9 класс

Задача 9.1. Тает лёд.

Девятиклассница Алёна взяла перед уроком из школьной лаборатории калориметр, налила туда 100 г холодной воды и положила взятый из морозилки кусок льда массой 30 г и температурой $-20\,^\circ$C. Вернувшись после урока, Алёна обнаружила, что кусок льда уменьшился втрое. Какова была начальная температура воды, если удельная теплоёмкость воды равна 4200 Дж/(кг · °C), удельная теплоёмкость льда — 2100 Дж/(кг · °C), а удельная теплота плавления льда составляет 340 кДж/кг? Теплоёмкостью калориметра и потерями тепла в окружающую среду можно пренебречь.

Ответ: $\approx 19\,^\circ$C.

Решение: Пусть $m_\text{в}$ — первоначальная масса воды в калориметре, $m_\text{л}$ — масса куска льда, а t — начальная температура воды. По истечении урока в калориметре установилось (практически) тепловое равновесие. Так как лёд расплавился лишь частично, установившаяся температура в сосуде равна $0\,^\circ$C. За время эксперимента кусок льда уменьшился втрое, то есть масса растаявшего льда равна $2m_\text{л}/3 = 20$ г. Запишем уравнение теплового баланса:

$$c_\text{в}m_\text{в}(t - 0\,^\circ\text{C}) = c_\text{л}m_\text{л}\cdot 20\,^\circ\text{C} + \lambda\cdot\frac{2m_\text{л}}{3}.$$

Выразив отсюда t, получаем

$$t = \frac{c_\text{л}m_\text{л}\cdot 20\,^\circ\text{C} + \lambda\cdot 2m_\text{л}/3}{c_\text{в}m_\text{в}} = \frac{2100\ \text{Дж/(кг}\cdot{}^\circ\text{C)}\cdot 0{,}03\ \text{кг}\cdot 20\,^\circ\text{C} + 340000\ \text{Дж/кг}\cdot 0{,}02\ \text{кг}}{4200\ \text{Дж/(кг}\cdot{}^\circ\text{C)}\cdot 0{,}1\ \text{кг}} =$$

$$= \frac{1260\ \text{Дж} + 6800\ \text{Дж}}{420\ \text{Дж/}^\circ\text{C}} \approx 19\,^\circ\text{C}.$$

Критерии:

Определена установившаяся температура . . . . 2 балла
Записано уравнение теплового баланса . . . . 5 баллов
Найдено значение начальной температуры . . . . 3 балла

Задача 9.2. Два бруска.

В Закавказье растёт дерево самшит, плотность древесины которого в 1,2 раза больше плотности воды. К бруску, сделанному из его древесины, привязали брусок, сделанный из липы, вдвое меньшего объёма. Получившуюся конструкцию опустили в воду. Каков будет объём погруженной части, если объём самшитового бруска равен V? Плотность липы в 1,6 раза меньше плотности воды.

Ответ: $1{,}5V$.

Решение: Общий объём равен сумме объёмов обоих брусков $V_\text{общ} = V + V/2 = 3V/2$. Плотность самшита равна $\rho_c = 1{,}2\rho_\text{в}$, плотность липы — $\rho_\text{л} = \rho_\text{в}/1{,}6 = 5\rho_\text{в}/8$. Общая масса брусков равна, соответственно,

$$m_\text{общ} = \rho_c V + \frac{\rho_\text{л}V}{2} = \frac{6\rho_\text{в}V}{5} + \frac{5\rho_\text{в}V}{16} = \frac{121\rho_\text{в}V}{80}.$$

Далее есть два **равнозначных** способа решения.

Способ 1. Найдём теперь среднюю плотность двух деревянных брусков:

$$\rho_\text{сред} = \frac{m_\text{общ}}{V_\text{общ}} = \frac{121\rho_\text{в}V/80}{3V/2} = \frac{121\rho_\text{в}}{120}.$$

Так как средняя плотность больше плотности воды, связка из этих брусков утонет, и объём погруженной части будет равен общему объёму брусков, то есть $1{,}5V$.

Способ 2. Допустим, что связка из брусков плавает. Запишем условие плавания и найдём объём погруженной части:

$$m_{\text{общ}}g = \rho_{\text{в}} g V_{\text{погр}} \quad \Rightarrow \quad V_{\text{погр}} = \frac{m_{\text{общ}}}{\rho_{\text{в}}} = \frac{121V}{80} = 1{,}5125V.$$

Так как $V_{\text{погр}} > V_{\text{общ}}$ плавание невозможно, и бруски утонут. Следовательно, искомый объём равен $1{,}5V$.

Критерии:

Найдена общая масса брусков . . . . 2 балла
Найдена средняя плотность *или* объём погруженной части . . . . 3 балла
Сделан вывод о том, что бруски утонут . . . . 3 балла
Правильный ответ . . . . 2 балла

Задача 9.3. Мощная цепь.

В цепи, изображённой на рис. 9.1, с резистора R_3 ежеминутно отводится энергия величиной 1,44 кДж. Какова суммарная мощность, выделяемая во всей цепи? Чему равно напряжение U, подаваемое к ней? Сопротивления элементов цепи равны $R_1 = 12$ Ом, $R_2 = 8$ Ом, $R_3 = 6$ Ом, $R_4 = 6$ Ом, $R_5 = 12$ Ом, $R_6 = 8$ Ом и $R_7 = 4$ Ом. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

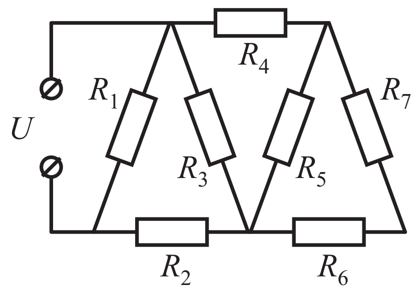

Рис. 9.1.

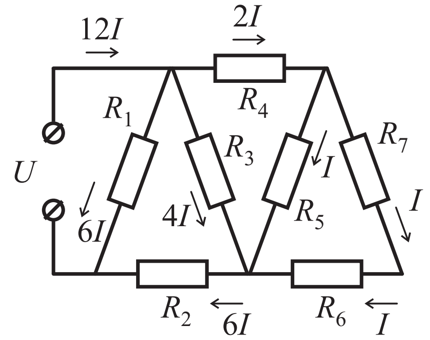

Рис. 9.2.

Ответ: 216 Вт; 36 В.

Решение: Пусть I — сила тока, текущего через резисторы R_6 и R_7 (см. рис. 9.2). Так как $R_5 = R_6 + R_7 = 12$ Ом, сила тока через R_5 также равна I, а через R_4 равна $2I$. Общее сопротивление ветви, содержащей резисторы $R_4, \ldots, R_7$, равно $R_{4567} = R_4 + R_5(R_6 + R_7)/(R_5 + R_6 + R_7) = 12$ Ом. Поскольку $R_{4567} = 2R_3$, из законов параллельного соединения следует, что ток через R_3 равен $I_3 = 4I$. Следовательно, ток через R_2 составляет $6I$. Общее сопротивление ветви, содержащей резисторы $R_2, \ldots, R_7$, равно $R_{234567} = R_2 + R_3R_{4567}/(R_3 + R_{4567}) = 12$ Ом. Так как $R_{234567} = R_1$, то ток через R_1 тоже равен $6I$, а общие ток и сопротивление цепи составляют $I_{\text{общ}} = 12I$ и $R_{\text{общ}} = 6$ Ом соответственно.

По условию задачи, на резисторе R_3 за время $t = 60$ с выделяется количество теплоты, равное $Q = 1440$ Дж. По закону Джоуля–Ленца,

$$Q = I_3^2 R_3 t = 16 I^2 R_3 t \quad \Rightarrow \quad I = \sqrt{\frac{Q}{16R_3t}} = \sqrt{\frac{1440\ \text{Дж}}{16 \cdot 6\ \text{Ом} \cdot 60\ \text{с}}} = 0{,}5\ \text{А}.$$

Отсюда находим общее напряжение в цепи и суммарную мощность, выделяющуюся на резисторах:

$$U = I_{\text{общ}} R_{\text{общ}} = 12 I R_{\text{общ}} = 12 \cdot 0{,}5\ \text{А} \cdot 6\ \text{Ом} = 36\ \text{В},$$

$$P = U I_{\text{общ}} = U \cdot 12 I = 36\ \text{В} \cdot 12 \cdot 0{,}5\ \text{А} = 216\ \text{Вт}.$$

Критерии:

Найдено общее сопротивление цепи . . . . 2 балла
Общий ток и ток I_3 выражены через какой-то один ток I . . . . 2 балла
Записан закон Джоуля–Ленца для R_3 . . . . 2 балла
Найдено общее напряжение в цепи . . . . 2 балла
Найдена суммарная мощность . . . . 2 балла

Задача 9.4. Поехали!

В Институте гоночных болидов им. М. Шумахера проводят испытания нового автомобиля. В одном из них автомобиль начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 4{,}5\ \text{м/с}^2$. Через две секунды его ускорение увеличивают втрое. Какой окажется скорость автомобиля ещё через две секунды? Какой путь от начала движения к этому времени он проедет?

Ответ: 36 м/с; 54 м.

Решение: Рассмотрим первый участок разгона. Скорость автомобиля в его конце равна $v_1 = a \cdot 2\ \text{с} = 9\ \text{м/с}$, а путь, пройденный на первом участке, составил $s_1 = a \cdot (2\ \text{с})^2/2 = 9\ \text{м}$. На втором участке начальная скорость равна v_1, а ускорение равно $3a$. Скорость в конце второго участка равна

$$v_2 = v_1 + 3a \cdot 2\ \text{с} = 9\ \text{м/с} + 3 \cdot 4{,}5\ \text{м/с}^2 \cdot 2\ \text{с} = 36\ \text{м/с}.$$

Длина второго участка составляет

$$s_2 = v_1 \cdot 2\ \text{с} + \frac{3a \cdot (2\ \text{с})^2}{2} = 18\ \text{м} + \frac{3 \cdot 4{,}5\ \text{м/с}^2 \cdot (2\ \text{с})^2}{2} = 45\ \text{м}.$$

Соответственно, от начала своего движения автомобиль проехал $s = s_1 + s_2 = 54$ м.

Критерии:

Найдена скорость в конце первого участка . . . . 2 балла
Найдена длина первого участка . . . . 2 балла
Найдена скорость в конце второго участка . . . . 2 балла
Найдена длина второго участка . . . . 2 балла
Найден весь путь . . . . 2 балла

Задача 9.5. Дайте мне точку опоры!

Тонкий однородной стержень длиной 1 м согнули так, как показано на рис. 9.3. На каком расстоянии от **правого** края стержня нужно поместить точку опоры, чтобы согнутый стержень находился в равновесии? Размерами изгиба можно пренебречь.

Рис. 9.3.

Ответ: 46 см.

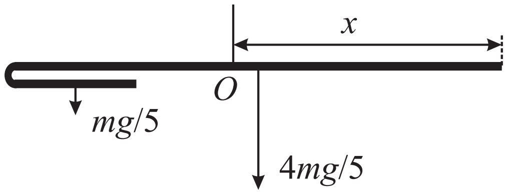

Рис. 9.4.

Решение: Пусть m — масса всего стержня длиной 1 м. Тогда масса верхней части согнутого стержня (длиной 80 см) равна $4m/5$, а масса нижней части (длиной 80 см) равна, соответственно, $m/5$. Обозначим x расстояние от правого края стержня до точки подвеса O и изобразим силы тяжести, действующие на обе части стержня в отдельности (рис. 9.4). Запишем правило моментов относительно точки O:

$$\frac{4mg}{5} \cdot (x - 40 \text{ см}) = \frac{mg}{5} \cdot (70 \text{ см} - x).$$

Найдём отсюда величину x:

$$4(x - 40 \text{ см}) = 70 \text{ см} - x \quad \Rightarrow \quad x = 46 \text{ см}.$$

Критерии:

Найдены силы, действующие на обе части стержня . . . . 3 балла
Записано правило моментов . . . . 5 баллов
Найдено значение x . . . . 2 балла

Максимально возможный балл в 9 классе 50

10 класс

Задача 10.1. Пара половин.

Тело подняли на высоту H над поверхностью земли и отпустили без начальной скорости. Чему равно H, если первую половину пути тело прошло на одну секунду медленнее, чем вторую? Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $\approx$ 29 м.

Решение: Пусть t — время прохождения телом второй половины пути. Тогда время, затраченное на первую половину, равно $t + 1$ с, а всё время, соответственно, равно $2t + 1$ с. Тело падает вниз с ускорением g без начальной скорости, поэтому

$$\frac{H}{2} = \frac{g(t + 1\text{ с})^2}{2} \quad \text{(первая половина пути)},$$

$$H = \frac{g(2t + 1\text{ с})^2}{2} \quad \text{(весь путь)}.$$

Исключая из этих уравнений H, получаем

$$g(t + 1\text{ с})^2 = \frac{g(2t + 1\text{ с})^2}{2} \quad \Rightarrow \quad 2(t + 1\text{ с})^2 = (2t + 1\text{ с})^2 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{\sqrt{2}}{2}\text{ с} \approx 0{,}7\text{ с}.$$

Отсюда находим высоту H:

$$H = \frac{g(2t + 1\text{ с})^2}{2} \approx 29\text{ м}.$$

Критерии:

Записано уравнение для первой половины пути . . . . 2 балла
Записано ещё одно уравнение, например, для всего пути . . . . 2 балла
Найдено время на первом или втором участке . . . . 3 балла
Найдено значение H . . . . 3 балла

Задача 10.2. Гидравлический подъёмник.

Гидравлический подъёмник, заполненный маслом, имеет два массивных поршня, находящиеся на одной высоте (см. рис. 10.1). Площадь левого поршня $S_1 = 400$ см^2, его масса $m_1 = 3$ кг, а площадь правого $S_2 = 100$ см^2. Определите массу m_2 правого поршня. На какую высоту и в какую сторону сместится относительно начального положения правый поршень, если на оба поршня поставить груз с массой, равной m_2? Плотность масла равна 900 кг/м^3. Трением между поршнями и стенками пренебречь.

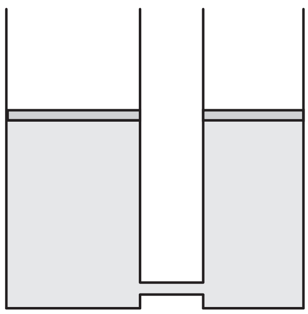

Рис. 10.1.

Ответ: 5 см.

Решение: В первом случае поршни подъёмника находятся на одной высоте, поэтому давление, оказываемое поршнями на масло, совпадает:

$$p_1 = p_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{m_1 g}{S_1} = \frac{m_2 g}{S_2} \quad \Rightarrow \quad m_2 = \frac{m_1 S_2}{S_1} = \frac{m_1}{4} = 750 \text{ г.}$$

Если на оба поршня поместить грузы массой m_2, из-за меньшей площади правого поршня, давление на масло в правом колене увеличится сильнее, и правый поршень сместится вниз. Пусть он опустился на высоту h, тогда левый поршень поднимется на высоту $h/4$. Разность давлений поршней на масло в этом случае компенсируется гидростатическим давление слоя масла высотой $h + h/4 = 5h/4$:

$$\frac{m_2 g}{S_2} - \frac{m_2 g}{S_1} = \rho_{\text{м}} g \cdot \frac{5h}{4} \quad \Rightarrow \quad h = \frac{4m_2(S_1 - S_2)}{5\rho_{\text{м}} S_1 S_2} = 5 \text{ см.}$$

Критерии:

Найдена масса второго поршня . . . . 2 балла
Найдено направление смещения правого поршня во втором случае . . . . 1 балл
Найдена связь между смещениями поршней . . . . 2 балла
Записано условие равенства давлений во втором случае . . . . 3 балла
Найдена величина смещения правого поршня . . . . 2 балла

Задача 10.3. Длина тени.

Вертикальный шест высотой $h = 1$ м, поставленный недалеко от уличного фонаря высотой $2h$, отбрасывает тень длиной $L_0 = 45$ см. Шест приподнимают над землёй на высоту 50 см. Какова будет длина тени L в этом случае? Фонарь можно считать точечным источником света.

Ответ: 120 см.

Решение: Рассмотрим первый случай, когда шест стоит на земле (рис. 10.2а). Из подобия треугольников следует, что расстояние s между шестом и фонарём равно $L_0 = 45$ см. Во втором случае шест поднят над землёй на высоту $h/2$ (рис. 10.2б). Из подобия треугольников получаем

$$\frac{2h}{s+x} = \frac{h/2}{x} \quad \Rightarrow \quad 4x = s + x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{s}{3} = 15 \text{ см,}$$

$$\frac{2h}{s+x+L} = \frac{h/2+h}{x+L} \quad \Rightarrow \quad \frac{4(x+L)}{3} = s + x + L \quad \Rightarrow \quad L = 3s - x = \frac{8s}{3} = 120 \text{ см.}$$

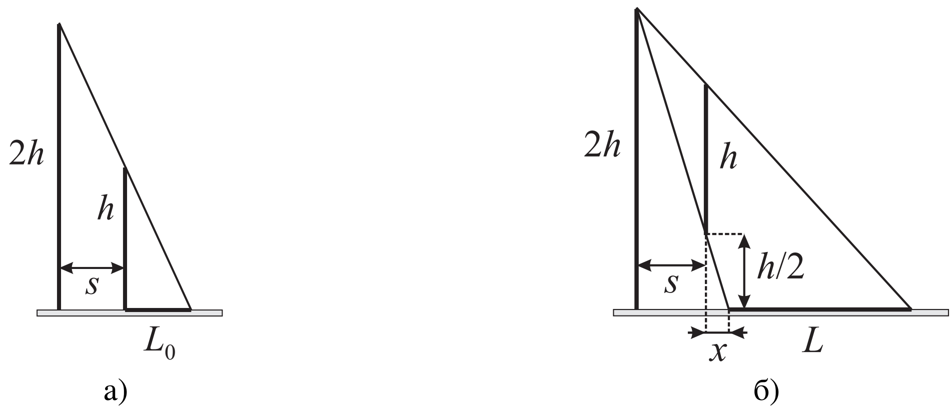

Рис. 10.2.

Критерии:

Найдено расстояние между шестом и фонарём . . . . 2 балла
Записано одно условие подобия треугольников . . . . 3 балла
Записано второе условие подобия треугольников . . . . 3 балла
Найдена длина тени во втором случае . . . . 2 балла

Задача 10.4. «Странный» термометр.

Желая измерить температуру жидкого галлия (температура плавления этого металла меньше 30 ˚С), девочка Юля взяла в школьной лаборатории два маленьких калориметра разного объёма и два одинаковых цифровых термометра. Налив галлий в оба сосуда, Юля положила в каждый по термометру. В результате оказалось, что термометр в первом калориметре показывает температуру, равную $t_1 = 35{,}6\,^\circ\text{C}$, а во втором — $t_2 = 36{,}5\,^\circ\text{C}$. Помогите Юле и определите температуру галлия до измерений, если его объём во втором калориметре в три раза больше, чем в первом, а термометры до погружения в жидкий металл показывали 27 ˚С. Теплоёмкостью калориметра и тепловыми потерями можно пренебречь. Оба термометра исправны!

Ответ: $\approx 37\,^\circ\text{C}$.

Решение: Пусть m — масса галлия в первом калориметре, t — его начальная температура, M — масса термометра, c — удельная теплоёмкость его материала. Запишем уравнение теплового баланса для обоих калориметров:

$$c_\text{г} m(t - 35{,}6\,^\circ\text{C}) = cM(35{,}6\,^\circ\text{C} - 27\,^\circ\text{C}) \quad \text{(первый калориметр)},$$

$$c_\text{г} \cdot 3m(t - 36{,}5\,^\circ\text{C}) = cM(36{,}5\,^\circ\text{C} - 27\,^\circ\text{C}) \quad \text{(второй калориметр)}.$$

Поделив эти уравнения друг на друга, получим

$$\frac{3(t - 36{,}5\,^\circ\text{C})}{(t - 35{,}6\,^\circ\text{C})} = \frac{36{,}5\,^\circ\text{C} - 27\,^\circ\text{C}}{35{,}6\,^\circ\text{C} - 27\,^\circ\text{C}} \approx 1{,}1 \quad \Rightarrow \quad t \approx 37\,^\circ\text{C}.$$

Критерии:

Уравнение теплового баланса для первого калориметра . . . . 3 балла
Уравнение теплового баланса для второго калориметра . . . . 3 балла
Найдена начальная температура галлия . . . . 4 балла

Задача 10.5. Готовимся к Новому Году.

На кружке по радиоэлектронике мальчик Паша собрал гирлянду, состоящую из 12 лампочек мощностью 6 Вт каждая и реостата, соединённых последовательно (см. рис. 10.3). Если такую гирлянду включить в сеть с напряжением 36 В и переместить ползунок реостата в крайнее левое положение, все лампы будут гореть нормальным накалом. При каком сопротивлении реостата мощность, потребляемая **всей цепью**, уменьшится в 1,5 раза? Какова мощность, потребляемая одной лампочкой в этом случае? Сопротивление лампочки считать постоянным.

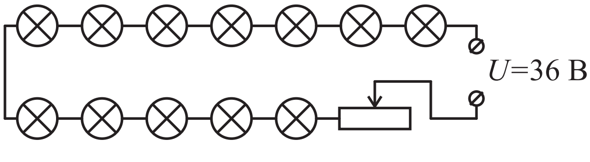

Рис. 10.3.

Ответ: 9 Ом; 2,67 Вт.

Решение: В случае, когда ползунок реостата находится в крайнем левом положении, его сопротивление равно нулю. Мощность, потребляемая цепью в этом случае, равна сумме номинальных мощностей ламп, $P_0 = 12 \times 6$ Вт $= 72$ Вт, а напряжение на каждой лампе равно 36 В/12 = 3 В. Отсюда найдём сопротивление одной лампочки:

$$r = \frac{(3\ \text{В})^2}{6\ \text{Вт}} = 1{,}5\ \text{Ом}.$$

Если сопротивление реостата станет равным R, общее сопротивление всей цепи будет равно

$$R_{\text{общ}} = R + 12 \times 1{,}5\ \text{Ом} = R + 18\ \text{Ом}.$$

Новая мощность, потребляемая всей цепью, должна стать $P_0/1{,}5 = 48$ Вт. Поэтому

$$R + 18\ \text{Ом} = \frac{(36\ \text{В})^2}{48\ \text{Вт}} = 27\ \text{Ом} \quad \Rightarrow \quad R = 9\ \text{Ом}.$$

Сила тока в цепи в этом случае составит $I = 36$ В/(27 Ом) = 4/3 А, а мощность, выделяющаяся на одной лампочке равна $P = I^2 r = 8/3$ Вт = 2,67 Вт.

Критерии:

Найдена начальная общая мощность в цепи . . . . 1 балл
Найдено сопротивление лампочки . . . . 2 балла
Найдено требуемое сопротивление реостата . . . . 3 балла
Найдена сила тока в цепи для второго случая . . . . 2 балла
Найдена мощность одной лампочки во втором случае . . . . 2 балла

Максимально возможный балл в 10 классе 50

11 класс

Задача 11.1. Очень странно…

Мальчик Паша взял из школьной лаборатории вольтметр и пару одинаковых батареек. Подсоединив вольтметр напрямую к одной батарейке, Паша увидел, что вольтметр показывает напряжение $U_1 = 1{,}45$ В. Мальчик повторил свой опыт с двумя батарейками, соединёнными последовательно. В этом случае прибор показал $U_2 = 2{,}7$ В. Чему равно истинное значение ЭДС $\mathscr{E}$ одной батарейки?

Ответ: 1,566 В.

Решение: Странные показания вольтметра объясняются наличием у него внутреннего (не бесконечного) сопротивления. Обозначим его R, а внутреннее сопротивление батарейки r. Если через вольтметр течёт ток I, то прибор показывает напряжение, равное $U = IR$. По закону Ома для полной цепи получаем

$$\mathscr{E} = I_1(r+R) \quad \Rightarrow \quad \mathscr{E} = \frac{U_1(r+R)}{R} \quad \text{(первый случай)},$$

$$2\mathscr{E} = I_2(2r+R) \quad \Rightarrow \quad \mathscr{E} = \frac{U_2(2r+R)}{2R} \quad \text{(второй случай)}.$$

Приравнивая правые части этих равенств, находим, что

$$\frac{U_1(r+R)}{R} = \frac{U_2(2r+R)}{2R} \quad \Rightarrow \quad \frac{2(r+R)}{(2r+R)} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{54}{29} \quad \Rightarrow \quad R = 12{,}5\,r.$$

Отсюда следует, что

$$\mathscr{E} = \frac{U_1(r+R)}{R} = \frac{27U_1}{25} = 1{,}566 \text{ В}.$$

Критерии:

Идея о наличии у вольтметра внутреннего сопротивления . . . . 1 балл
Записан закон Ома для полной цепи в первом случае . . . . 2 балла
Записан закон Ома для полной цепи во втором случае . . . . 2 балла
Найдено, что $R = 12{,}5r$ . . . . 3 балла
Найдено $\mathscr{E}$ батарейки . . . . 2 балла

Задача 11.2. Тянем-потянем!

Три бруска, имеющие массы m, $2m$ и $3m$, связаны двумя нитями (см. рис. 11.1). Всю систему тянут вдоль гладкой горизонтальной поверхности, прикладывая к правому бруску постоянную горизонтальную силу F. Найдите силы натяжения обеих нитей. Нити считать невесомыми и нерастяжимыми. Сопротивлением воздуха пренебречь.

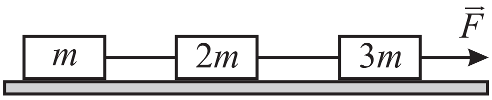

Рис. 11.1.

Ответ: $T_1 = F/6$, $T_2 = F/2$.

Решение: Пусть T_1 — сила натяжения левой нити, T_2 — сила натяжения правой, a — ускорение, с которым движется система. Запишем 2-й закон Ньютона для каждого тела:

$$ma = T_1, \quad 2ma = T_2 - T_1, \quad 3ma = F - T_2.$$

Складывая эти уравнения, получаем

$$6ma = F \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F}{6m}.$$

Подставляем найденное ускорение в первое и третье уравнение:

$$T_1 = ma = \frac{F}{6},$$

$$3ma = F - T_2 \quad \Rightarrow \quad T_2 = F - 3ma = F - \frac{F}{2} = \frac{F}{2}.$$

Критерии:

Записан 2-й закон Ньютона для брусков . . . . 3 балла
Найдено ускорение системы . . . . 3 балла
Найдено T_1 . . . . 2 балла
Найдено T_2 . . . . 2 балла

Задача 11.3. После школы.

Мальчик Вася от скуки решил покидать мяч в вертикальную стену стоящего около школы гаража. Оказалось, что при броске со скоростью $v = 10$ м/с мяч ударяется о стену на высоте $h_1 = 90$ см от земли. Если же скорость броска равна $2v$, то эта высота становится равной $h_2 = 1{,}5$ м. Найдите высоту H точки броска и расстояние L от неё до стены. Начальная скорость мяча всегда направлена горизонтально. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2.

Ответ: $H = 1{,}7$ м, $L = 4$ м.

Решение: Пусть t_1 — время полёта мяча в первом случае. Тогда

$$\begin{cases} L = vt_1, \\ h_1 = H - gt_1^2/2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad H - h_1 = \frac{gL^2}{2v^2}.$$

Для втором случае

$$H - h_2 = \frac{gL^2}{2(2v)^2} = \frac{gL^2}{8v^2}.$$

Отсюда получаем, что

$$H - h_1 = 4(H - h_2) \quad \Rightarrow \quad H = \frac{4h_2 - h_1}{3} = 1{,}7 \text{ м}.$$

Зная это, находим расстояние L:

$$L = v\sqrt{\frac{2(H - h_1)}{g}} = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}8 \text{ м}}{10 \text{ м/с}^2}} = 4 \text{ м}.$$

Критерии:

Записаны уравнения движения мяча . . . . 2 балла
Найдена связь между h_1, h_2 и H . . . . 3 балла
Найдено значение H . . . . 2 балла
Найдено значение L . . . . 3 балла

Задача 11.4. Подогреваем и расширяем.

В сосуде под поршнем находится идеальный одноатомный газ. Для того, чтобы увеличить объём этого газа в 1,5 раза, потребовалось сообщить ему количество теплоты, равное $Q_1 = 3$ кДж. Какое количество теплоты Q_2 надо будет дополнительно сообщить газу, чтобы его объём увеличился ещё в 1,5 раза? Каков первоначальный объём газа, если давление его постоянно и равно $p = 100$ кПа?

Ответ: 4,5 кДж; 24 л.

Решение: Пусть V_0 — первоначальный объём газа. Тогда после первого расширения его объём стал равный $V_1 = 1{,}5V_0$, а после второго — $V_2 = (1{,}5)^2V_0 = 2{,}25V_0$. Запишем первое начало термодинамики и учтём, что для изобарного процесса $p\Delta V = \nu R\Delta T$:

$$Q = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + p\Delta V = \frac{5}{2}p\Delta V.$$

Отсюда получаем, что, во-первых,

$$Q_1 = \frac{5}{2}p(V_1 - V_0) = \frac{5}{4}pV_0 \quad \Rightarrow \quad V_0 = \frac{4Q_1}{5p} = \frac{4\cdot 3000\ \text{Дж}}{5\cdot 100000\ \text{Па}} = 0{,}024\ \text{м}^3 = 24\ \text{л},$$

а, во-вторых,

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{V_2 - V_1}{V_1 - V_0} = 1{,}5 \quad \Rightarrow \quad Q_2 = 1{,}5Q_1 = 4{,}5\ \text{кДж}.$$

Критерии:

Найдены V_1 и V_2 . . . . 1 балл
Записано первое начало термодинамики . . . . 1 балл
Получена формула $Q = 5p\Delta V/2$ . . . . 3 балла
Найдено V_0 . . . . 3 балла
Найдено Q_2 . . . . 2 балла

Задача 11.5. Мощный бег.

Бегун Усейн Болт, двигаясь на своей максимальной скорости v, развивает мощность на 1,89 кВт больше, чем в случае, когда он бежит со скоростью $v/2$. Какова максимальная мощность, развиваемая этим спринтером? Считать, что вся мощность расходуется на преодоление сопротивления воздуха. Сила сопротивления воздуха, действующая на тело спортсмена, пропорциональна квадрату его скорости.

Ответ: 2,16 кВт.

Решение: Сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости бегуна, $F = \alpha v^2$, где α — коэффициент пропорциональности. Мощность, расходующаяся на преодоление этой силы при беге со скоростью v, равна

$$N_1 = \frac{A}{t} = \frac{Fs}{t} = Fv = \alpha v^3.$$

Из полученной формулы следует, что при беге со скоростью $v/2$ требуемая мощность уменьшается в 8 раз:

$$N_2 = \alpha\left(\frac{v}{2}\right)^3 = \frac{\alpha v^3}{8} = \frac{N_1}{8}.$$

По условию задачи $N_1 - N_2 = 1{,}89$ кВт. Отсюда получаем, что

$$N_1 - \frac{N_1}{8} = \frac{7N_1}{8} = 1{,}89\ \text{кВт} \quad \Rightarrow \quad N_1 = \frac{8\cdot 1{,}89\ \text{кВт}}{7} = 2{,}16\ \text{кВт}.$$

Критерии:

Получена формула $N = \alpha v^3$ . . . . 4 балла
Найдено, что $N_2 = N_1/8$ . . . . 3 балла
Найдено значение N_1 . . . . 3 балла

Максимально возможный балл в 11 классе 50