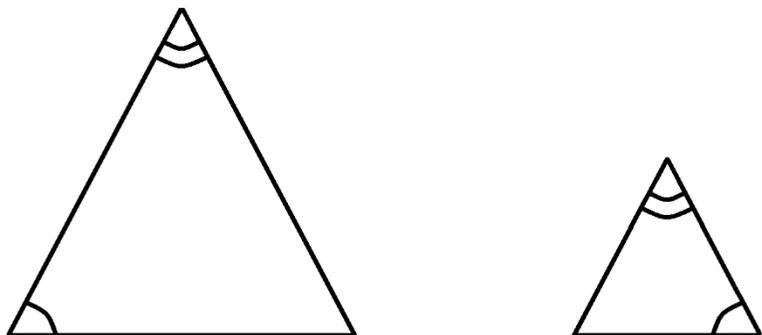
Прямая, параллельная стороне  $AC$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно,  $AB = 9$ ,  $AC = 18$ ,  $MN = 8$ . Найдите  $AM$ .



Решение:

**ПО ДВУМ УГЛАМ**





Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны

$\triangle BMN \sim \triangle ABC$  по 2 углам  
 ( $\angle BAC = \angle BMN$  – соответственные)  
 $\angle B$  – общий

$$\frac{AB}{BM} = \frac{AC}{MN}$$

$$\frac{9}{BM} = \frac{18}{8}$$

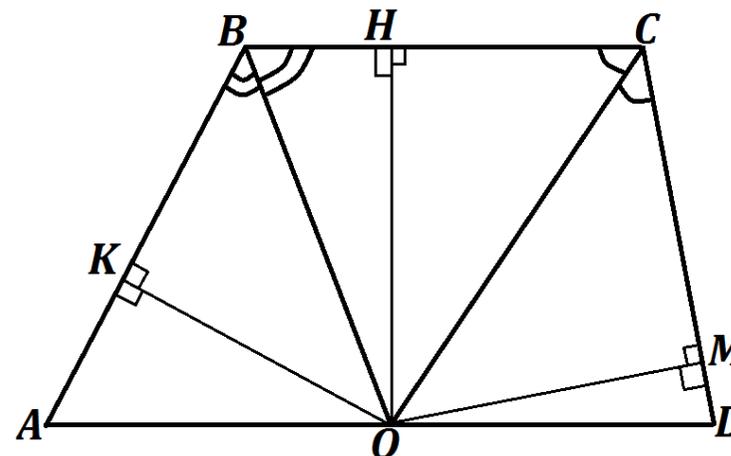
$$BM = \frac{9 \cdot 8}{18} = 4$$

$$AM = AB - BM = 9 - 4 = 5$$

Ответ: 5

**25** Биссектрисы углов  $B$  и  $C$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ , лежащей на стороне  $AD$ . Докажите, что точка  $O$  равноудалена от прямых  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$ .

Решение:



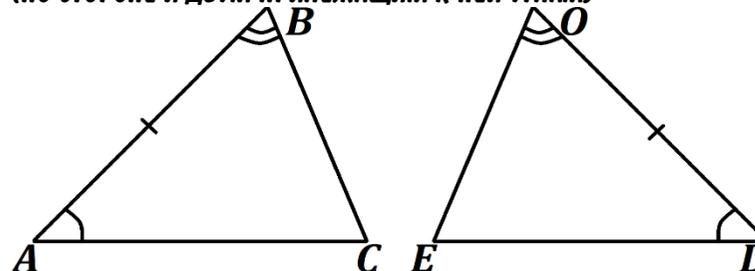
Пусть  $H$  – основание перпендикуляра из точки  $O$  на  $BC$   
 $K$  – основание перпендикуляра из точки  $O$  на  $AB$   
 $M$  – основание перпендикуляра из точки  $O$  на  $CD$

Требуется доказать, что  $KO = OH = OM$ :

∩

Рассмотрим  $\triangle OBK$  и  $\triangle OBH$   
 $\angle HBO = \angle OBK$  (т.к.  $OB$  – биссектриса)  
 $\angle BHO = \angle BKO = 90^\circ$   
 $\angle HOB = 180 - \angle HBO - \angle BHO$   
 $\angle BOK = 180 - \angle OBK - \angle BKO$   
 $\Rightarrow \angle HOB = \angle BOK$

**ВТОРОЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ**  
**(ПО СТОРОНЕ И ДВУМ ПРИЛЕЖАЩИМ К НЕЙ УГЛАМ)**



Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны

$\triangle OBK = \triangle OBN$  по стороне и двум прилежащим к ней углам  
 (  $OB$  – общая  
 $\angle HBO = \angle OBK$   
 $\angle HOB = \angle BOK$  )

$\Rightarrow KO = ON$  (т.к. в равных треугольниках все соответственные элементы равны)

2

Рассмотрим  $\triangle CON$  и  $\triangle COM$   
 $\angle OCN = \angle OCM$  (т.к.  $OC$  – биссектриса)  
 $\angle CHO = \angle CMO = 90^\circ$   
 $\angle CON = 180 - \angle OCN - \angle CHO$   
 $\angle COM = 180 - \angle OCM - \angle CMO$   
 $\Rightarrow \angle CON = \angle COM$

$\triangle CON = \triangle COM$  по стороне и двум прилежащим к ней углам  
 (  $OC$  – общая  
 $\angle OCN = \angle OCM$   
 $\angle CON = \angle COM$  )

$\Rightarrow ON = OM$  (т.к. в равных треугольниках все соответственные элементы равны)

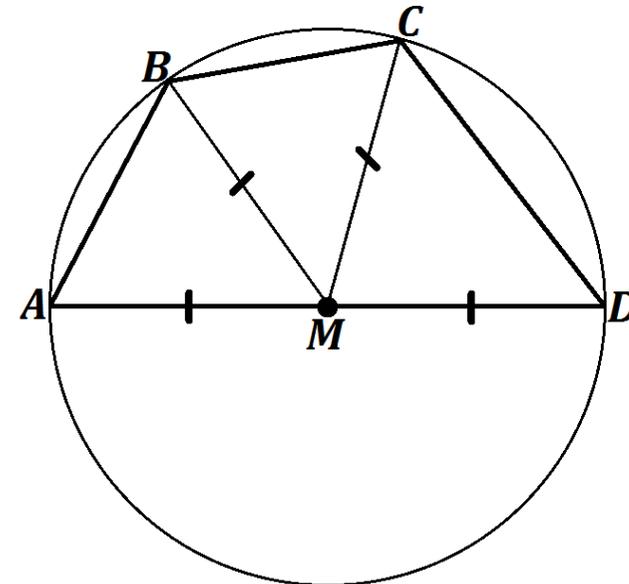
3

$KO = ON = OM$

■

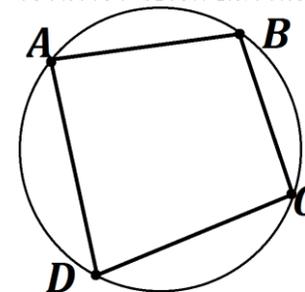
**26** Середина  $M$  стороны  $AD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  равноудалена от всех его вершин. Найдите  $AD$ , если  $BC = 10$ , а углы  $B$  и  $C$  четырёхугольника равны соответственно  $112^\circ$  и  $113^\circ$ .

**Решение:**



Точка  $M$  равноудалена от всех вершин  $ABCD$   
 $\Rightarrow$  четырёхугольник  $ABCD$  можно вписать в окружность и тогда  $AM$ ,  $BM$ ,  $CM$  и  $DM$  – радиусы

**СВОЙСТВО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА, ВПИСАННОГО В ОКРУЖНОСТЬ**



$\angle A + \angle C = 180^\circ$   
 $\angle B + \angle D = 180^\circ$

$\angle CDM = 180 - \angle ABC$  (по свойству четырёхугольника,  
 вписанного в окружность)

$\angle CDM = 180 - 112 = 68^\circ$   
 $\angle BAM = 180 - 113 = 67^\circ$



Рассмотрим  $\triangle CDM$  – равнобедренный  
 $\angle MCD = \angle CDM = 68^\circ$

Рассмотрим  $\triangle ABM$  – равнобедренный  
 $\angle ABM = \angle BAM = 67^\circ$

$$\angle MBC = \angle ABC - \angle ABM = 112 - 67 = 45^\circ$$

$$\angle MCB = \angle BCD - \angle MCD = 113 - 68 = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BMC = 180 - \angle MBC - \angle MCB = 180 - 45 - 45 = 90^\circ$$

Пусть  $BM = x = CM$

$$BC^2 = BM^2 + CM^2 \text{ (по т. Пифагора)}$$

$$10^2 = x^2 + x^2$$

$$100 = 2x^2$$

$$x^2 = 50$$

$$x = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$AD = 2x = 2 \cdot 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

Ответ:  $10\sqrt{2}$

