

1

Прототип (картинка)

Найдите значение выражения $\frac{9,2}{0,5 - 2,8}$.



AFC654

Прототип (условие)

Найдите значение выражения

$$\frac{9,2}{0,5 - 2,8}$$

Прототип (решение)

СЛОЖЕНИЕ ОТРИЦАТЕЛЬНОГО ЧИСЛА И ПОЛОЖИТЕЛЬНОГО ЧИСЛА

Из более крупного (не учитывая знаки) вычитаем менее крупное

И ставим знак более крупного числа

Пример:

$$6 + (-4) = +(6 - 4) = 2$$

ИЛИ

Пример:

$$-8 + 1 = -(8 - 1) = -7$$

$$\frac{9,2}{0,5 - 2,8} = \frac{9,2}{-2,3}$$

ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ

Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то получится равная ей дробь

Пример:

$$\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{2}{10}$$

ИЛИ

Пример:

$$\frac{3}{30} = \frac{3:3}{30:3} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{9,2}{-2,3} = \frac{9,2 \cdot 10}{-2,3 \cdot 10} = \frac{92}{-23} = -4$$

Ответ: -4

2

Прототип (картинка)

В таблице приведены размеры штрафов, установленные на территории России с 1 сентября 2013 года, за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации.

Превышение скорости (в км/ч)	21–40	41–60	61–80	81 и более
Размер штрафа (в руб.)	500	1000	2000	5000

Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 90 км/ч на участке дороги с максимальной разрешённой скоростью 40 км/ч?

- 1) 500 рублей
- 2) 1000 рублей
- 3) 2000 рублей
- 4) 5000 рублей



04A2E0

Прототип (условие)

В таблице приведены размеры штрафов, установленные на территории России с 1 сентября 2013 года, за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации.

Превышение скорости (в км/ч)	21-40	41-60	61-80	81 и более
Размер штрафа (в руб.)	500	1000	2000	5000

Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 90 км/ч на участке дороги с максимальной разрешённой скоростью 40 км/ч?

- 1) 500 рублей
- 2) 1000 рублей
- 3) 2000 рублей
- 4) 5000 рублей

Прототип (решение)

$90 - 40 = 50$ (км/ч) — превышение скорости

Ответ: 2

3

Прототип (картинка)

Между какими целыми числами заключено число $\frac{130}{11}$?

- 1) 10 и 11
- 2) 11 и 12
- 3) 12 и 13
- 4) 13 и 14



8F6802

Прототип (условие)

Между какими целыми числами заключено число $\frac{130}{11}$?

- 1) 10 и 11
- 2) 11 и 12
- 3) 12 и 13
- 4) 13 и 14

Прототип (решение)

$$\frac{130}{11} = 11\frac{9}{11}$$

Ответ: 2

4

Прототип (картинка)

Какое из данных ниже чисел является значением выражения $\frac{1}{4-\sqrt{14}}$?

1) $\frac{4-\sqrt{14}}{2}$

2) $4-\sqrt{14}$

3) $4+\sqrt{14}$

4) $\frac{4+\sqrt{14}}{2}$



60508D

Прототип (условие)

Какое из данных ниже чисел является значением выражения

$$\frac{1}{4-\sqrt{14}}?$$

1) $\frac{4-\sqrt{14}}{2}$

2) $4-\sqrt{14}$

3) $4+\sqrt{14}$

4) $\frac{4+\sqrt{14}}{2}$

Прототип (решение)

РАЗНОСТЬ КВАДРАТОВ

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

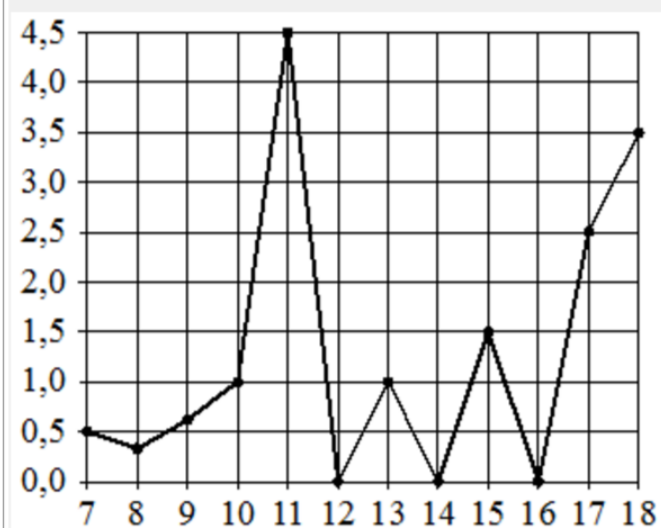
$$\begin{aligned} \frac{1}{4-\sqrt{14}} &= \frac{(4+\sqrt{14})}{(4-\sqrt{14})(4+\sqrt{14})} = \frac{4+\sqrt{14}}{4^2 - \sqrt{14}^2} = \frac{4+\sqrt{14}}{16-14} = \\ &= \frac{4+\sqrt{14}}{2} \end{aligned}$$

Ответ: 4

5

Прототип (картинка)

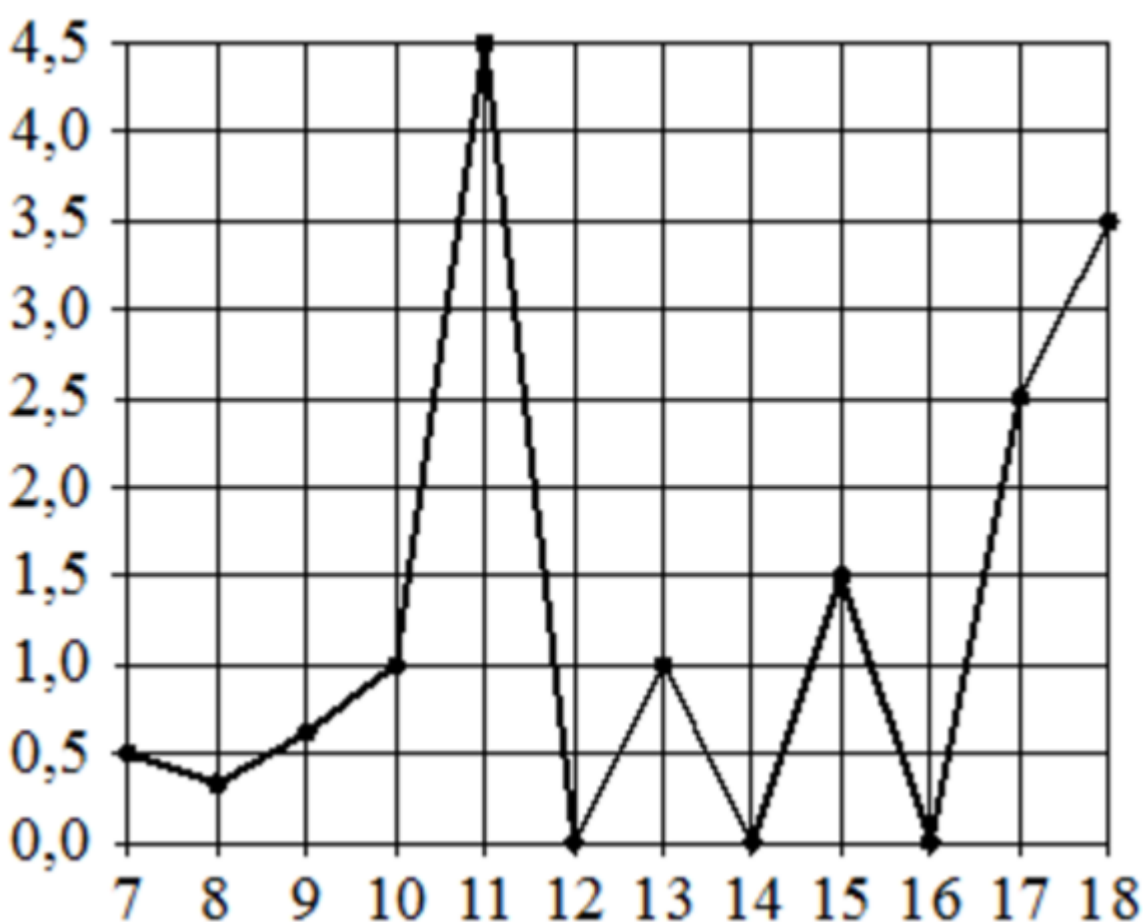
На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа из данного периода в Элисте выпало ровно 1,5 миллиметра осадков.



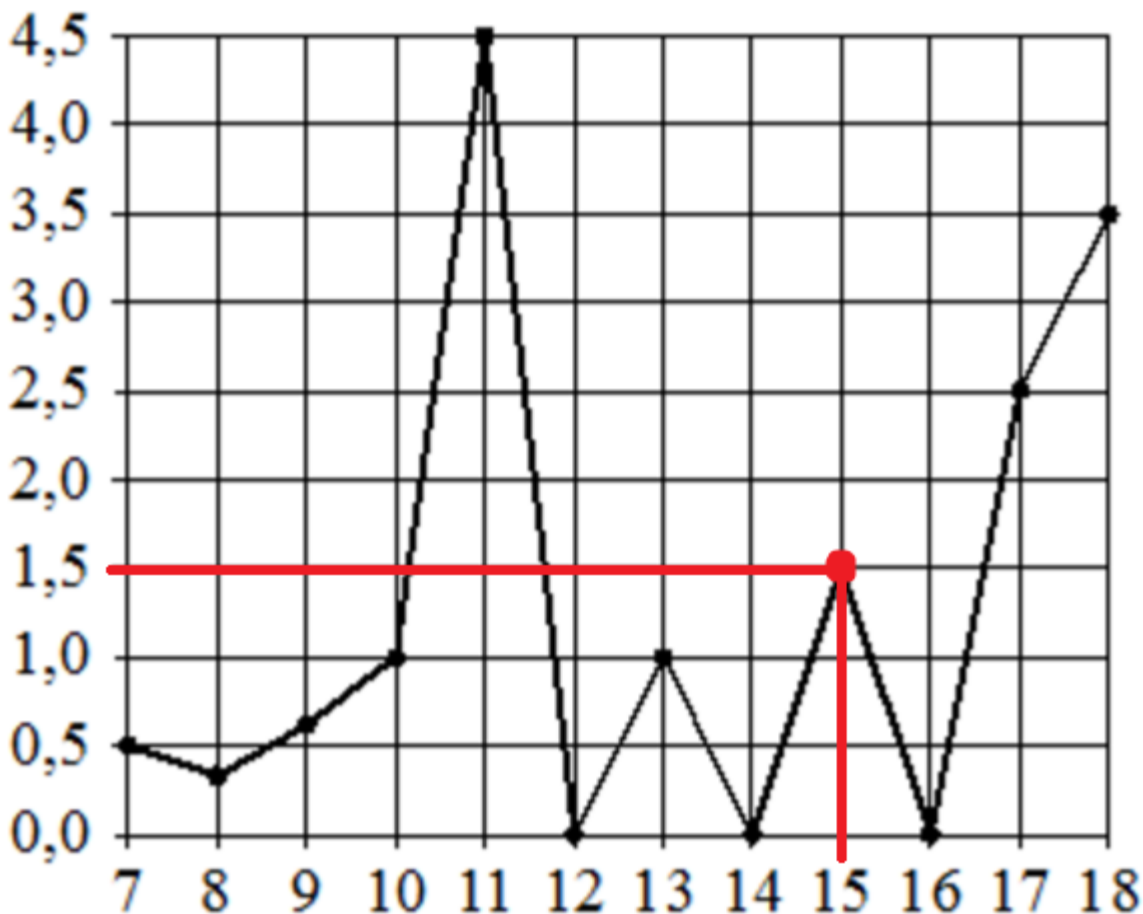
C7E731

Прототип (условие)

На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа из данного периода в Элисте выпало ровно 1,5 миллиметра осадков.



Прототип (решение)



Ответ: 15

6

Прототип (картинка)

Найдите корень уравнения $x - \frac{x}{12} = \frac{55}{12}$.



38B281

Прототип (условие)

Найдите корень уравнения

$$x - \frac{x}{12} = \frac{55}{12}$$

Прототип (решение)

Умножим обе части уравнения на общий знаменатель имеющихся дробей:

$$\begin{aligned}x - \frac{x}{12} &= \frac{55}{12} && | \cdot 12 \\12x - x &= 55 \\11x &= 55 \\x &= \frac{55}{11} = 5\end{aligned}$$

Ответ: 5

7

Прототип (картинка)

Для приготовления чайной смеси смешивают индийский и цейлонский чай в отношении 9 : 11. Сколько процентов этой смеси составляет цейлонский чай?



52CD71

Прототип (условие)

Для приготовления чайной смеси смешивают индийский и цейлонский чай в отношении 9:11. Сколько процентов этой смеси составляет цейлонский чай?

Прототип (решение)

Доля цейлонского чая в смеси равна $\frac{11}{20}$

$$\frac{11}{20} = \frac{11 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{55}{100} = 55\%$$

Ответ: 55

8

Прототип (картинка)

На диаграмме показано содержание питательных веществ в какао-порошке. Определите по диаграмме, содержание каких веществ наименьшее.



*к прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества

- 1) белки
- 2) жиры
- 3) углеводы
- 4) прочее

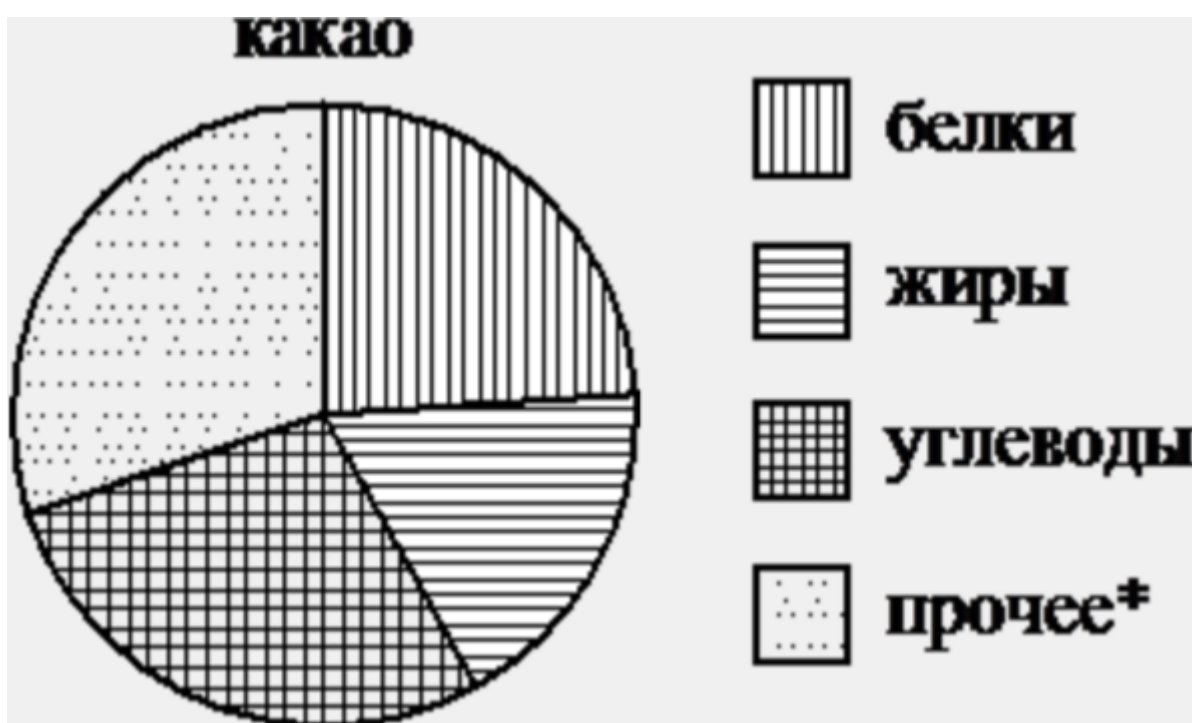
В ответе запишите номер выбранного варианта ответа.



6B5182

Прототип (условие)

На диаграмме показано содержание питательных веществ в какао-порошке. Определите по диаграмме, содержание каких веществ наименьшее.



*к прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества

- 1) белки
- 2) жиры
- 3) углеводы
- 4) прочее

В ответе запишите номер выбранного варианта ответа.

Прототип (решение)

«Горизонтальных полос» меньше всего

Ответ: 2

9

Прототип (картинка)

В фирме такси в данный момент свободно 15 машин: 3 чёрных, 6 жёлтых и 6 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.



CD69F9

Прототип (условие)

В фирме такси в данный момент свободно 15 машин: 3 чёрных, 6 жёлтых и 6 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

Вероятность – это отношение благоприятных исходов ко всем исходам

$$p = \frac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$$

$$p = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0,4$$

Ответ: 0,4

10

Прототип (картинка)

Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

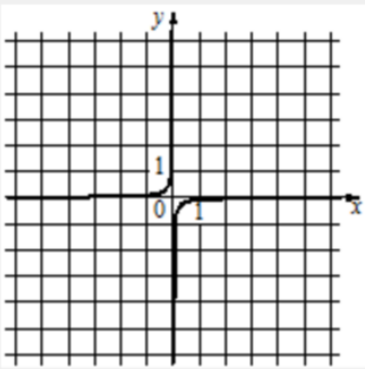
А) $y = \frac{12}{x}$

Б) $y = -\frac{12}{x}$

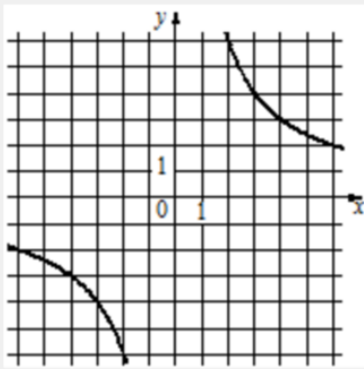
В) $y = -\frac{1}{12x}$

ГРАФИКИ

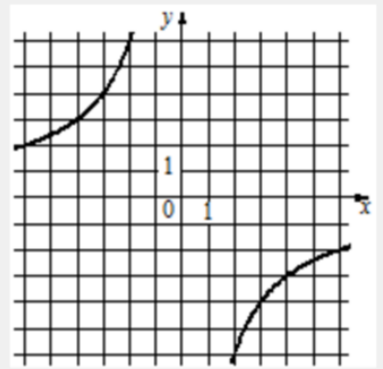
1)



2)



3)



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.



D7F1BC

Прототип (условие)

Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

А)

$$y = \frac{12}{x}$$

Б)

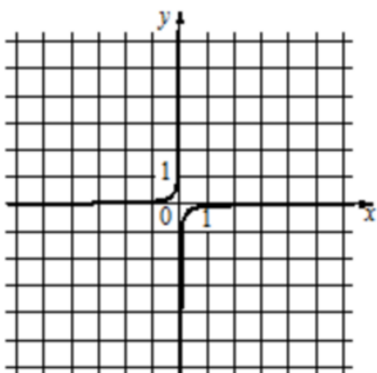
$$y = -\frac{12}{x}$$

В)

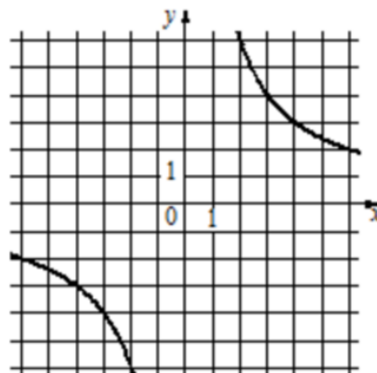
$$y = -\frac{1}{12x}$$

ГРАФИКИ

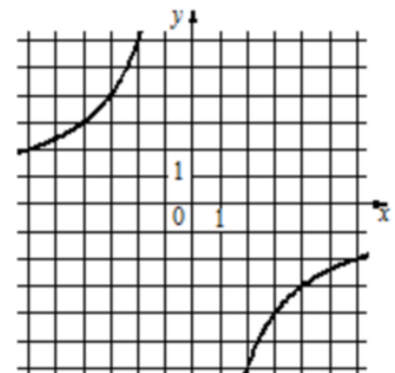
1)



2)



3)

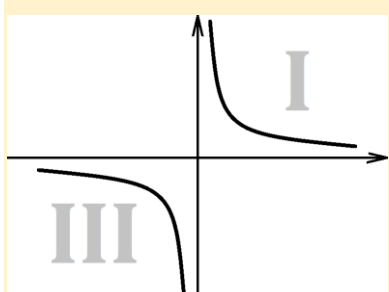


В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Прототип (решение)

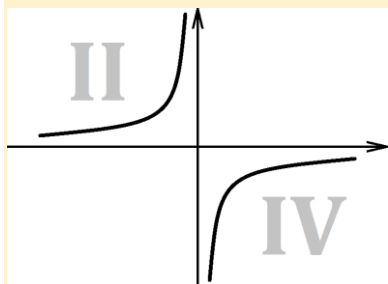
ГИПЕРБОЛА В ПЕРВОЙ И ТРЕТЬЕЙ ЧЕТВЕРТЯХ

$$k > 0$$



ГИПЕРБОЛА ВО ВТОРОЙ И ЧЕТВЁРТОЙ ЧЕТВЕРТЯХ

$$k < 0$$

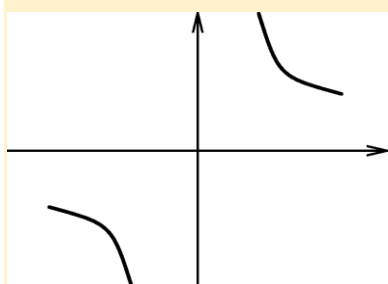


ПРИЖАТОСТЬ ГИПЕРБОЛЫ К ОСЯМ

Чем больше число в знаменателе — тем больше гипербола прижата к осям

Пример:

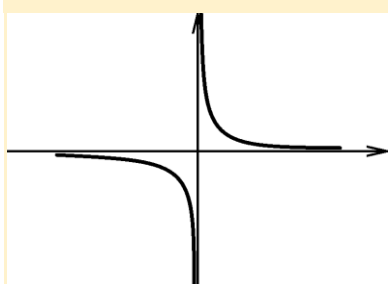
$$y = \frac{3}{x}$$



ИЛИ

Пример:

$$y = \frac{1}{3x}$$



А	Б	В
2	3	1

Ответ: 231

11

Прототип (картинка)

Последовательность (b_n) задана условиями:

$$b_1 = 3, b_{n+1} = -\frac{1}{b_n}.$$

Найдите b_3 .



83BDB9

Прототип (условие)

Последовательность (b_n) задана условиями:

$$b_1 = 3, b_{n+1} = -\frac{1}{b_n}.$$

Найдите b_3 .

Прототип (решение)

$$b_1 = 3$$

$$\text{Если } n = 1, \text{ то } b_2 = -\frac{1}{b_1} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{Если } n = 2, \text{ то } b_3 = -\frac{1}{b_2} = -\frac{1}{-\frac{1}{3}} = 3$$

Ответ: 3

12

Прототип (картинка)

Найдите значение выражения $2b + \frac{5a - 2b^2}{b}$ при $a = 6, b = -60$.



798576

Прототип (условие)

Найдите значение выражения

$$2b + \frac{5a - 2b^2}{b}$$

при $a = 6, b = -60$.

Прототип (решение)

Приведём дроби к общему знаменателю:

$$2b + \frac{5a - 2b^2}{b} = \frac{2b^2 + 5a - 2b^2}{b} = \frac{5a}{b} = \frac{5 \cdot 6}{-60} = \frac{30}{-60} = -0,5$$

Ответ: -0,5

13

Прототип (картинка)

Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 423,5 Вт, а сила тока равна 5,5 А. Ответ дайте в омах.



155EF3

Прототип (условие)

Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 423,5 Вт, а сила тока равна 5,5 А.

Ответ дайте в омах.

Прототип (решение)

Выразим R и подставим данные из условия

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{423,5}{5,5^2} = \frac{423,5}{30,25} = \frac{423,5 \cdot 4}{30,25 \cdot 4} = \frac{1694}{121} = 14$$

Ответ: 14

14

Прототип (картинка)

Укажите решение неравенства

$$2x - x^2 \leq 0.$$

- 1) $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$
- 2) $[0; +\infty)$
- 3) $[2; +\infty)$
- 4) $[0; 2]$



78DAE9

Прототип (условие)

Укажите решение неравенства

$$2x - x^2 \leq 0.$$

- 1) $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$
- 2) $[0; +\infty)$
- 3) $[2; +\infty)$
- 4) $[0; 2]$

Прототип (решение)

Вынесем общий множитель за скобку:

$$x(2 - x) \leq 0$$

Приравняем выражение к нулю и найдём его корни:

$$x(2 - x) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 2$$

Решим неравенство методом интервалов:



Ответ: 1

15

Прототип (картинка)

Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рис.). Высота средней опоры 2,2 м, высота большой опоры 2,5 м. Найдите высоту малой опоры. Ответ дайте в метрах.



4F58B2

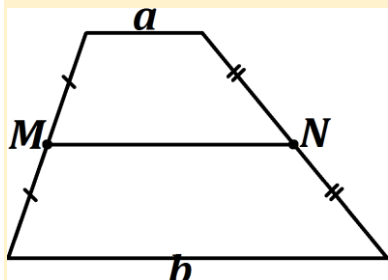
Прототип (условие)

Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рис.). Высота средней опоры 2,2 м, высота большой опоры 2,5 м. Найдите высоту малой опоры. Ответ дайте в метрах.



Прототип (решение)

СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРАПЕЦИИ



- лежит на серединах сторон
- параллельна основаниям
- равна полусумме оснований

$$MN = \frac{a + b}{2}$$

$$2,2 = \frac{2,5 + x}{2}$$

$$2,5 + x = 4,4$$

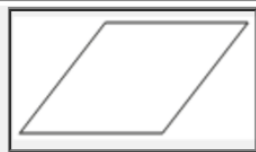
$$x = 1,9$$

Ответ: 1,9

16

Прототип (картинка)

Один из углов ромба равен 99° . Найдите меньший угол этого ромба. Ответ дайте в градусах.



C764EF

Прототип (условие)

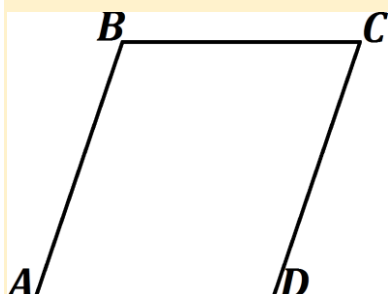
Один из углов ромба равен 99° . Найдите меньший угол этого ромба. Ответ дайте в градусах.



Прототип (решение)

Ромб – частный случай параллелограмма, поэтому воспользуемся свойством параллелограмма:

СВОЙСТВО ПАРАЛЛЕЛОГРАММА



В параллелограмме сумма углов, прилежащих к любой стороне, равна 180°

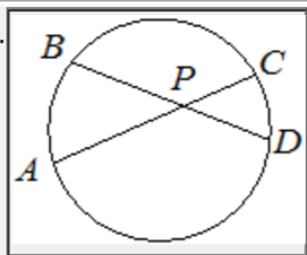
$$180 - 99 = 81^\circ$$

Ответ: 81

17

Прототип (картинка)

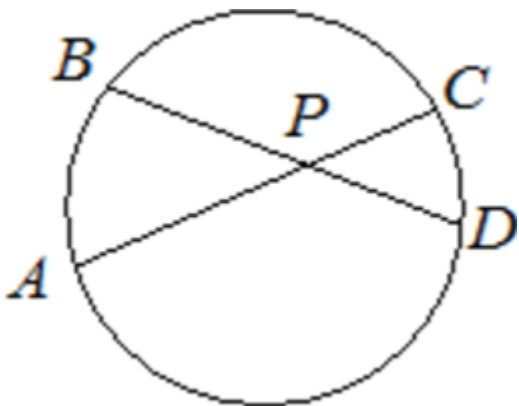
Хорды AC и BD окружности пересекаются в точке P , $BP = 15$, $CP = 6$, $DP = 10$.
Найдите AP .



775913

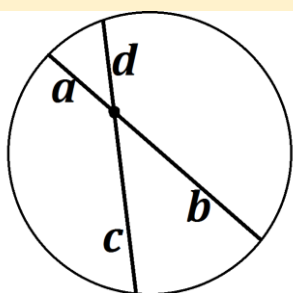
Прототип (условие)

Хорды AC и BD окружности пересекаются в точке P , $BP = 15$,
 $CP = 6$, $DP = 10$. Найдите AP .



Прототип (решение)

СВОЙСТВО ХОРД



$$a \cdot b = c \cdot d$$

$$AP \cdot CP = BP \cdot DP$$

$$AP \cdot 6 = 15 \cdot 10$$

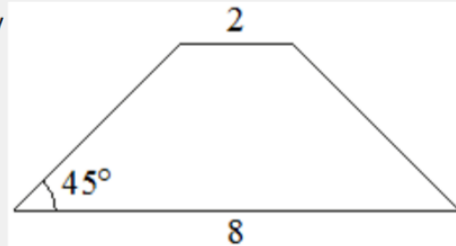
$$AP = 150 : 6 = 25$$

Ответ: 25

18

Прототип (картинка)

В равнобедренной трапеции основания равны 2 и 8, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45° . Найдите площадь этой трапеции.

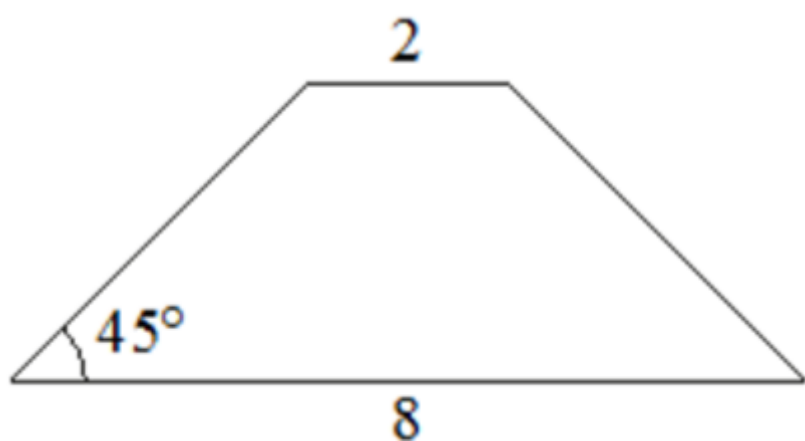


AC6781

Прототип (условие)

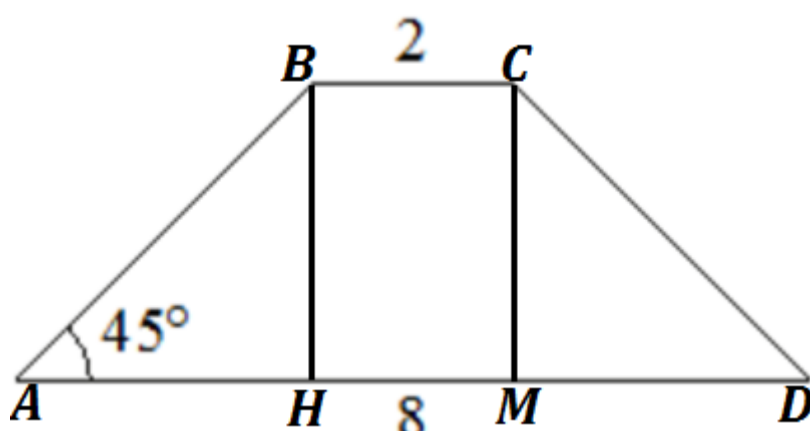
В равнобедренной трапеции основания равны 2 и 8, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45° .

Найдите площадь этой трапеции.

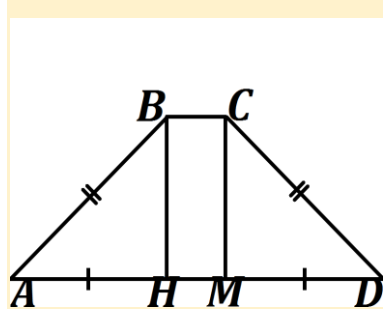


Прототип (решение)

Опустим вторую высоту и обозначим вершины трапеции точками:



СВОЙСТВО ТРАПЕЦИИ



$$AH = DM$$

$$AH = DM = \frac{AD - BC}{2} = \frac{8 - 2}{2} = 3$$

СУММА УГЛОВ

Сумма углов треугольника 180°

Сумма углов четырёхугольника 360°

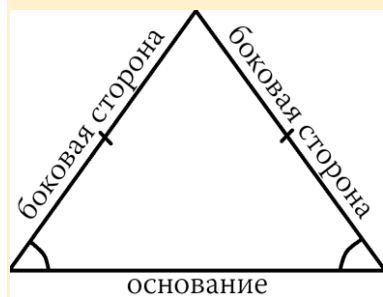
Сумма углов пятиугольника 540°

Сумма углов шестиугольника 720°

Сумма углов n -угольника $180 \cdot (n - 2)^\circ$

$$\angle ABH = 180 - 90 - 45 = 45^\circ$$

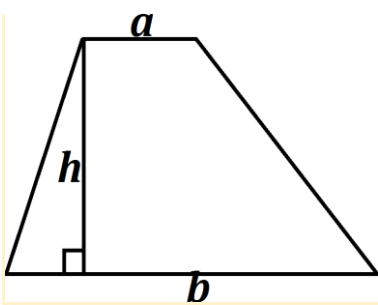
ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА



Равнобедренный треугольник – это треугольник, у которого две стороны равны и углы при основании равны

$$BH = AH = 3$$

ПЛОЩАДЬ ТРАПЕЦИИ



$$S = \frac{a + b}{2} \cdot h$$

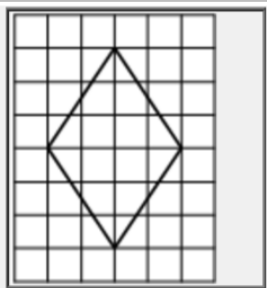
$$S = \frac{2 + 8}{2} \cdot 3 = 15$$

Ответ: 15

19

Прототип (картинка)

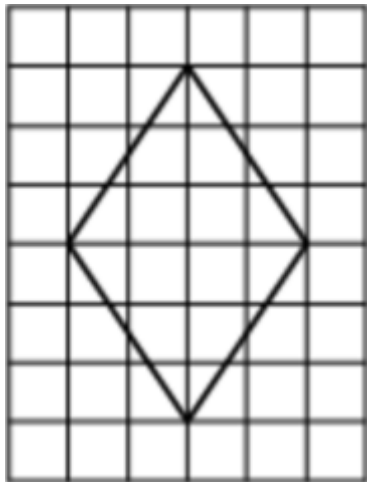
На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите площадь этого ромба.



F519DD

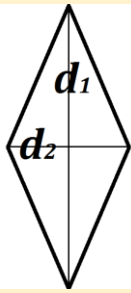
Прототип (условие)

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите площадь этого ромба.



Прототип (решение)

ПЛОЩАДЬ РОМБА (ЧЕРЕЗ ДИАГОНАЛИ)



$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

$$S = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12$$

Ответ: 12

20

Прототип (картинка)

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 2) В тупоугольном треугольнике все углы тупые.
- 3) Любой квадрат является прямоугольником.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.



АЕВ2F0

Прототип (условие)

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 2) В тупоугольном треугольнике все углы тупые.
- 3) Любой квадрат является прямоугольником.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

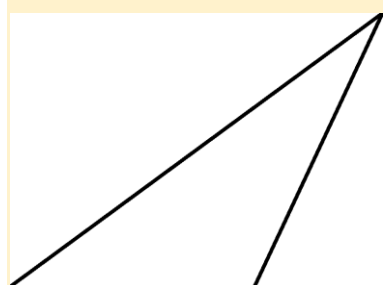
Прототип (решение)

1) Верно



2) Неверно

ТУПОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК



Есть тупой угол

3) Верно

ПРИЗНАК ПРЯМОУГОЛЬНИКА

Если в параллелограмме диагонали равны, то он — прямоугольник

Потому что в любом квадрате равны диагонали и все углы 90°

Ответ: 13

21

Прототип (картинка)

Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} - 3 = 0$.



29978C

Решите уравнение

$$\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} - 3 = 0.$$

Прототип (решение)

$$\left(\frac{1}{x-1}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{x-1} - 3 = 0$$

Пусть $\frac{1}{x-1} = t$:

$$t^2 + 2t - 3 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 16$$

$$t_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = 1$$

$$\frac{1}{x-1} = 1$$

$$x-1 = 1$$

$$x = 2$$

$$t_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = -3$$

$$\frac{1}{x-1} = -3$$

$$-3x + 3 = 1$$

$$-3x = -2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

Ответ: $\frac{2}{3}$; 2

22

Прототип (картинка)

Баржа прошла по течению реки 40 км и, повернув обратно, прошла ещё 30 км, затратив на весь путь 5 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

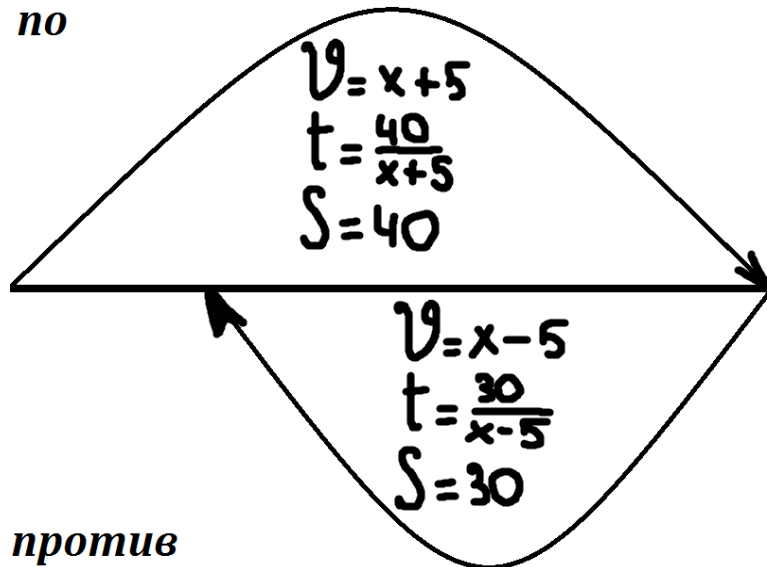


E9F0F7

Прототип (условие)

Баржа прошла по течению реки 40 км и, повернув обратно, прошла ещё 30 км, затратив на весь путь 5 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Прототип (решение)

по**против**

$$t_{\text{туда}} + t_{\text{обратно}} = 5$$

$$\frac{40}{x+5} + \frac{30}{x-5} = 5$$

$$\frac{40(x-5) + 30(x+5)}{(x-5)(x+5)} = \frac{5}{1}$$

$$\frac{40x - 200 + 30x + 150}{x^2 - 25} = \frac{5}{1}$$

$$\frac{70x - 50}{x^2 - 25} = \frac{5}{1} \quad | :5$$

$$\frac{14x - 10}{x^2 - 25} = \frac{1}{1}$$

$$x^2 - 25 = 14x - 10$$

$$x^2 - 14x - 15 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 196 + 60 = 256 = 16^2$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{14 + 16}{2} = 15$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{14 - 16}{2} = -1 \text{ (не подходит)}$$

Ответ: 15

23

Прототип (картинка)

Постройте график функции

$$y = |x^2 - 9|.$$

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?



B50355

Прототип (условие)

Постройте график функции

$$y = |x^2 - 9|.$$

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

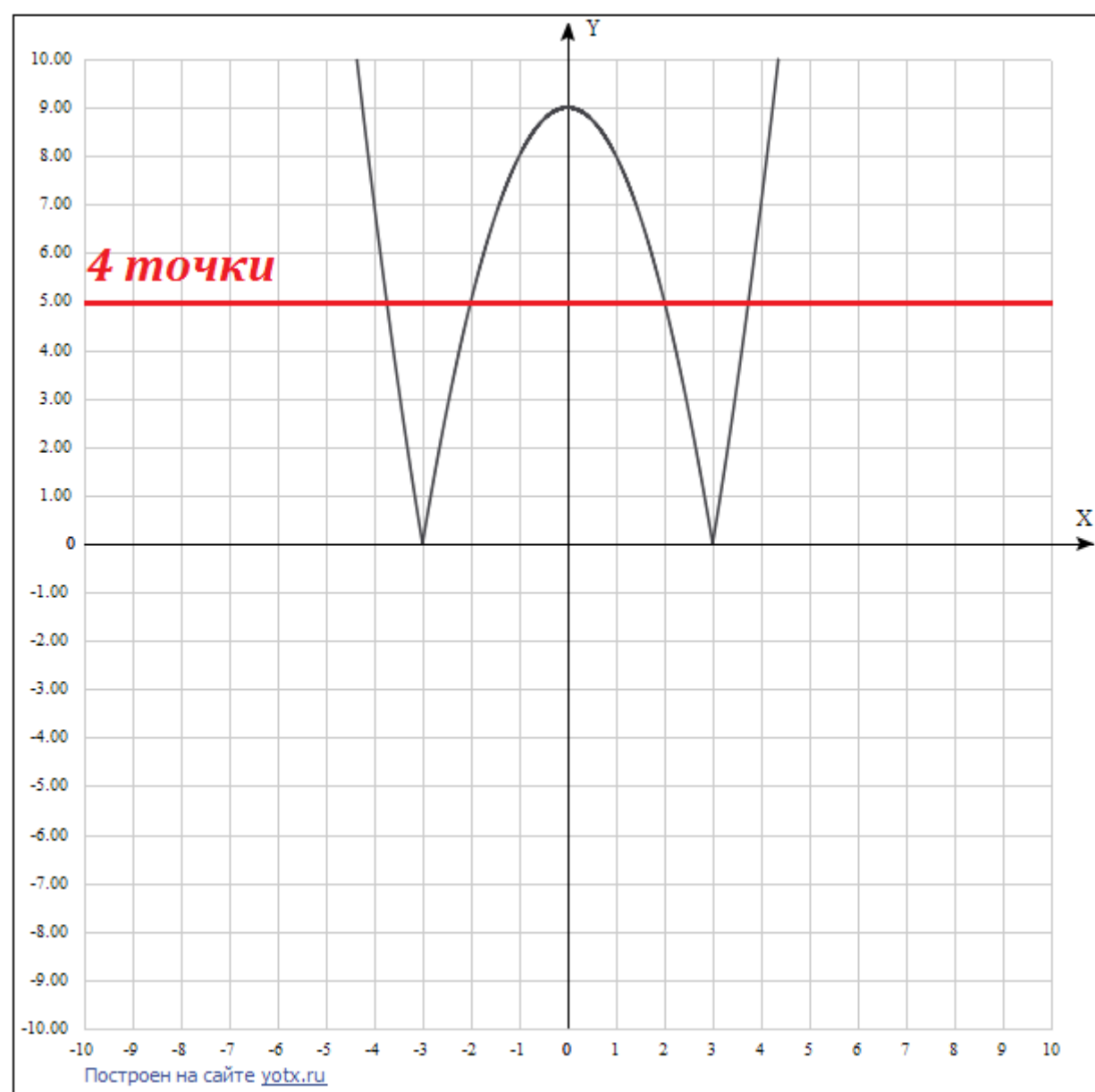
Прототип (решение)

Модуль даёт отражение параболы относительно оси Ox

Заполним таблицу значений функции:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	7	0	5	8	9	8	5	0	7

Построим график:



При $y \in (0; 9)$ прямая, параллельная оси абсцисс имеет с графиком 4 общие точки

Ответ: 4

24

Прототип (картинка)

Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 30° и 120° , а $CD = 25$.

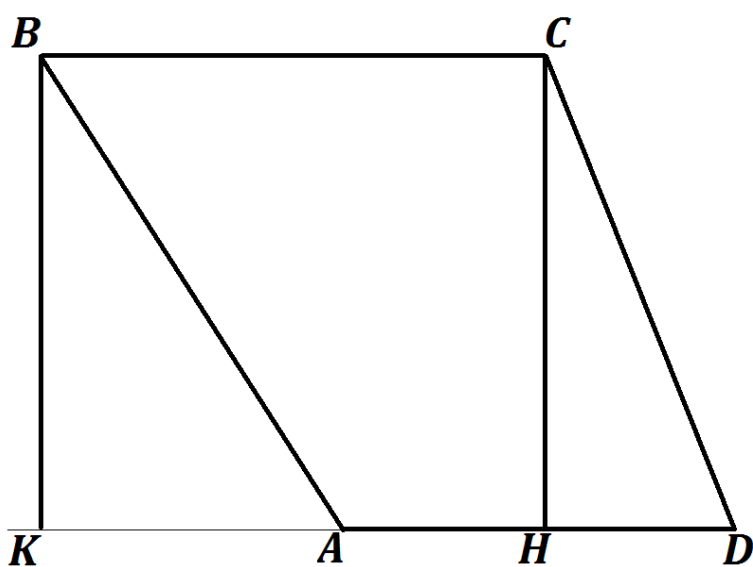


92214F

Прототип (условие)

Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 30° и 120° , а $CD = 25$.

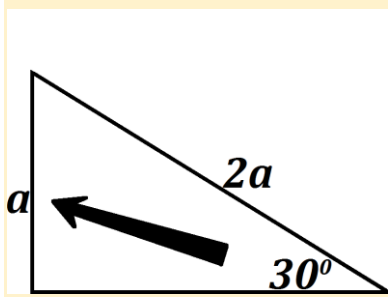
Прототип (решение)



Опустим высоты CH и BK :

$$\angle DCH = 120 - 90 = 30^\circ$$

СВОЙСТВО ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

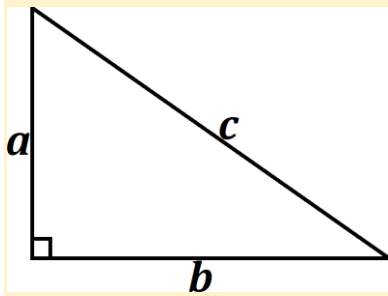


Катет, лежащий напротив угла 30° , равен половине гипотенузы

$$DH = \frac{1}{2} \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 25 = \frac{25}{2}$$

Найдём CH по теореме Пифагора:

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА



Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$CD^2 = DH^2 + CH^2$$

$$625 = \frac{625}{4} + CH^2$$

$$CH^2 = \frac{3 \cdot 625}{4}$$

$$CH = \frac{25\sqrt{3}}{2} = BK$$

$\angle BAK = \angle ABC = 30^\circ$ – накрест лежащие

$$AB = 2BK = 2 \cdot \frac{25\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3} \text{ (по свойству о } 30^\circ)$$

Ответ: $25\sqrt{3}$

25

Прототип (картинка)

Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках P и Q соответственно. Докажите, что отрезки BP и DQ равны.

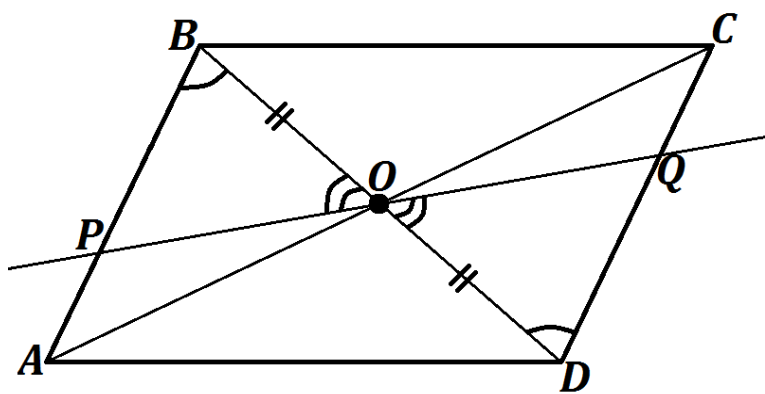


B609A6

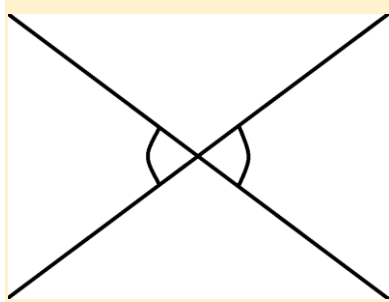
Прототип (условие)

Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках P и Q соответственно. Докажите, что отрезки BP и DQ равны.

Прототип (решение)



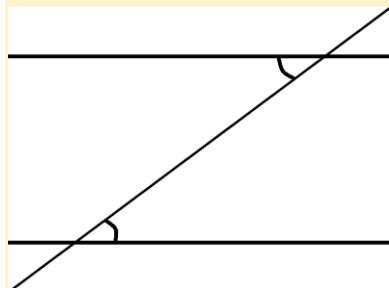
ВЕРТИКАЛЬНЫЕ УГЛЫ



Равны

$\angle BOP = \angle DOQ$ (т.к. это вертикальные углы)

НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ УГЛЫ



Равны при параллельных прямых (первый признак параллельности прямых)

$\angle PBO = \angle QDO$ (т.к. это накрест лежащие углы при параллельных прямых AB и CD и секущей BD)

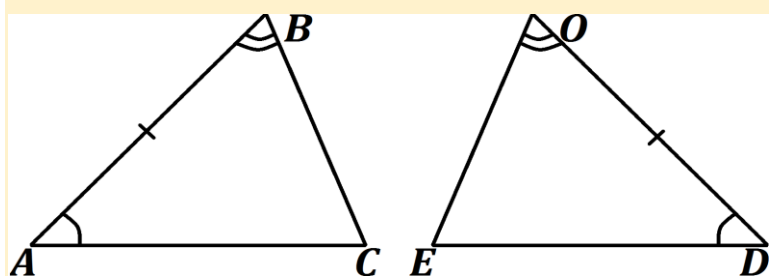
ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

Четырёхугольник является параллелограммом:

- 1) Если две стороны равны и параллельны
- 2) Если противоположные углы попарно равны
- 3) Если противоположные стороны попарно равны
- 4) Если все противоположные стороны попарно параллельны
- 5) Если диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам
- 6) Если сумма соседних углов равна 180 градусов
- 7) Если сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов всех сторон
- 8) Если сумма расстояний между серединами противоположных сторон выпуклого четырёхугольника равна его полупериметру

$$BO = DO \text{ (по свойству параллелограмма)}$$

ВТОРОЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ (ПО СТОРОНЕ И ДВУМ ПРИЛЕЖАЩИМ К НЕЙ УГЛАМ)



Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны

$\triangle BOP = \triangle DOQ$ по стороне и двум прилежащим к ней углам

$$\begin{pmatrix} BO = DO \\ \angle BOP = \angle DOQ \\ \angle ABO = \angle QDO \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow BP = DQ$ (т.к. в равных треугольниках все соответственные элементы равны)

■

26

Прототип (картинка)

В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 120, а площадь равна 540, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

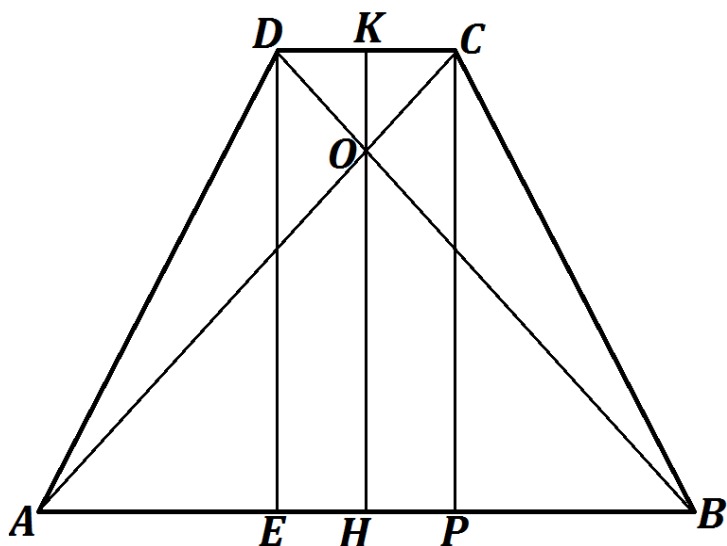


22C756

Прототип (условие)

В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 120, а площадь равна 540, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Прототип (решение)



1

Пусть

A, B, C и D – вершины трапеции

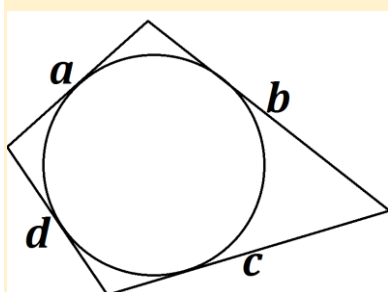
$AC \cap BD = O$

E и P – основания перпендикуляров на AB

KH – высота трапеции, проходящая через точку O

KO – ?

СВОЙСТВО ЧЕТЫРЁУГОЛЬНИКА, В КОТОРЫЙ ВПИСАНА ОКРУЖНОСТЬ



$$a + c = b + d$$

$AD + BC = CD + AB = 60$ (по свойству четырёхугольника, в который вписана окружность)

$AD = BC = 30$ (т.к. трапеция - равнобедренная)

2

$$S_{ABCD} = \frac{AB + CD}{2} \cdot DE$$

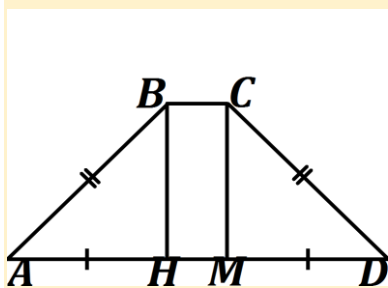
$$540 = \frac{60}{2} \cdot DE$$

$$DE = 18 = KH = CP$$

$AE = \sqrt{AD^2 - DE^2}$ (по теореме Пифагора из $\triangle ADE$)

$$AE = \sqrt{30^2 - 18^2} = \sqrt{900 - 324} = \sqrt{576} = 24$$

СВОЙСТВО РАВНОБЕДРЕННОЙ ТРАПЕЦИИ



$$AH = DM$$

$BP = AE = 24$ (по свойству равнобедренной трапеции)

$CDEP$ – прямоугольник

$\Rightarrow CD = EP$

$$CD + AB = 60$$

$$CD + AE + CD + BP = 60$$

$$2CD + 48 = 60$$

$$2CD = 12$$

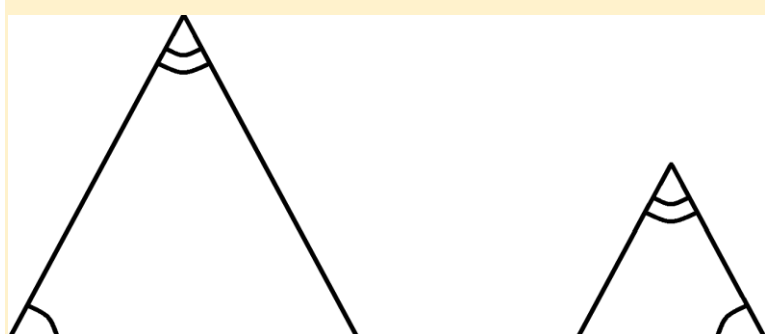
$$CD = 6$$

$$AB = 60 - CD = 60 - 6 = 54$$

3

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ

(ПО ДВУМ УГЛАМ)



Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны

$\triangle COD \sim \triangle AOB$ по двум углам

($\angle COD = \angle AOB$ – вертикальные)
($\angle DCO = \angle OAB$ – накрест лежащие)

Запишем отношение сходственных сторон и высот подобных треугольников

$$\frac{CD}{AB} = \frac{KO}{OH}$$

$$\frac{6}{54} = \frac{KO}{OH}$$

$$\frac{1}{9} = \frac{KO}{OH}$$

Пусть

$$KO = x$$

$$OH = 9x$$

Тогда

$$KH = 10x = 18$$

$$x = 1,8 = KO$$

Ответ: 1,8