

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

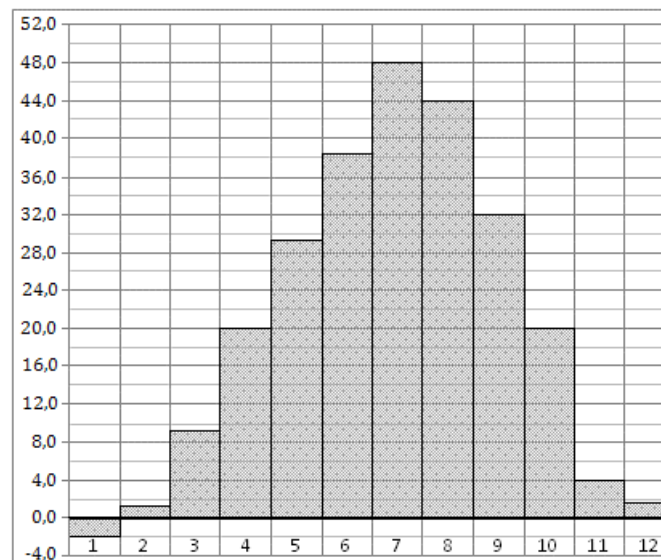
Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа записываются в поля ответов в тексте работы, а затем переносятся в бланк ответов № 1.

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** На автозаправке клиент отдал кассиру 1000 рублей и залил в бак 35 литров бензина по цене 25 руб. 40 коп. за литр. Сколько рублей сдачи он должен получить у кассира?

Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Волгограде за каждый месяц 1997 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру во второй половине 1997 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

КИМ

Ответ: -0,8 .

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

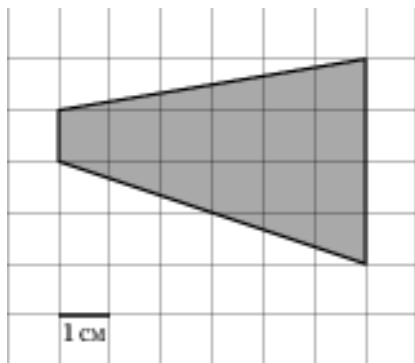
$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$



3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



Ответ: _____.

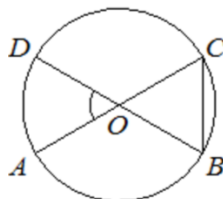
4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Дании, 6 из Швеции, 4 из Норвегии и 7 из Финляндии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Норвегии.

Ответ: _____.

5 Решите уравнение $\sqrt[3]{x+5} = 6$.

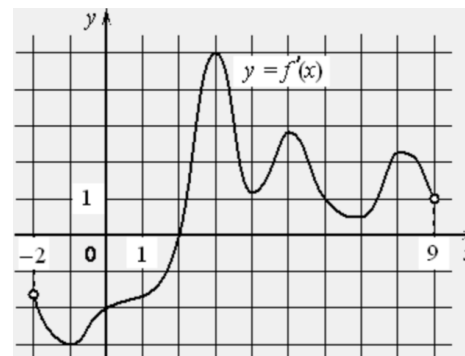
Ответ: _____.

6 Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O . Угол ACB равен 56° . Найдите угол AOD . Ответ дайте в градусах.



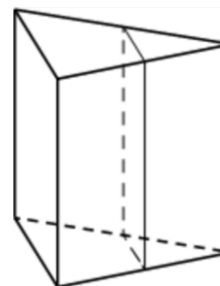
Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 9)$. В какой точке отрезка $[2; 8]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: _____.

8 Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы равна 8. Найдите площадь боковой поверхности исходной призмы.



Ответ: _____.



9 Найдите значение выражения

$$\frac{(27^4)^2}{(9^2)^4}$$

Ответ: _____.

10 Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне $T_n = 25^\circ\text{C}$, через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды $m = 0,3$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x , вода охлаждается от начальной температуры $T_b = 57^\circ\text{C}$ до температуры T , причём $x = \alpha \cdot \frac{cm}{\gamma} \cdot \log_2 \frac{T_b - T_n}{T - T_n}$, где $c = 4200 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ — теплоёмкость воды, $\gamma = 63 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 1,4$ — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 56 м.

Ответ: _____.

11 Заказ на изготовление 154 деталей первый рабочий выполняет на 3 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей в час изготавливает второй рабочий, если известно, что первый за час изготавливает на 3 детали больше?

Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = 3x - \ln(x + 3)^3$ на отрезке $[-2,5; 0]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$$\sin x + 2 \sin \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi \right].$$

14 В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A и B , а на окружности другого основания – точки B_1 и C_1 , причём BB_1 – образующая цилиндра, а отрезок AC_1 пересекает ось цилиндра.

а) Докажите, что угол ABC_1 прямой.

б) Найдите угол между прямыми BB_1 и AC_1 , если $AB = 6$, $BB_1 = 15$, $B_1C_1 = 8$.

15 Решите неравенство

$$\log_7(2x^2 + 12) - \log_7(x^2 - x + 12) \geq \log_7 \left(2 - \frac{1}{x} \right).$$

16 В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD углы ABD и ACD прямые.

а) Докажите, что $AB = CD$.

б) Найдите AD , если $AB = 2$, $BC = 7$.



17 15 января планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1 числа каждого месяца долг увеличивается на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- с 2 по 14 число каждого месяца необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- на 15 число каждого с 1 по 20 месяц долг должен уменьшаться на 50 тыс. руб.;
- за двадцать первый месяц долг должен быть погашен полностью.

Сколько тысяч рублей составляет долг на 15 число 20-го месяца, если банку всего было выплачено 2073 тыс. рублей?

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 - y^4 = 10a - 24, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

19 а) Представьте число $\frac{33}{10}$ в виде суммы нескольких дробей, все числители которых – единица, а знаменатели – попарно различные натуральные числа.

б) Представьте число $\frac{15}{91}$ в виде суммы нескольких дробей, все числители которых – единица, а знаменатели – попарно различные натуральные числа.

в) Найдите все возможные пары натуральных чисел m и n , для которых $m \leq n$ и $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{14}$.

О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ЕГЭ 100 баллов» <https://vk.com/ege100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!
Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-10175642_39008096
(также доступны другие варианты для скачивания)

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	7 лет репетиторской деятельности
Регалии:	Основатель проекта Школа Пифагора
Аккаунт ВК:	https://vk.com/eugene10
Сайт и доп. информация:	https://vk.com/shkolapifagora https://youtube.com/ШколаПифагора

Система оценивания Ответы к заданиям 1-19

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной



десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Верно выполненные задания 13-15 максимум оцениваются в 2 балла, задания 16-17 – в 3 балла, а задания 18-19 – в 4 балла.

№ задания	Ответ
1	111
2	48
3	15
4	0,2
5	211
6	68
7	2
8	16
9	6561
10	33
11	11
12	-6
13	а) $\pi n, \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \frac{5\pi}{6} + 2\pi n; n \in Z.$ б) $-3\pi; -2\pi; -\frac{19\pi}{6}$
14	$\arctg \frac{2}{3}$
15	$\left(\frac{1}{2}; \frac{4}{3}\right] \cup [3; +\infty)$
16	8
17	800
18	$(2; 4) \cup (6; +\infty)$
19	а) $\frac{1}{4} + \frac{1}{20} + \frac{1}{50} + \frac{1}{100}$, б) $\frac{1}{7} + \frac{1}{91} + \frac{1}{182} + \frac{1}{273} + \frac{1}{546}$, в) (15;210), (16;112), (18;63), (21;42), (28;28)

