

**Основной Государственный Экзамен по
МАТЕМАТИКЕ, 9 класс**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 17 заданий: в части 1 - 14 заданий; в части 2 - 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 9 заданий: в части 1 - 6 заданий; в части 2 - 3 задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 14 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими черными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

- 1** Найдите значение выражения
 $0,8 \cdot (-10)^2 - 95$.

Ответ: _____.

- 2** В таблице приведены нормативы по бегу на лыжах на 1 километр для учащихся 10 класса.

Отметка	мальчики			девочки		
	«3»	«4»	«5»	«3»	«4»	«5»
Время (минуты:секунды)	5:30	5:00	4:40	7:10	6:30	6:00

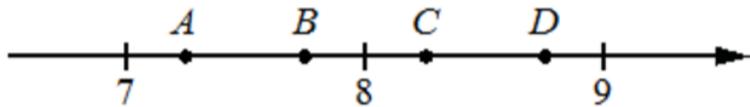
Какую отметку получит мальчик, пробежавший на лыжах 1 километр за 6 минут 15 секунд?

- 1) отметка «5»
- 2) отметка «4»
- 3) отметка «3»
- 4) норматив не выполнен

Ответ:



3 На координатной прямой отмечены точки A, B, C и D .



Одна из них соответствует числу $\frac{58}{7}$. Какая это точка?

- 1) точка A
- 2) точка B
- 3) точка C
- 4) точка D

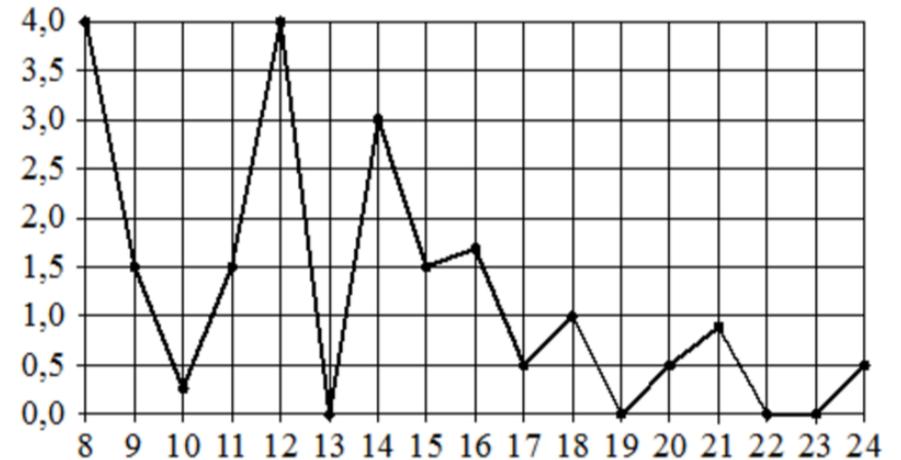
Ответ:

4 Какое из данных ниже выражений при любых значениях n равно дроби $\frac{3^n}{27}$?

- 1) 3^{n-3}
- 2) $3^{\frac{n}{3}}$
- 3) $(\frac{1}{9})^n$
- 4) $3^n - 3^3$

Ответ:

5 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа из данного периода в Томске впервые выпало ровно 1,5 миллиметра осадков.



Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения

$$\frac{12}{x+5} = -\frac{12}{5}$$

Ответ: _____.

7 Площадь земель крестьянского хозяйства, отведённая под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 24 гектара и распределена между зерновыми и овощными культурами в отношении 5:3. Сколько гектаров занимают зерновые культуры?

Ответ: _____.



8 На диаграмме показано распределение земель Уральского федерального округа по категориям. Определите по диаграмме, земли какой категории преобладают.



*Прочие земли – это земли поселений; земли промышленности и иного специального назначения; земли особо охраняемых территорий и объектов

- 1) Земли лесного фонда
- 2) Земли сельскохозяйственного назначения
- 3) Земли запаса
- 4) Прочие земли

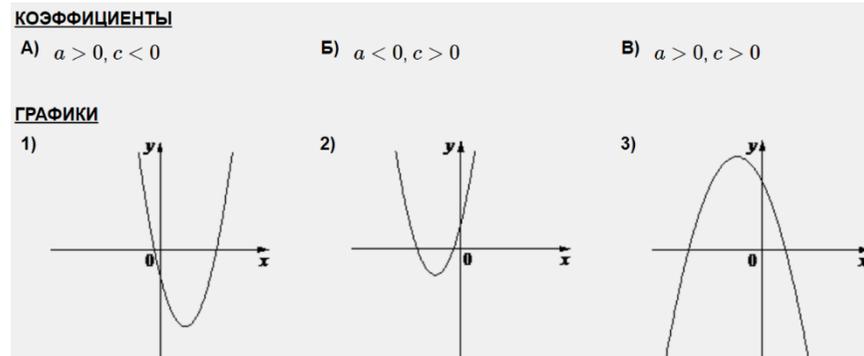
В ответе запишите номер выбранного варианта ответа.

Ответ: _____.

9 У бабушки 10 чашек: 7 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

Ответ: _____.

10 На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между знаками коэффициентов a и c и графиками функций.



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

11 Последовательность (c_n) задана условиями:

$$c_1 = 5, c_{n+1} = c_n - 4.$$

Найдите c_6 .

Ответ: _____.

12 Найдите значение выражения

$$\frac{c^2 - ac}{a^2} : \frac{c - a}{a}$$

при $a = 5, c = 26$.

Ответ: _____.



- 13** В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) длительностью более 5 минут рассчитывается по формуле $C = 150 + 11(t - 5)$, где t – длительность поездки (в минутах). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 15-минутной поездки. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

- 14** Укажите решение системы неравенств

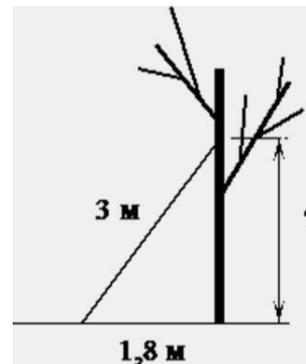
$$\begin{cases} -35 + 5x < 0, \\ 6 - 3x > -18. \end{cases}$$

- 1) (7; 8)
- 2) $(-\infty; 7)$
- 3) $(-\infty; 8)$
- 4) $(7; +\infty)$

Ответ:

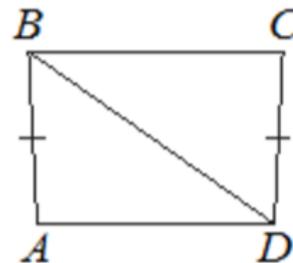
Модуль «Геометрия»

- 15** Лестницу длиной 3 м прислонили к дереву. Найдите высоту, на которой находится её верхний конец, если нижний конец отстоит от ствола дерева на 1,8 м. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

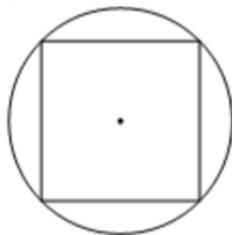
- 16** В трапеции $ABCD$ известно, что $AB = CD$, $\angle BDA = 35^\circ$ и $\angle BDC = 58^\circ$. Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.



- 17** Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $32\sqrt{2}$. Найдите длину стороны этого квадрата.



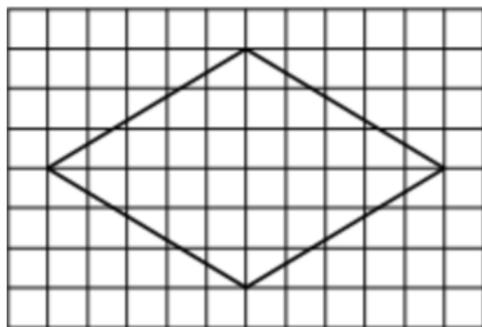
Ответ: _____.

- 18** Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 14 и 6.



Ответ: _____.

- 19** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



Ответ: _____.

- 20** Какие из следующих утверждений верны?

- 1) В параллелограмме есть два равных угла.
- 2) Площадь треугольника меньше произведения двух его сторон.
- 3) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Решите уравнение $x^2 - 6x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 7$.

- 22** Два автомобиля одновременно отправляются в 240-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 20 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

- 23** Постройте график функции $y = \frac{3x + 5}{3x^2 + 5x}$.
Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

- 24** Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 71° и 79° . Найдите BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 8.



25 Окружности с центрами в точках I и J пересекаются в точках A и B , причём точки I и J лежат по одну сторону от прямой AB . Докажите, что прямые AB и IJ перпендикулярны.

26 В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC . Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E . Найдите расстояние от точки E до прямой CD , если $AD = 14$, $BC = 12$.

Проверьте, что каждый ответ записан в строке с номером соответствующего задания.

О проекте «Пробный ОГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ОГЭ 100 баллов» <https://vk.com/oge100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!
Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-88725006_38530429
(также доступны другие варианты для скачивания)

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	7 лет репетиторской деятельности
Регалии:	Основатель и руководитель проекта Школа Пифагора
Аккаунт ВК:	https://vk.com/eugene10
Сайт и доп. информация:	https://vk.com/shkolapifagora https://youtube.com/ШколаПифагора



Система оценивания экзаменационной работы по математике
За правильный ответ на каждое из заданий 1–20 ставится 1 балл.

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	-15
2	4
3	3
4	1
5	9
6	-10
7	15
8	1
9	0,3
10	132
11	-15
12	5,2
13	260
14	2
15	2,4
16	52
17	64
18	42
19	10
20	12

Решения заданий части 2
Модуль «Алгебра»

21

Решите уравнение

$$x^2 - 6x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 7.$$

Решение:

ОДЗ:

$$6 - x \geq 0$$

$$x \leq 6$$

$$x^2 - 6x + \sqrt{6-x} - \sqrt{6-x} - 7 = 0$$

$$x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 64$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{6 + 8}{2} = 7 \text{ (не подходит ОДЗ)}$$

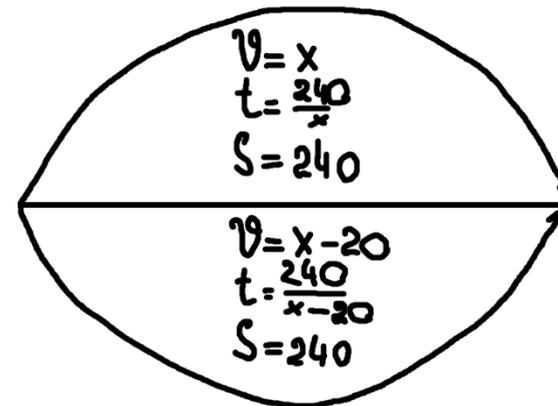
$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{6 - 8}{2} = -1$$

Ответ: -1

22

Два автомобиля одновременно отправляются в 240-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 20 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

Решение:



$$t_{\text{медленного}} - t_{\text{быстрого}} = 1$$

$$\frac{240}{x-20} - \frac{240}{x} = 1$$

$$\frac{240x - 240(x-20)}{x(x-20)} = 1$$

$$\frac{240x - 240x + 4800}{x^2 - 20x} = 1$$

$$\frac{4800}{x^2 - 20x} = 1$$

$$x^2 - 20x = 4800$$

$$x^2 - 20x - 4800 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 400 + 19200 = 19600 = 140^2$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{20 + 140}{2} = 80$$



$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{20 - 140}{2} = -60 \text{ (не подходит)}$$

Ответ: 80

23

Постройте график функции

$$y = \frac{3x + 5}{3x^2 + 5x}$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение:

Вынесем в знаменателе x за скобку:

$$y = \frac{3x + 5}{x(3x + 5)}$$

ОДЗ:

$$x \neq 0$$

$$\begin{aligned} 3x + 5 &\neq 0 \\ 3x &\neq -5 \\ x &\neq -\frac{5}{3} \end{aligned}$$

После нахождения ОДЗ сократим:

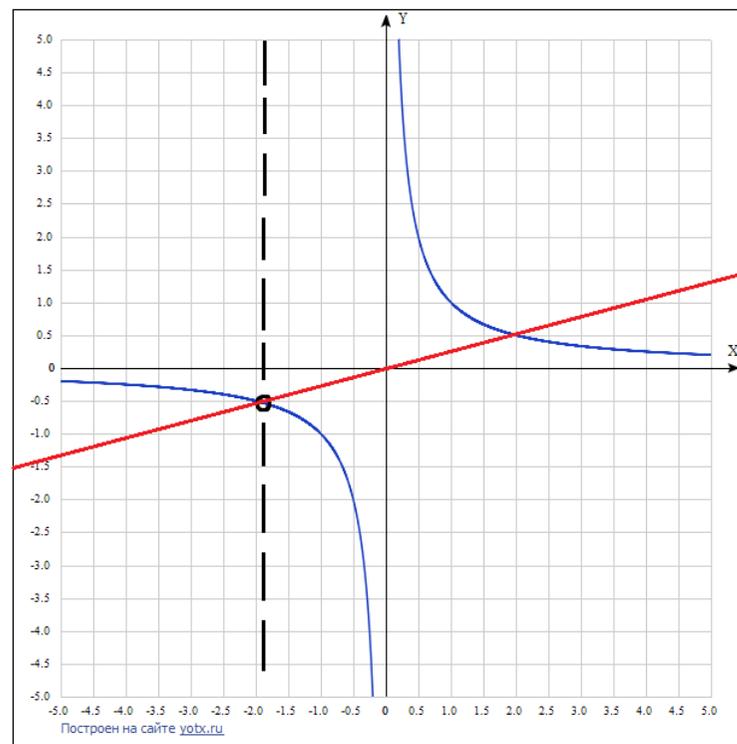
$$y = \frac{1}{x}$$

Заполним таблицу значений функции:

x	-5	-2	$-\frac{5}{3}$	-1	1	2	5

y	-0,2	-0,5	$-\frac{3}{5}$	-1	1	0,5	0,2

Построим асимптоты, график и проведём прямые $y = kx$, при которых будет одна общая точка с графиком:



Подходит прямая, проходящая через «выколотую» точку

$$y = kx \text{ проходит через точку } \left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{5}\right)$$

$$\text{Значит } x = -\frac{5}{3} \text{ и } y = -\frac{3}{5}$$



$$-\frac{3}{5} = k \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)$$

$$k = -\frac{3}{5} : \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

Ответ: 9/25

Модуль «Геометрия»

24 Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 71° и 79° . Найдите BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 8.

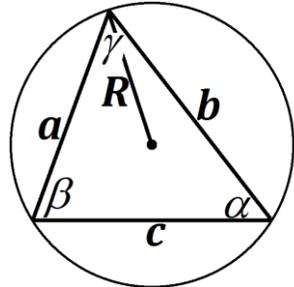
Решение:

СУММА УГЛОВ

- Сумма углов треугольника 180°
- Сумма углов четырёхугольника 360°
- Сумма углов пятиугольника 540°
- Сумма углов шестиугольника 720°
- Сумма углов n -угольника $180 \cdot (n - 2)^\circ$

Найдём оставшийся угол треугольника:
 $\angle A = 180 - 71 - 79 = 30^\circ$

ТЕОРЕМА СИНУСОВ



$$\frac{a}{\sin \alpha} = 2R$$

или

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

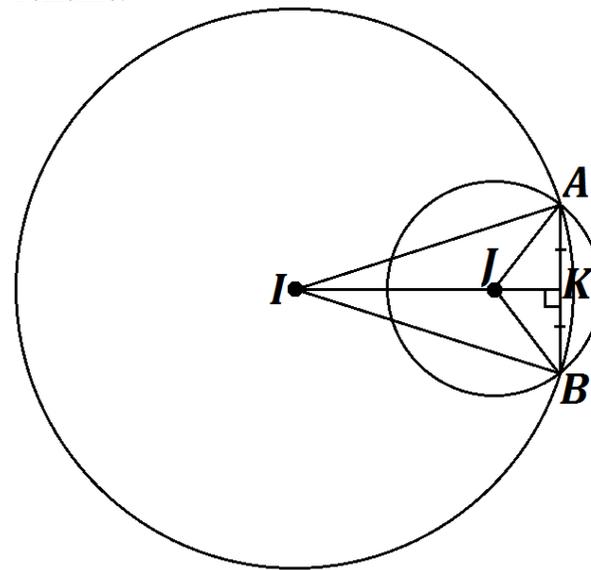
$$\frac{BC}{\sin A} = 2R$$

$$\frac{BC}{\frac{1}{2}} = 2 \cdot 8$$

Ответ: 8

25 Окружности с центрами в точках I и J пересекаются в точках A и B , причём точки I и J лежат по одну сторону от прямой AB . Докажите, что прямые AB и IJ перпендикулярны.

Решение:

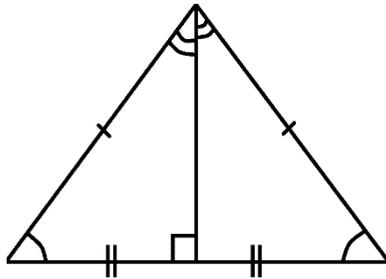


∩
 Пусть K – середина AB
 $IA = IB$ (т.к. это радиусы окружности с центром I)
 \Rightarrow
 $\triangle ABI$ – равнобедренный

Проведём медиану IK в $\triangle ABI$

СВОЙСТВО РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА





Биссектриса, медиана и высота, проведённые к основанию, равны

$IK \perp AB$ (по свойству равнобедренного треугольника)

2

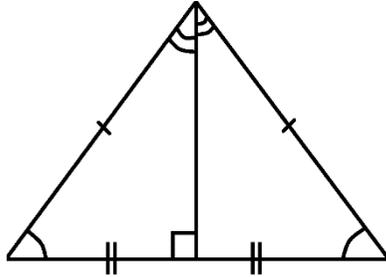
$JA = JB$ (т.к. это радиусы окружности с центром J)

\Rightarrow

$\triangle ABJ$ – равнобедренный

Проведём медиану JK в $\triangle ABJ$

СВОЙСТВО РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА



Биссектриса, медиана и высота, проведённые к основанию, равны

$JK \perp AB$ (по свойству равнобедренного треугольника)

3

$IK \parallel JK$ (т.к. обе прямые перпендикулярны AB)

IK совпадает с JK (т.к. они обе проходят через т. K)

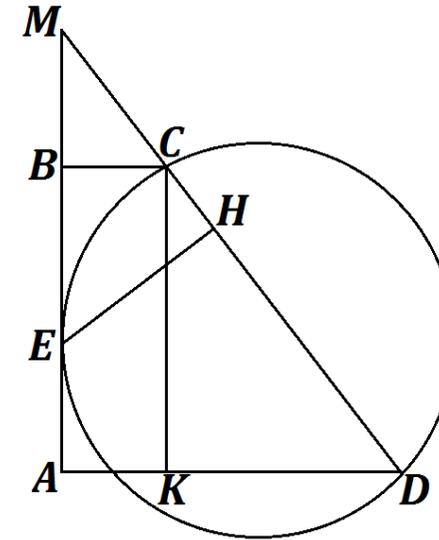
$\Rightarrow IJ \perp AB$

■

26

В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC . Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E . Найдите расстояние от точки E до прямой CD , если $AD = 14$, $BC = 12$.

Решение:



1

Пусть H – основание перпендикуляра из точки E на CD

Продлим AB до пересечения с CD в точке M

Построим CK такую, что $CK \parallel AB$

$\Rightarrow ABCK$ – прямоугольник

$\Rightarrow AK = BC = 12$

$\Rightarrow DK = AD - AK = 14 - 12 = 2$

2

$\triangle BCM \sim \triangle CDK$ по двум углам

($\angle MBC = \angle CKD = 90^\circ$
 $\angle BCM = \angle ADM$ – соответственные)

Запишем отношение сходственных сторон

$$\frac{BC}{DK} = \frac{CM}{CD}$$



$$\frac{12}{2} = \frac{CM}{CD}$$

$$\frac{6}{1} = \frac{CM}{CD}$$

Пусть

$$CD = x$$

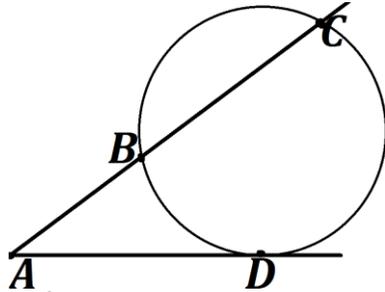
$$CM = 6x$$

Тогда

$$DM = 7x$$

☺

СВОЙСТВО КАСАТЕЛЬНОЙ И СЕКУЩЕЙ



$$AD^2 = AB \cdot AC$$

$$ME^2 = CM \cdot DM \text{ (по свойству касательной и секущей)}$$

$$ME^2 = 6x \cdot 7x = 42x^2$$

$$ME = \sqrt{42}x$$

Нам понадобилась ME , т.к. она находится в треугольнике с искомой EH

☺

$$\sin \angle AMD = \frac{AD}{DM}$$

$$\sin \angle AMD = \frac{14}{7x} = \frac{2}{x}$$

$$\sin \angle EMH = \frac{EH}{ME} = \sin \angle AMD$$

$$\frac{EH}{\sqrt{42}x} = \frac{2}{x}$$

$$EH = 2\sqrt{42}$$

$$\text{Ответ: } 2\sqrt{42}$$

