

**Основной Государственный Экзамен по  
МАТЕМАТИКЕ, 9 класс**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 17 заданий: в части 1 - 14 заданий; в части 2 - 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 9 заданий: в части 1 - 6 заданий; в части 2 - 3 задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 14 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими черными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Часть 1**

*Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.*

**Модуль «Алгебра»**

**1** Найдите значение выражения

$$\frac{22}{4,4 \cdot 2,5}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2** Расстояние от Марса до Солнца равно 228 млн км. В каком случае записана эта же величина?

- 1)  $2,28 \cdot 10^6$  км
- 2)  $2,28 \cdot 10^7$  км
- 3)  $2,28 \cdot 10^8$  км
- 4)  $2,28 \cdot 10^9$  км

Ответ:



3 На координатной прямой отмечены числа  $a$ ,  $b$  и  $c$ .



Какая из разностей  $a - b$ ,  $a - c$ ,  $c - b$  отрицательна?

- 1)  $a - b$
- 2)  $a - c$
- 3)  $c - b$
- 4) ни одна из них

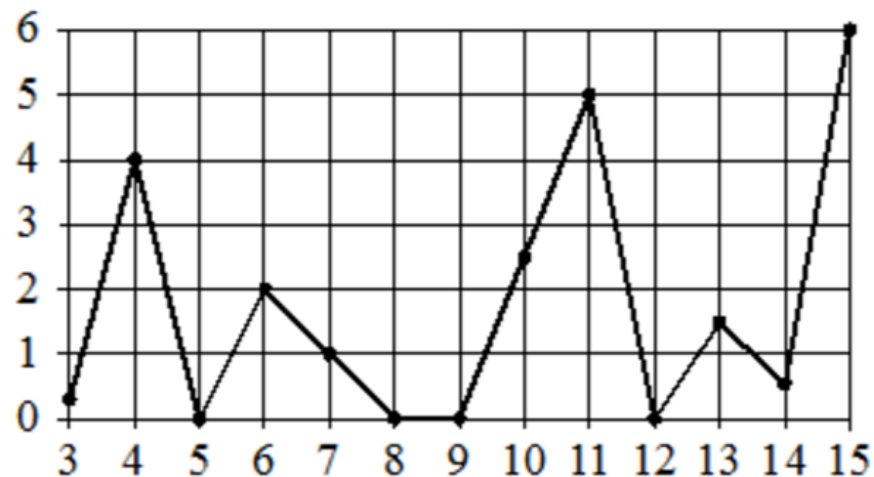
Ответ:

4 Какое из данных ниже чисел является значением выражения  $3^{-11} \cdot (3^5)^2$ ?

- 1)  $\frac{1}{3}$
- 2) 81
- 3) -3
- 4)  $\frac{1}{81}$

Ответ:

5 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какое наибольшее суточное количество осадков выпадало в Казани в данный период. Ответ дайте в миллиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Решите уравнение

$$5x^2 - 10x = 0.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

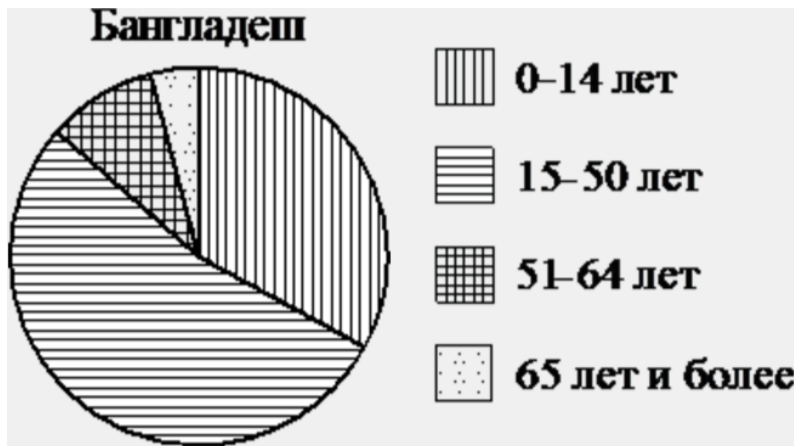
Ответ: \_\_\_\_\_.



**7** Поступивший в продажу в феврале мобильный телефон стоил 1800 рублей. В июне он стал стоить 1530 рублей. На сколько процентов снизилась цена на мобильный телефон в период с февраля по июнь?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**8** На диаграмме показан возрастной состав населения Бангладеш. Определите по диаграмме, какая из возрастных категорий самая малочисленная.



- 1) 0-14 лет
- 2) 15-50 лет
- 3) 51-64 лет
- 4) 65 лет и более

В ответе запишите номер выбранного варианта ответа.

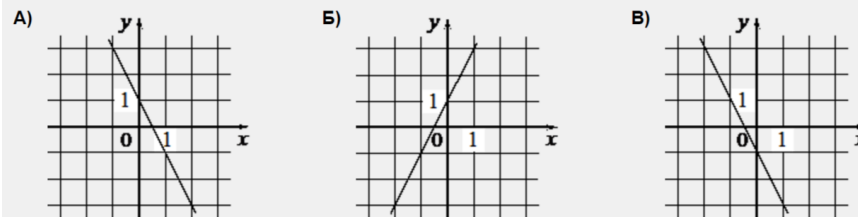
Ответ: \_\_\_\_\_.

**9** В магазине канцтоваров продаётся 165 ручек: 37 красных, 16 зелёных, 46 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет синей или чёрной.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

**ГРАФИКИ**



**ФОРМУЛЫ**

- 1)  $y = -2x - 1$
- 2)  $y = -2x + 1$
- 3)  $y = 2x + 1$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

A	B	B)

**11** Выписано несколько последовательных членов арифметической прогрессии:  
 ...; -6; x; -2; 0; ...  
 Найдите x.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Найдите значение выражения

$$10ab - (a + 5b)^2$$

при  $a = \sqrt{10}$ ,  $b = \sqrt{14}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**13** Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле

$$S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2},$$

где  $d_1$  и  $d_2$  – длины диагоналей четырёхугольника,  $\alpha$  – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали  $d_1$ , если  $d_2 = 7$ ,  $\sin \alpha = \frac{2}{7}$ , а  $S = 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14** Укажите решение неравенства

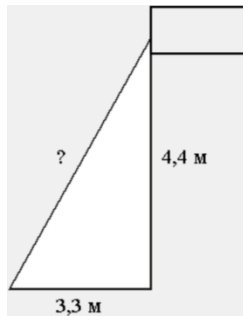
$$(x + 2)(x - 7) \leq 0.$$

- 1)  $[-2; 7]$
- 2)  $(-\infty; -2] \cup [7; +\infty)$
- 3)  $(-\infty; 7]$
- 4)  $(-\infty; -2]$

Ответ:

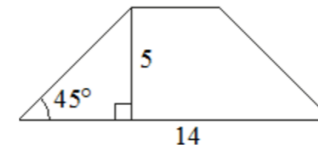
**Модуль «Геометрия»**

**15** Точка крепления троса, удерживающего флагшток в вертикальном положении, находится на высоте 4,4 м от земли. Расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле равно 3,3 м. Найдите длину троса. Ответ дайте в метрах.



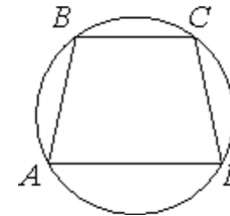
Ответ: \_\_\_\_\_.

**16** В равнобедренной трапеции известна высота, большее основание и угол при основании (см. рисунок). Найдите меньшее основание.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**17** Угол  $A$  трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ , вписанной в окружность, равен  $81^\circ$ . Найдите угол  $C$  этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

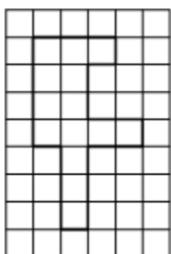
**18** Сторона квадрата равна  $3\sqrt{2}$ . Найдите площадь этого квадрата.



Ответ: \_\_\_\_\_.



- 19 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена фигура. Найдите её площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 20 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Вертикальные углы равны.
- 2) Две прямые, параллельные третьей прямой, перпендикулярны.
- 3) Диагонали любого прямоугольника делят его на четыре равных треугольника.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**

### Часть 2

**При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.**

### Модуль «Алгебра»

- 21 Решите уравнение  
 $x^4 = (x - 20)^2$ .

- 22 Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставался 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун пробежал первый круг 20 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 8 км/ч меньше скорости второго.

- 23 Постройте график функции  
 $y = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \right| + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right)$ .

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

### Модуль «Геометрия»

- 24 Точка  $H$  является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла  $B$  треугольника  $ABC$  к гипотенузе  $AC$ . Найдите  $AB$ , если  $AH = 6$ ,  $AC = 24$ .

- 25 В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  диагонали пересекаются в точке  $O$ . Докажите, что площади треугольников  $AOB$  и  $COD$  равны.

- 26 Точки  $M$  и  $N$  лежат на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  на расстояниях соответственно 4 и 15 от вершины  $A$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $M$  и  $N$  и касающейся луча  $AB$ , если  $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{15}}{4}$ .

**Проверьте, что каждый ответ записан в строке с номером соответствующего задания.**



**О проекте «Пробный ОГЭ каждую неделю»**

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ОГЭ 100 баллов» <https://vk.com/oge100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

**Нашли ошибку в варианте?**

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!  
Для замечаний и пожеланий: [https://vk.com/topic-88725006\\_38530429](https://vk.com/topic-88725006_38530429)  
(также доступны другие варианты для скачивания)

**СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:**

<b>ФИО:</b>	Евгений Пифагор
<b>Предмет:</b>	Математика
<b>Стаж:</b>	7 лет репетиторской деятельности
<b>Регалии:</b>	Основатель и руководитель проекта Школа Пифагора
<b>Аккаунт ВК:</b>	<a href="https://vk.com/eugene10">https://vk.com/eugene10</a>
<b>Сайт и доп. информация:</b>	<a href="https://vk.com/shkolapifagora">https://vk.com/shkolapifagora</a> <a href="https://youtube.com/ШколаПифагора">https://youtube.com/ШколаПифагора</a>

**Система оценивания экзаменационной работы по математике**  
За правильный ответ на каждое из заданий 1–20 ставится 1 балл.

**Ответы к заданиям части 1**

Номер задания	Правильный ответ
1	2
2	3
3	3
4	1
5	6
6	2
7	15
8	4
9	0,4
10	231
11	-4
12	-360
13	4
14	1
15	5,5
16	4
17	99
18	18
19	14
20	1



**Решения заданий части 2**  
**Модуль «Алгебра»**

**21** Решите уравнение  
 $x^4 = (x - 20)^2$ .

**Решение:**

**РАЗНОСТЬ КВАДРАТОВ**

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$\begin{aligned} (x^2)^2 &= (x - 20)^2 \\ (x^2)^2 - (x - 20)^2 &= 0 \\ (x^2 - (x - 20))(x^2 + (x - 20)) &= 0 \\ (x^2 - x + 20)(x^2 + x - 20) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - x + 20 &= 0 \\ D = b^2 - 4ac &= -79 \\ \text{Нет корней} \end{aligned}$$

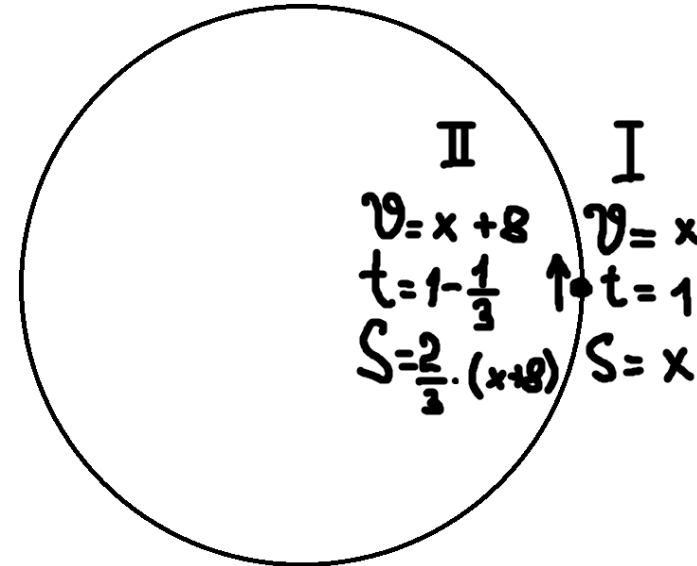
$$\begin{aligned} x^2 + x - 20 &= 0 \\ D = b^2 - 4ac &= 81 \\ x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} &= 4 \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} &= -5 \end{aligned}$$

Ответ: -5; 4

**22** Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставался 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун пробежал первый круг 20 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 8 км/ч меньше скорости второго.

**Решение:**

20 минут – это  $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$  часа



$$\begin{aligned} S_{\text{прохождения всего круга II}} - S_I &= 1 \\ \frac{2}{3} \cdot (x + 8) - x &= 1 \\ \frac{16}{3} - \frac{3}{3} &= \frac{1}{3}x \\ \frac{13}{3} &= \frac{1}{3}x \\ x &= 13 \end{aligned}$$

Ответ: 13

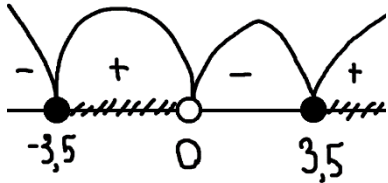
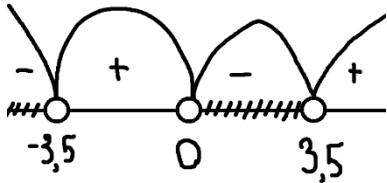
**23** Постройте график функции  
 $y = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \right| + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right)$ .

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

**Решение:**

Раскрываем модуль двумя случаями:



$\frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \geq 0$ $\frac{x^2 - 12,25}{3,5x} \geq 0$ <p>Решим методом интервалов:</p>  <p>Тогда</p> $y = \frac{1}{2} \left( \frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right)$ $y = \frac{1}{2} \left( \frac{2x}{3,5} \right)$ $y = \frac{x}{3,5}$	$\frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} < 0$ $\frac{x^2 - 12,25}{3,5x} < 0$ <p>Решим методом интервалов:</p>  <p>Тогда</p> $y = \frac{1}{2} \left( -\frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right)$ $y = \frac{1}{2} \left( \frac{7}{x} \right)$ $y = \frac{3,5}{x}$
---	---

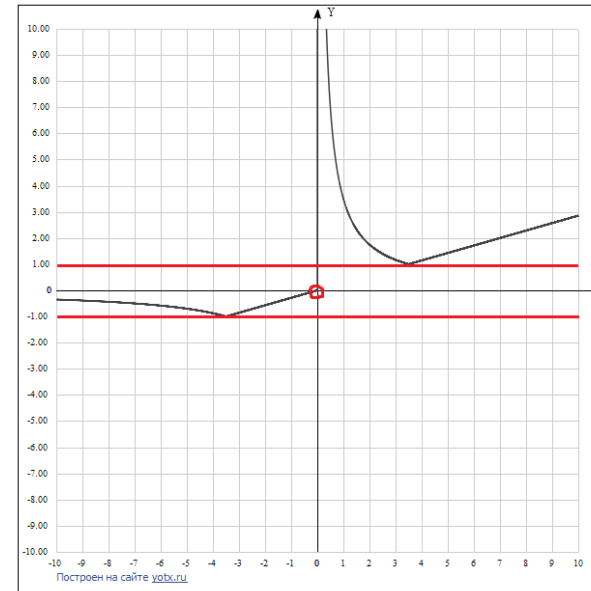
Получаем кусочно-заданную функцию:

$$y = \begin{cases} \frac{x}{3,5} & \text{при } x \in [-3,5; 0) \cup [3,5; +\infty) \\ \frac{3,5}{x} & \text{при } x \in (-\infty; -3,5) \cup (0; 3,5) \end{cases}$$

Заполним таблицу значений функции:

$x$	-7	-3,5	-2	-1	1	2	3,5	7
$y$	-0,5	-1	$-\frac{4}{7}$	$-\frac{2}{7}$	3,5	1,75	1	2

Построим график и проведём прямые  $y = t$ , при которых будет одна общая точка с графиком:



Ответ: -1; 1

**Модуль «Геометрия»**

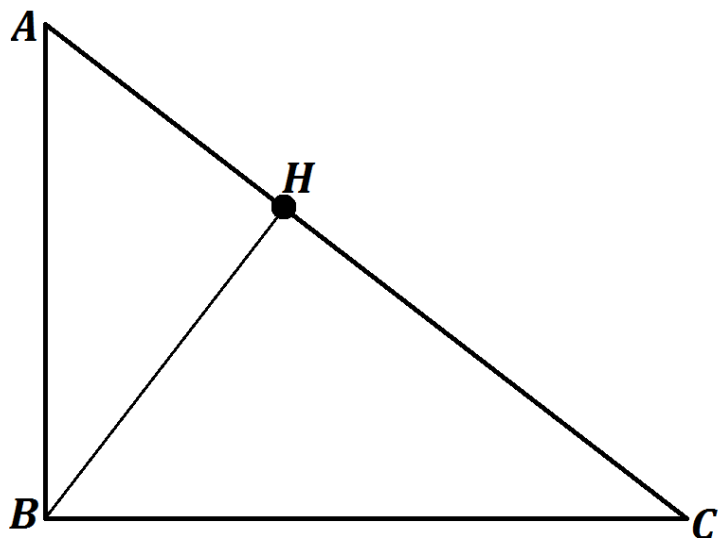
**24**

Точка  $H$  является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла  $B$  треугольника  $ABC$  к гипотенузе  $AC$ . Найдите  $AB$ , если  $AH = 6$ ,  $AC = 24$ .

**Решение:**

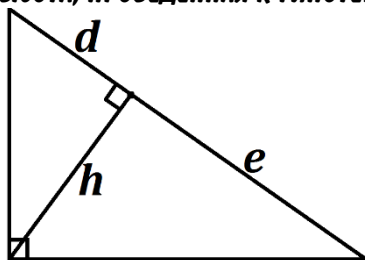






$$CH = AC - AH = 24 - 6 = 18$$

**ВЫСОТА, ПРОВЕДЁННАЯ К ГИПОТЕНУЗЕ**

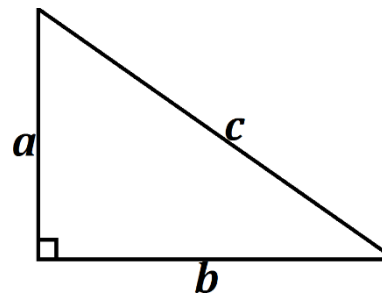


$$h^2 = d \cdot e$$

$$\begin{aligned} BH^2 &= AH \cdot CH \\ BH^2 &= 6 \cdot 18 \\ BH^2 &= 36 \cdot 3 \\ BH &= 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

Найдём гипотенузу по теореме Пифагора:

**ТЕОРЕМА ПИФАГОРА**



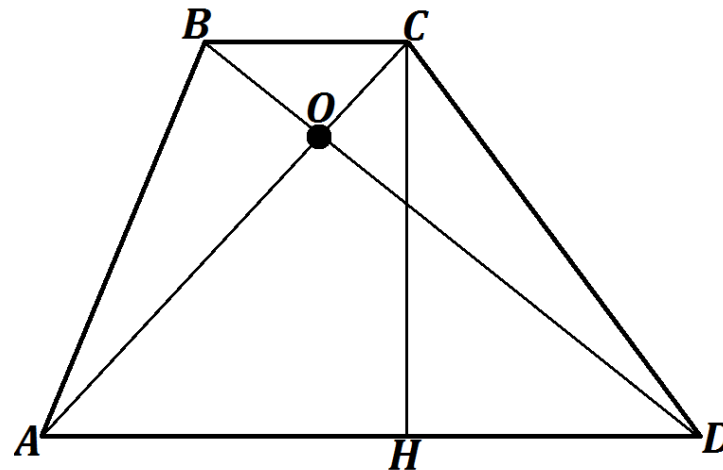
Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов  
 $c^2 = a^2 + b^2$

$$\begin{aligned} AB^2 &= AH^2 + BH^2 \\ AB^2 &= 6^2 + (6\sqrt{3})^2 \\ AB^2 &= 4 \cdot 6^2 \\ AB &= 12 \end{aligned}$$

Ответ: 12

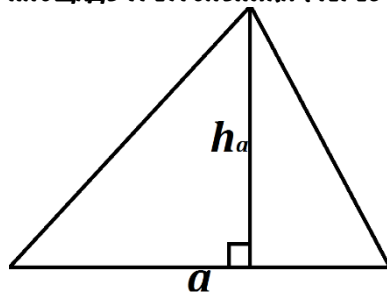
- 25 В трапеции ABCD с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O. Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.

Решение:



Пусть  $H$  – основание перпендикуляра из точки  $C$  на  $AD$

**ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА (ЧЕРЕЗ ВЫСОТУ)**



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot CH$$

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot CH$$

$$\Rightarrow S_{ACD} = S_{ABD}$$

$$S_{AOD} + S_{COD} = S_{AOD} + S_{ABO}$$

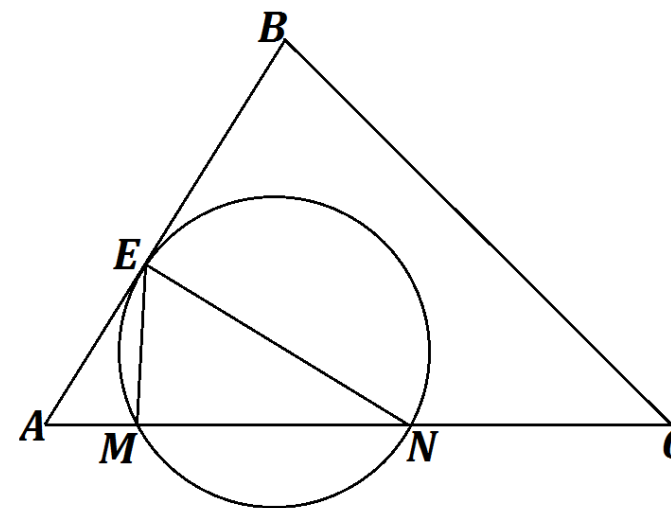
$$S_{COD} = S_{ABO}$$

■

26

Точки  $M$  и  $N$  лежат на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  на расстояниях соответственно 4 и 15 от вершины  $A$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $M$  и  $N$  и касающейся луча  $AB$ , если  $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{15}}{4}$ .

**Решение:**



∩

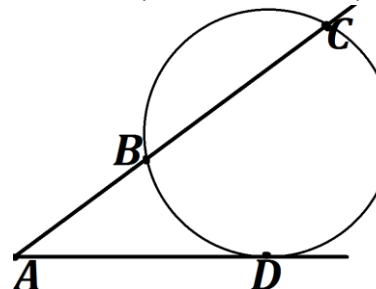
$$AM = 4$$

$$AN = 15$$

$$MN = AN - AM = 15 - 4 = 11$$

Пусть  $E$  – точка касания прямой  $AB$  и окружности

**СВОЙСТВО КАСАТЕЛЬНОЙ И СЕКУЩЕЙ**



$$AD^2 = AB \cdot AC$$

$$AE^2 = AM \cdot AN \text{ (по свойству касательной и секущей)}$$

$$AE^2 = 4 \cdot 15 = 60$$

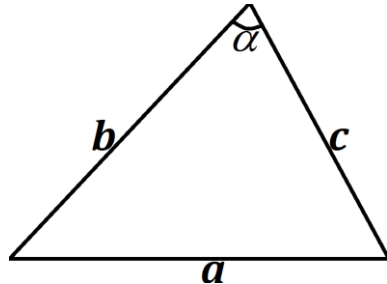
$$AE = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$$



2

Рассмотрим треугольник  $AEM$

**ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ**



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

или

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$EM^2 = AE^2 + AM^2 - 2AE \cdot AM \cdot \cos \angle EAM \text{ (по т. косинусов)}$$

$$EM^2 = 60 + 16 - 4\sqrt{15} \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} = 16$$

$$EM = 4$$

Рассмотрим треугольник  $AEN$

$$EN^2 = AE^2 + AN^2 - 2AE \cdot AN \cdot \cos \angle EAM \text{ (по т. косинусов)}$$

$$EN^2 = 60 + 225 - 4\sqrt{15} \cdot 15 \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} = 60$$

$$EN = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$$

3

Рассмотрим треугольник  $MEN$

$$\cos \angle MEN = \frac{EM^2 + EN^2 - MN^2}{2 \cdot EM \cdot EN} \text{ (по т. косинусов)}$$

$$\cos \angle MEN = \frac{16 + 60 - 121}{2 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{15}} = \frac{-45}{16\sqrt{15}} = \frac{-3 \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{15}}{16\sqrt{15}} =$$

$$= \frac{-3 \cdot \sqrt{15}}{16}$$

**ОСНОВНОЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЕ ТОЖДЕСТВО**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

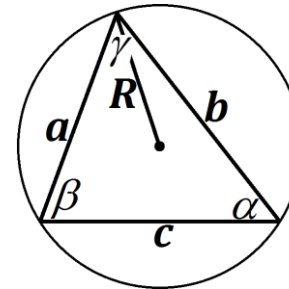
$$\sin^2 \angle MEN + \cos^2 \angle MEN = 1 \text{ (по основному тригонометрическому тождеству)}$$

$$\sin^2 \angle MEN + \frac{135}{256} = 1$$

$$\sin^2 \angle MEN = 1 - \frac{135}{256} = \frac{256}{256} - \frac{135}{256} = \frac{121}{256}$$

$$\sin \angle MEN = \frac{11}{16}$$

**ТЕОРЕМА СИНУСОВ**



$$\frac{a}{\sin \alpha} = 2R$$

или

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

$$\frac{MN}{\sin \angle MEN} = 2R \text{ (по т. синусов)}$$

$$\frac{11}{\frac{11}{16}} = 2R$$

$$16 = 2R$$

$$R = 8$$

Ответ: 8

