

## Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ, 9 класс

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 17 заданий: в части 1 - 14 заданий; в части 2 - 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 9 заданий: в части 1 - 6 заданий; в части 2 - 3 задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 14 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими черными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

### Часть 1

*Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.*

#### Модуль «Алгебра»

**1** Найдите значение выражения

$$\frac{0,9 + 0,7}{3,2}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2** В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет дальше всех от Солнца?

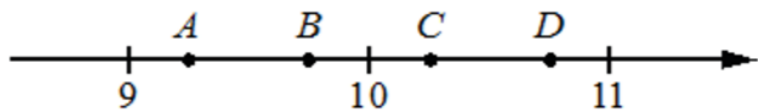
Планета	Марс	Меркурий	Нептун	Сатурн
Расстояние (в км)	$2,28 \cdot 10^8$	$5,79 \cdot 10^7$	$4,497 \cdot 10^9$	$1,427 \cdot 10^9$

- 1) Марс
- 2) Меркурий
- 3) Нептун
- 4) Сатурн

Ответ:



3 На координатной прямой отмечены точки  $A, B, C, D$ . Одна из них соответствует числу  $\sqrt{95}$ . Какая это точка?



- 1) точка  $A$
- 2) точка  $B$
- 3) точка  $C$
- 4) точка  $D$

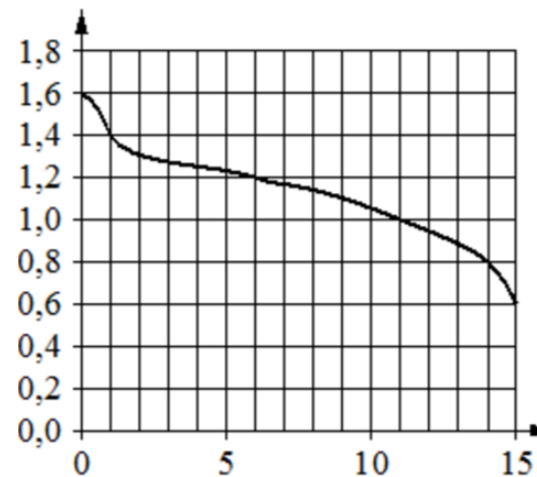
Ответ:

4 Значение какого из данных ниже выражений является рациональным числом?

- 1)  $\sqrt{14} \cdot \sqrt{19}$
- 2)  $(\sqrt{25} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{25} + \sqrt{3})$
- 3)  $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{12}}$
- 4)  $\sqrt{12} - 3\sqrt{3}$

Ответ:

5 При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси – напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько вольт упадет напряжение с 1-го по 6-й час работы фонарика.



Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Решите уравнение  $2x^2 - 3x + 1 = 0$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

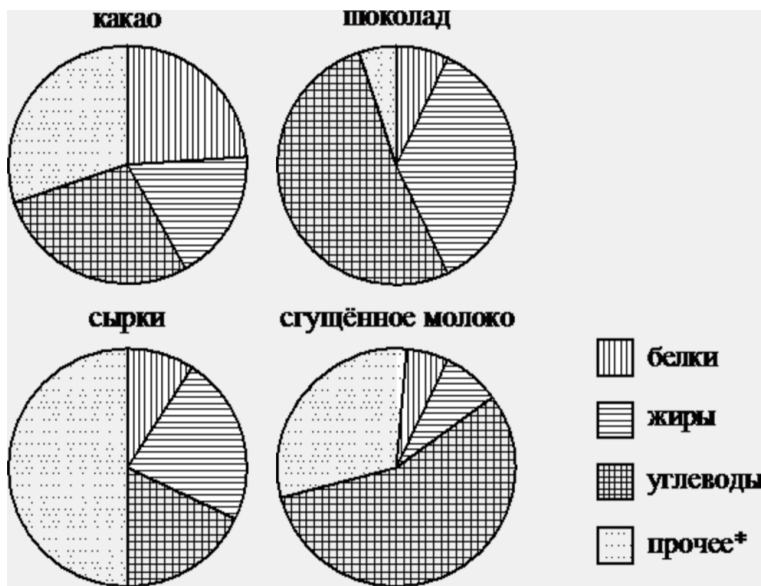
Ответ: \_\_\_\_\_.



**7** Банк начисляет на счёт 10% годовых. Вкладчик положил на счёт 900 рублей. Сколько рублей будет на этом счёте через год, если никаких операций, кроме начисления процентов, со счётом проводиться не будет?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**8** На диаграммах показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, творожных сырках и сгущённом молоке. Определите по диаграммам, в каком продукте содержание белков превышает 20%.



\*к прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества

- 1) какао
- 2) шоколад
- 3) сырки
- 4) сгущённое молоко

В ответе запишите номер выбранного варианта ответа.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**9** В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из России.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

**ГРАФИКИ**

А)

Б)

В)

**ФОРМУЛЫ**

1)  $y = \frac{1}{2}x$       2)  $y = 2 - x^2$       3)  $y = \sqrt{x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

**11** Выписано несколько последовательных членов арифметической прогрессии:  
 ...; -6; x; -2; 0; ...  
 Найдите x.

Ответ: \_\_\_\_\_.



**12** Найдите значение выражения

$$10ab - (a + 5b)^2$$

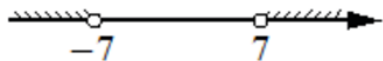
при  $a = \sqrt{10}$ ,  $b = \sqrt{14}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**13** Центробежное ускорение при движении по окружности (в  $\text{м/с}^2$ ) вычисляется по формуле  $a = \omega^2 R$ , где  $\omega$  – угловая скорость (в  $\text{с}^{-1}$ ),  $R$  – радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус  $R$ , если угловая скорость равна  $8,5 \text{ с}^{-1}$ , а центробежное ускорение равно  $505,75 \text{ м/с}^2$ . Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14** Укажите неравенство, решение которого изображено на рисунке.

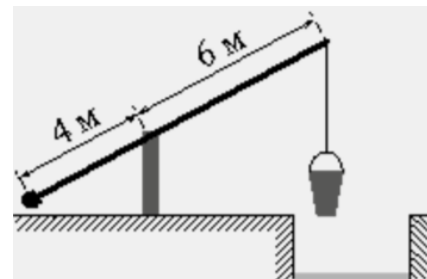


- 1)  $x^2 - 49 > 0$
- 2)  $x^2 - 49 < 0$
- 3)  $x^2 + 49 < 0$
- 4)  $x^2 + 49 > 0$

Ответ:

**Модуль «Геометрия»**

**15** На рисунке изображён колодец с «журавлём». Короткое плечо имеет длину 4 м, а длинное плечо – 6 м. На сколько метров опустится конец длинного плеча, когда конец короткого поднимется на 1 м?



Ответ: \_\_\_\_\_.

**16** Один из углов равнобедренной трапеции равен  $66^\circ$ . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

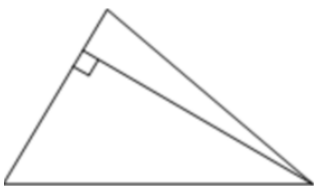
**17** Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен 5. Найдите высоту этого треугольника.



Ответ: \_\_\_\_\_.

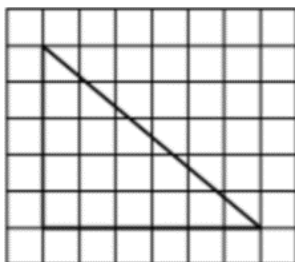


- 18 Сторона треугольника равна 14, а высота, проведённая к этой стороне, равна 31. Найдите площадь этого треугольника.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 19 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину его большего катета.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 20 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Боковые стороны любой трапеции равны.
- 2) Площадь прямоугольника равна произведению длин его смежных сторон.
- 3) Центр описанной около треугольника окружности всегда лежит внутри этого треугольника.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, что каждый ответ записан в строке с номером соответствующего задания**

## Часть 2

**При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.**

### Модуль «Алгебра»

- 21 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x^2 + y = 4, \\ 2x^2 - y = 1. \end{cases}$$

- 22 Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 140 литров она заполняет на 3 минуты дольше, чем вторая труба?

- 23 Постройте график функции  $y = x^2 + 11x - 4|x + 6| + 30$ .

Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно три общие точки.

### Модуль «Геометрия»

- 24 Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  при боковой стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $F$ . Найдите  $AB$ , если  $AF = 24$ ,  $BF = 10$ .

- 25 Биссектрисы углов  $A$  и  $D$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ , лежащей на стороне  $BC$ . Докажите, что  $K$  – середина  $BC$ .

- 26 Середина  $M$  стороны  $AD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  равноудалена от всех его вершин. Найдите  $AD$ , если  $BC = 6$ , а углы  $B$  и  $C$  четырёхугольника равны соответственно  $124^\circ$  и  $116^\circ$ .

**Проверьте, что каждый ответ записан в строке с номером соответствующего задания.**



**О проекте «Пробный ОГЭ каждую неделю»**

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ОГЭ 100 баллов» <https://vk.com/oge100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

**Нашли ошибку в варианте?**

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!  
Для замечаний и пожеланий: [https://vk.com/topic-88725006\\_38530429](https://vk.com/topic-88725006_38530429)  
(также доступны другие варианты для скачивания)

**СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:**

<b>ФИО:</b>	Евгений Пифагор
<b>Предмет:</b>	Математика
<b>Стаж:</b>	7 лет репетиторской деятельности
<b>Регалии:</b>	Основатель и руководитель проекта Школа Пифагора
<b>Аккаунт ВК:</b>	<a href="https://vk.com/eugene10">https://vk.com/eugene10</a>
<b>Сайт и доп. информация:</b>	<a href="https://vk.com/shkolapifagora">https://vk.com/shkolapifagora</a> <a href="https://youtube.com/ШколаПифагора">https://youtube.com/ШколаПифагора</a>

За правильный ответ на каждое из заданий 1–20 ставится 1 балл.

**Ответы к заданиям части 1**

Номер задания	Правильный ответ
1	0,5
2	3
3	2
4	2
5	0,2
6	0,5
7	990
8	1
9	0,65
10	132
11	-4
12	-360
13	7
14	1
15	1,5
16	114
17	15
18	217
19	6
20	2

**Система оценивания экзаменационной работы по математике**

**Решения заданий части 2**  
**Модуль «Алгебра»**

**21** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x^2 + y = 4, \\ 2x^2 - y = 1. \end{cases}$$

**Решение:**

Решим систему методом алгебраического сложения:

$$\begin{aligned} 3x^2 + 2x^2 + y - y &= 4 + 1 \\ 5x^2 &= 5 \\ x^2 &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 1 \\ y &= 4 - 3x^2 = 4 - 3 \cdot 1^2 = 1 \end{aligned} \quad \left| \begin{aligned} x &= -1 \\ y &= 4 - 3x^2 = 4 - 3 \cdot (-1)^2 = 1 \end{aligned} \right.$$

Ответ:  $(-1; 1); (1; 1)$

**22** Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 140 литров она заполняет на 3 минуты дольше, чем вторая труба?

**Решение:**

**СХЕМА ЗАДАЧ НА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ**

1)

Заполняем таблицу:

	A (производительность)	t (время)	V (скорость)
I	$A_1$	$t_1$	$V_1$
II	$A_2$	$t_2$	$V_2$

2)

То, что требуется найти – берём за  $x$

3)

Рядом с  $x$  ставим  $y$

4)

Дозаполняем таблицу и решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} A_1 \cdot t_1 = V_1 \\ A_2 \cdot t_2 = V_2 \end{cases}$$

	A	t	V
I	$x$	$y$	140
II	$x + 6$	$y - 3$	140

$$\begin{cases} xy = 140 \\ (x + 6)(y - 3) = 140 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 140 \\ xy - 3x + 6y - 18 = 140 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 140 \\ 140 - 3x + 6y - 18 = 140 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 140 \\ 6y = 3x + 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 140 \\ y = 0,5x + 3 \end{cases}$$

$$x(0,5x + 3) = 140$$

$$0,5x^2 + 3x - 140 = 0 \quad | \cdot 2$$

$$x^2 + 6x - 280 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 36 + 1120 = 1156 = 34^2$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 + 34}{2} = 14$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 - 34}{2} = -20 \text{ (не подходит)}$$

Ответ: 14

**23** Постройте график функции

$$y = x^2 + 11x - 4|x + 6| + 30.$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно три общие точки.

**Решение:**

Раскрываем модуль двумя случаями:



$x + 6 \geq 0$ $x \geq -6$ Тогда $y = x^2 + 11x - 4(x + 6) + 30$ $y = x^2 + 11x - 4x - 24 + 30$ $y = x^2 + 7x + 6$ $x_0 = \frac{-b}{2a} = -3,5$	$x + 6 < 0$ $x < -6$ Тогда $y = x^2 + 11x - 4(-x - 6) + 30$ $y = x^2 + 11x + 4x + 24 + 30$ $y = x^2 + 15x + 54$ $x_0 = \frac{-b}{2a} = -7,5$
---	--

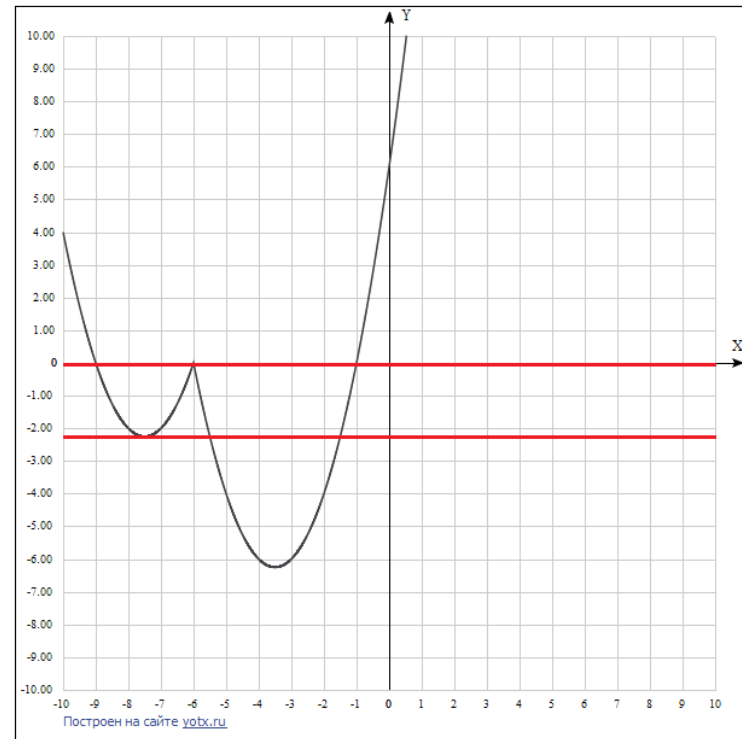
Получаем кусочно-заданную функцию:

$$y = \begin{cases} x^2 + 7x + 6 & \text{при } x \geq -6 \\ x^2 + 15x + 54 & \text{при } x < -6 \end{cases}$$

Заполним таблицу значений функции:

$x$	-8	-7,5	-7	-6	-5	-4	-3,5	-3
$y$	-2	-2,25	-2	0	-4	-6	-6,25	-6

Построим график и проведём прямые  $y = t$ , при которых будет три общие точки с графиком:



Ответ:  $-2,25; 0$

**Модуль «Геометрия»**

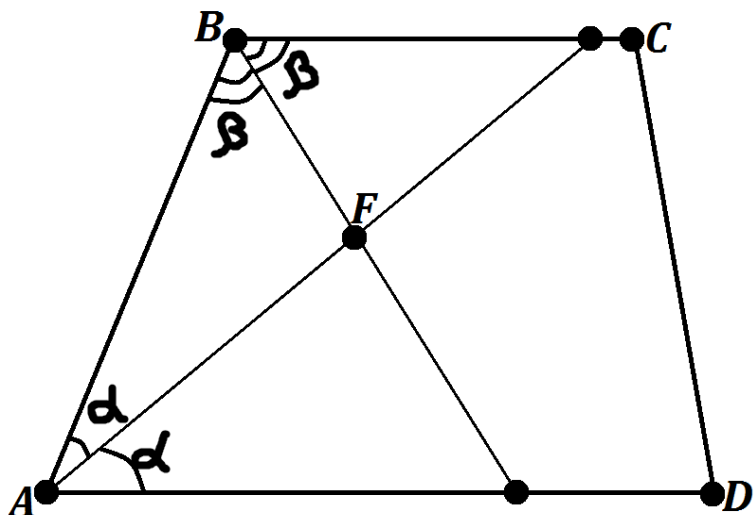
**24**

Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  при боковой стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $F$ . Найдите  $AB$ , если  $AF = 24$ ,  $BF = 10$ .

**Решение:**

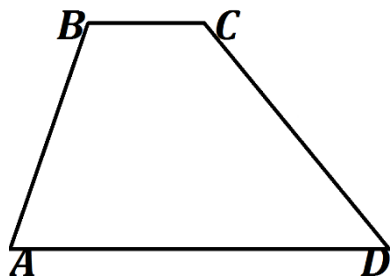






Пусть  $\angle BAF = \alpha = \angle DAF$   
 $\angle ABF = \beta = \angle CBF$

**СВОЙСТВО ТРАПЕЦИИ**



В трапеции сумма углов, прилежащих к боковой стороне, равна  $180^\circ$

$$2\alpha + 2\beta = 180^\circ \quad (:2)$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

**СУММА УГЛОВ**

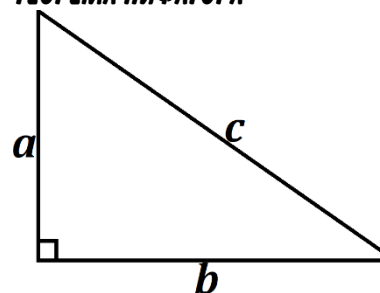
- Сумма углов треугольника  $180^\circ$
- Сумма углов четырёхугольника  $360^\circ$
- Сумма углов пятиугольника  $540^\circ$
- Сумма углов шестиугольника  $720^\circ$

Сумма углов  $n$ -угольника  $180 \cdot (n - 2)^\circ$

$$\angle BFA = 180 - (\alpha + \beta) = 180 - 90 = 90^\circ$$

$\Rightarrow \triangle ABF$  – прямоугольный

**ТЕОРЕМА ПИФАГОРА**



Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов  
 $c^2 = a^2 + b^2$

$$AB^2 = AF^2 + BF^2$$

$$AB^2 = 24^2 + 10^2$$

$$AB^2 = 576 + 100 = 676$$

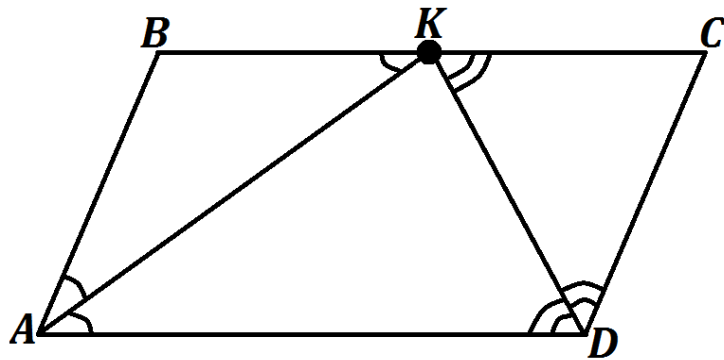
$$AB = 26$$

Ответ: 26

- 25 Биссектрисы углов  $A$  и  $D$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ , лежащей на стороне  $BC$ . Докажите, что  $K$  – середина  $BC$ .

**Решение:**





$\angle BAK = \angle DAK$  (т.к.  $AK$  – биссектриса)

$\angle AKB = \angle DAK$  – накрест лежащие при параллельных  $AD$  и  $BC$  и секущей  $AK$

$\Rightarrow \triangle ABK$  – равнобедренный

$AB = BK$

?

$\angle ADK = \angle CDK$  (т.к.  $DK$  – биссектриса)

$\angle CKD = \angle ADK$  – накрест лежащие при параллельных  $AD$  и  $BC$  и секущей  $DK$

$\Rightarrow \triangle CDK$  – равнобедренный

$CK = CD$

?

$AB = CD$

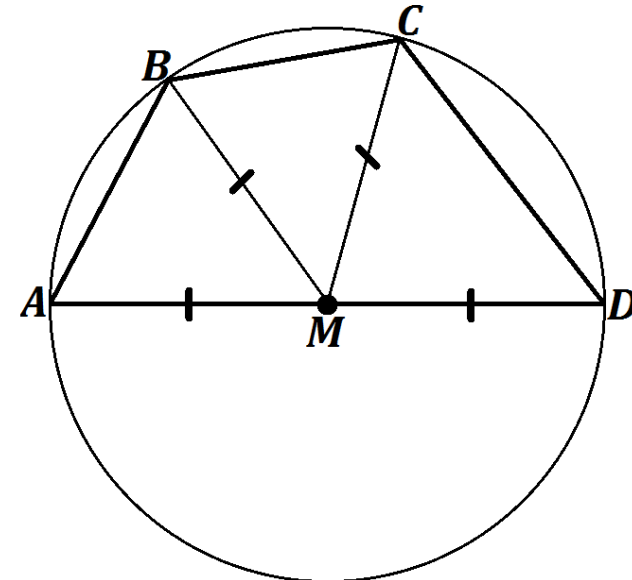
$\Rightarrow BK = CK$

$\Rightarrow K$  – середина  $BC$

■

- 26 Середина  $M$  стороны  $AD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  равноудалена от всех его вершин. Найдите  $AD$ , если  $BC = 6$ , а углы  $B$  и  $C$  четырёхугольника равны соответственно  $124^\circ$  и  $116^\circ$ .

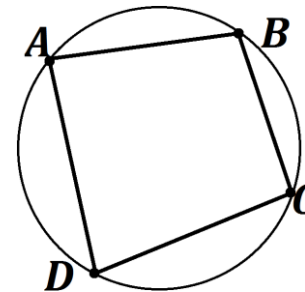
Решение:



Точка  $M$  равноудалена от всех вершин  $ABCD$

$\Rightarrow$  четырёхугольник  $ABCD$  можно вписать в окружность и тогда  $AM$ ,  $BM$ ,  $CM$  и  $DM$  – радиусы

**СВОЙСТВО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА, ВПИСАННОГО В ОКРУЖНОСТЬ**



$\angle A + \angle C = 180^\circ$

$\angle B + \angle D = 180^\circ$



$$\begin{aligned}\angle CDM &= 180 - \angle ABC \text{ (по свойству четырёхугольника,)} \\ \angle BAM &= 180 - \angle BCD \text{ (вписанного в окружность)}\end{aligned}$$

$$\angle CDM = 180 - 124 = 56^\circ$$

$$\angle BAM = 180 - 116 = 64^\circ$$

Рассмотрим  $\triangle CDM$  – равнобедренный  
 $\angle MCD = \angle CDM = 56^\circ$

Рассмотрим  $\triangle ABM$  – равнобедренный  
 $\angle ABM = \angle BAM = 64^\circ$

$$\angle MBC = \angle ABC - \angle ABM = 124 - 64 = 60^\circ$$

$$\angle MCB = \angle BCD - \angle MCD = 116 - 56 = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BMC = 180 - \angle MBC - \angle MCB = 180 - 60 - 60 = 60^\circ$$

$\Rightarrow \triangle BMC$  – равносторонний

$$\Rightarrow AD = 2BC = 2 \cdot 6 = 12$$

Ответ: 12

