

Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике.

2018-2019 учебный год.

Продолжительность олимпиады 135 минут

8 класс

1. Шарик весит больше кота Матроскина на половину веса дяди Фёдора, Дядя Фёдор – столько, сколько Шарик и Матроскин вместе. Матроски весит 10 кг. Сколько весят трое из Простоквашино вместе?

2. Маляр добавляет синьку в белую краску, чтобы получить голубой оттенок. Сначала он собирался добавлять 15% синьки, но тогда голубой краски получалось не достаточно. Тогда он решил добавлять только 10% синьки. На сколько процентов увеличится количество голубой краски при том же объёме используемой синьки?

3. В шоу «Битва экстрасенсов» участвуют ведущий и много экстрасенсов. В течение первого дня испытаний каждый из экстрасенсов сделал семь предсказаний кому-нибудь (возможно себе). К вечеру оказалось, что каждому экстрасенсу сделали два предсказания, а ведущему – сто. Сколько экстрасенсов участвовало в первом дне шоу?

4. В треугольнике $\triangle KNM$ угол $\angle N$ – прямой. На сторонах KM и NM выбраны точки S и P соответственно. $\angle KMN = 35^\circ$, $\angle SKP = 10^\circ$, $\angle SNP = 20^\circ$. Найдите величину угла $\angle PSM$.

5. Васе, в качестве домашнего задания, учитель предложил нарисовать на плоскости все пары чисел (x, y) удовлетворяющих уравнению

$$y(1 - x) + x^2 = 1.$$

Он нашёл одну точку $(1; 0)$. Помогите Васе, изобразите *все* точки, координаты $(x; y)$, которых удовлетворяют уравнению.

9 класс

1. На доске была написана несократимая дробь. Коля уменьшил её числитель на 1, а знаменатель на 3. А Толя прибавил к числителю 2, а знаменатель оставил без изменений. Оказалось, что в результате ребята получили одинаковые значения. Какой именно результат у них мог получиться?

2. Произведение делимого, делителя и частного равно 120. Может ли делимое быть целым числом?

3. В трапеции ABCD AC – биссектриса $\angle A$, $\angle ACB = \angle ADC$. Найдите площадь трапеции, если боковые стороны $AB = 25$, $CD = 30$.

4. Оля и Коля загадали по трёхзначному числу. Каждый поделил своё на произведение его цифр и получил 5. Могли ли они загадать разные числа?

5. Постройте график уравнения $x^2 - y^4 = \sqrt{8x - 16 - x^2}$, то есть изобразите на координатной плоскости все точки, координаты (x;y) которых удовлетворяют этому уравнению.

Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике.

2018-2019 учебный год.

Продолжительность олимпиады 135 минут

10 класс

1. Какое из чисел больше: 8^{88} или 88^8 ?

2. Маляр-счетовод решил раскрасить все натуральные числа в черный и белый цвета по следующим правилам: а) точки, разность координат которых кратна 8, должны быть покрашены одним цветом; б) точки с координатами 3, 13 и 33 должны быть покрашены красным, а точки с координатами 6, 16 и 66 — синим. Сколькими способами он может раскрасить все натуральные числа, соблюдая эти правила?

3. Две окружности радиусом 12 см касаются в точке А. Третья окружность радиусом 1 см касается их в точках В и С. Найдите радиус окружности описанной около треугольника АВС.

4. В прямоугольнике со сторонами 16 см \times 25 см отметили произвольные 2018 точек. Всегда ли можно выбрать 6 точек так, чтобы их было можно накрыть квадратом со стороной 1 см?

5. Существует ли натуральное число, кратное 2018, сумма цифр которого равна 2018?

Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике.

2018-2019 учебный год.

Продолжительность олимпиады 135 минут

11 класс

1. Приведите пример числа x , для которого выполняется равенство $\cos 2017x + ctg 2018x = \sin 2019x$. Ответ обоснуйте.
2. Марат разбил все натуральные числа от 1 до 2000 на пары и посчитал их суммы. Могло ли оказаться так, что сумма любой пары чисел делилась на 6?
3. Участвуя в турнире игр «Пентамино», Равиль сыграл 54 партии. По старой системе подсчёта очков (1 очко за победу, $\frac{1}{2}$ очка за ничью и 0 очков за поражение) он набрал 33 очка. Сколько очков он набрал по новой системе подсчёта очков (1 очко за победу, 0 очков за ничью и -1 очко за поражение)?
4. На сторонах XZ, XY, YZ остроугольного треугольника ΔXYZ отмечены середины A, B, C . Из каждой середины проведены перпендикуляры к двум другим сторонам. Найдите площадь шестиугольника, ограниченного этими перпендикулярами, если площадь треугольника $S_{XYZ} = 2018 \text{ см}^2$.
5. Сколько существует натуральных чисел n , для которых $9^n - 17$ является квадратом целого числа?