

# 1

Прототип (картинка)

Найдите значение выражения  $\frac{9,4}{4,1 + 5,3}$ .



89E84E

Прототип (условие)

Найдите значение выражения

$$\frac{9,4}{4,1 + 5,3}$$

Прототип (решение)

$$\frac{9,4}{4,1 + 5,3} = \frac{9,4}{9,4} = 1$$

Ответ: 1

# 2

Прототип (картинка)

В таблице приведены нормативы по отжиманиям от пола для учащихся 10 класса.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Количество раз	32	27	22	20	15	10

Какую отметку получит девочка, сделавшая 13 отжиманий?

- 1) отметка «5»
- 2) отметка «4»
- 3) отметка «3»
- 4) норматив не выполнен



E2C0A6

Прототип (условие)

В таблице приведены нормативы по отжиманиям от пола для учащихся 10 класса.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Количество раз	32	27	22	20	15	10

Какую отметку получит девочка, сделавшая 13 отжиманий?

- 1) отметка «5»
- 2) отметка «4»
- 3) отметка «3»
- 4) норматив не выполнен

Прототип (решение)

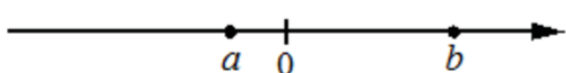
- Заслуживает ли она «4»?
- Нет, она отжалась не настолько много раз

Ответ: 3

# 3

Прототип (картинка)

На координатной прямой отмечены числа  $a$  и  $b$ .



Какое из приведённых утверждений для этих чисел **неверно**?

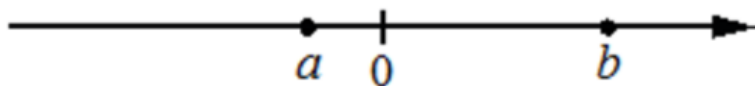
- 1)  $a + b > 0$
- 2)  $a - b < 0$
- 3)  $ab > 0$
- 4)  $ab^2 < 0$



819E97

Прототип (условие)

На координатной прямой отмечены числа  $a$  и  $b$ .



Какое из приведённых утверждений для этих чисел **неверно**?

- 1)  $a + b > 0$
- 2)  $a - b < 0$
- 3)  $ab > 0$
- 4)  $ab^2 < 0$

Прототип (решение)

Пусть:

$$a = -1$$

$$b = 3$$

- 1)  $-1 + 3 > 0$
- 2)  $-1 - 3 < 0$
- 3)  $(-1) \cdot 3 > 0$
- 4)  $(-1) \cdot 3^2 < 0$

Ответ: 3

# 4

Прототип (картинка)

Какое из данных ниже чисел является значением выражения  $\sqrt{27} + \sqrt{12}$  ?

- 1)  $\sqrt{39}$
- 2)  $13\sqrt{3}$
- 3)  $\sqrt{15}$
- 4)  $5\sqrt{3}$



82D4F4

Прототип (условие)

Какое из данных ниже чисел является значением выражения  $\sqrt{27} + \sqrt{12}$ ?

- 1)  $\sqrt{39}$
- 2)  $13\sqrt{3}$
- 3)  $\sqrt{15}$
- 4)  $5\sqrt{3}$

Прототип (решение)

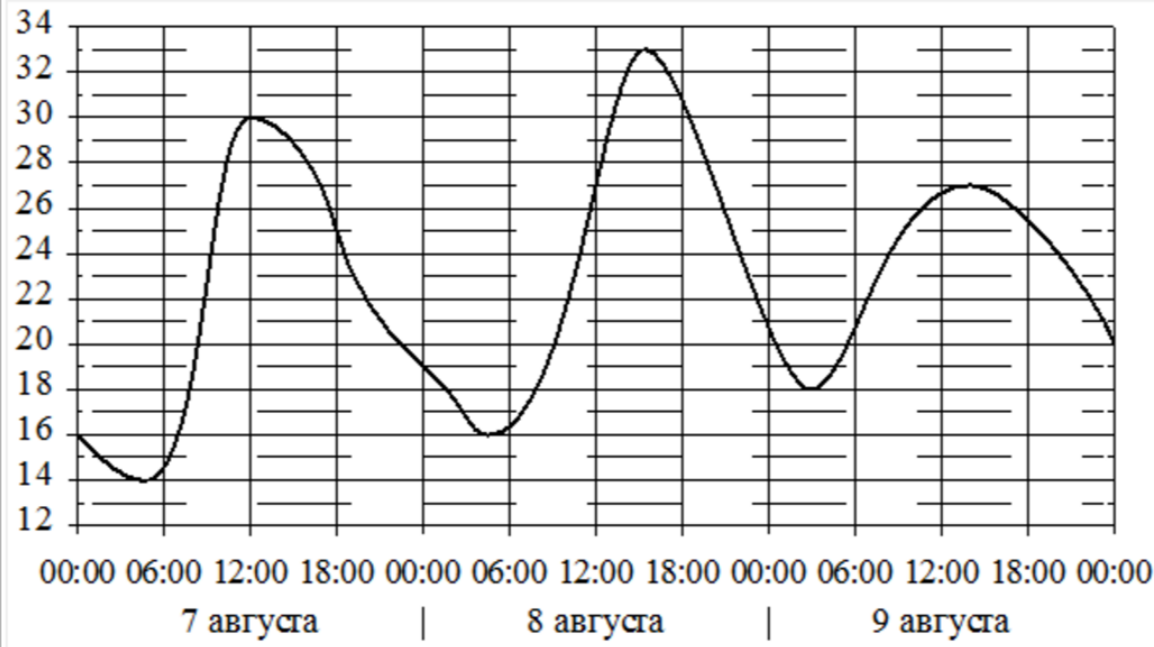
$$\sqrt{27} + \sqrt{12} = \sqrt{9 \cdot 3} + \sqrt{4 \cdot 3} = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

Ответ: 4

# 5

Прототип (картинка)

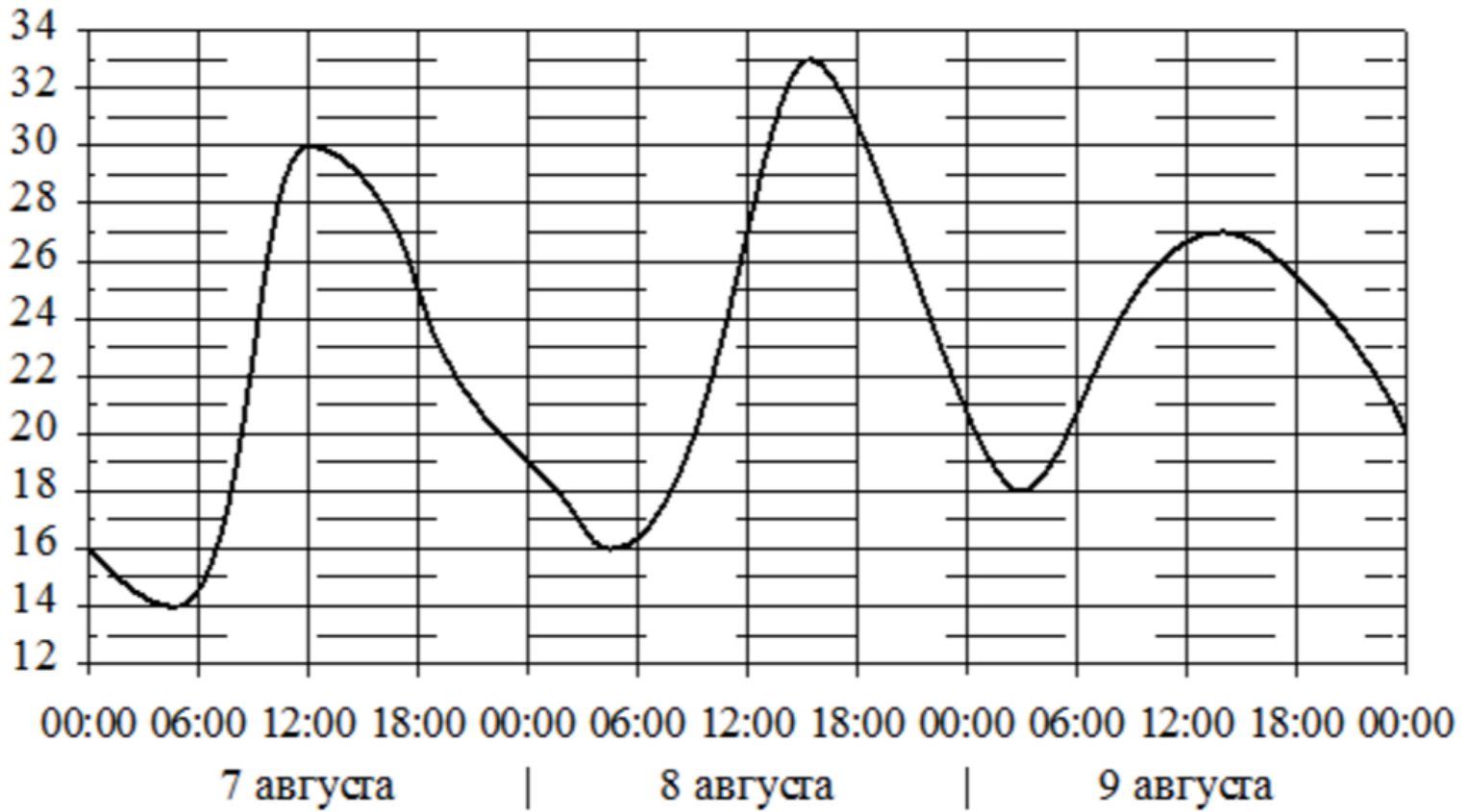
На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику наименьшую температуру воздуха 8 августа. Ответ дайте в градусах Цельсия.



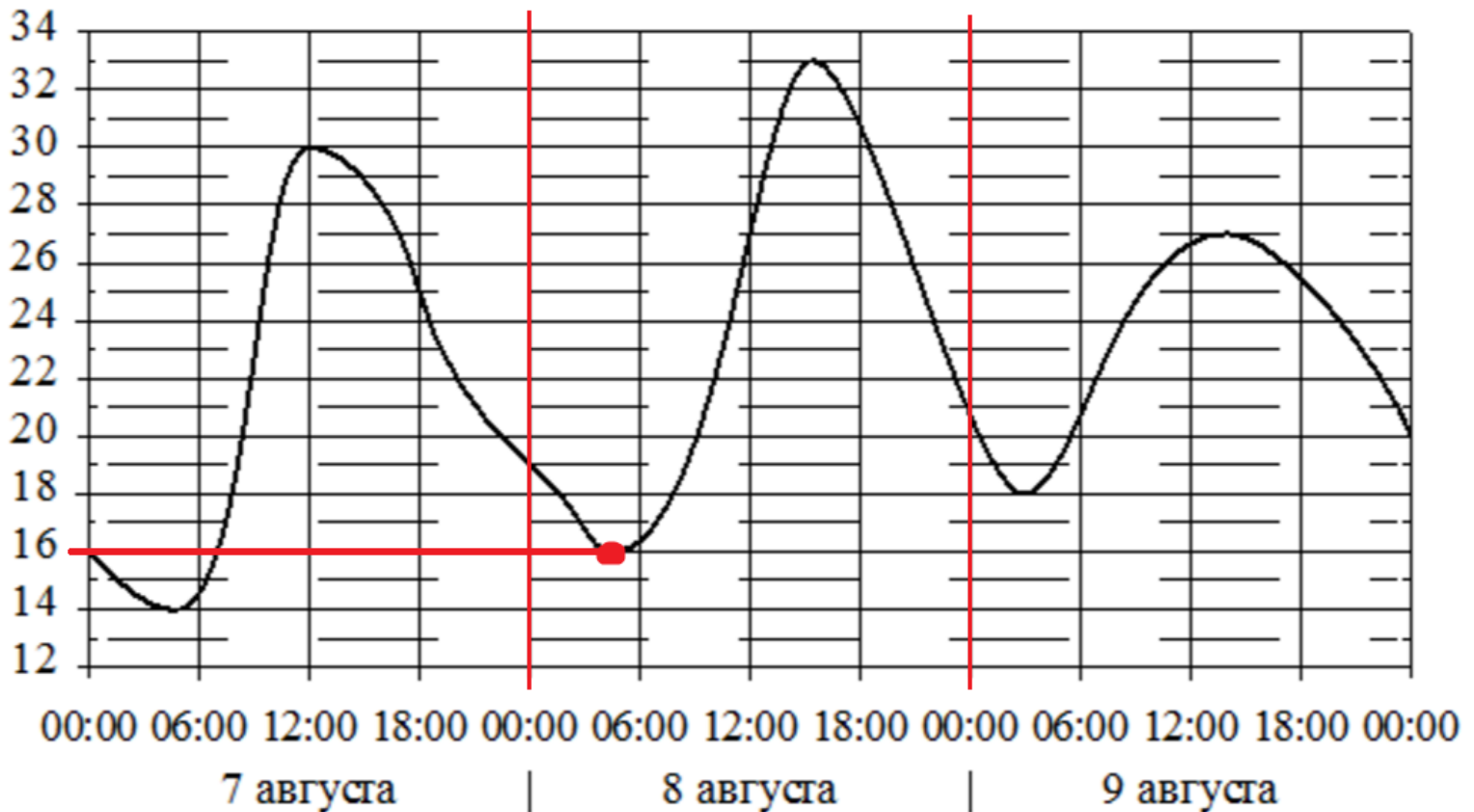
E2C792

Прототип (условие)

На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику наименьшую температуру воздуха 8 августа. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Прототип (решение)



Ответ: 16

# 6

Прототип (картинка)

Найдите корень уравнения  $3x + 3 = 5x$ .



ВЕС321

Прототип (условие)

Найдите корень уравнения

$$3x + 3 = 5x.$$

Прототип (решение)

С иксом влево, без икса вправо:

$$3x - 5x = -3$$

$$-2x = -3$$

$$x = \frac{-3}{-2} = 1,5$$

Ответ: 1,5

# 7

Прототип (картинка)

Принтер печатает одну страницу за 12 секунд. Сколько страниц можно напечатать на этом принтере за 8 минут?



858888

Прототип (условие)

Принтер печатает одну страницу за 12 секунд. Сколько страниц можно напечатать на этом принтере за 8 минут?

Прототип (решение)

8 минут это 480 секунд

1 стр. – 12 сек.

$x$  стр. – 480 сек.

$$x = \frac{480 \cdot 1}{12} = 40$$

Ответ: 40

# 8

Прототип (картинка)

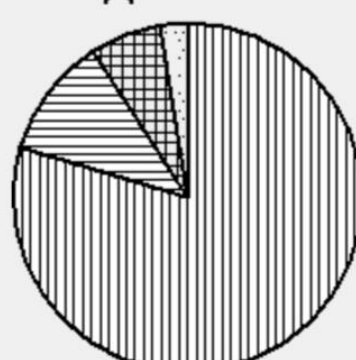
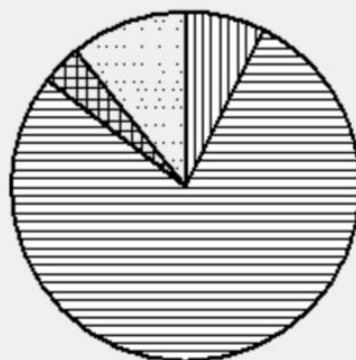
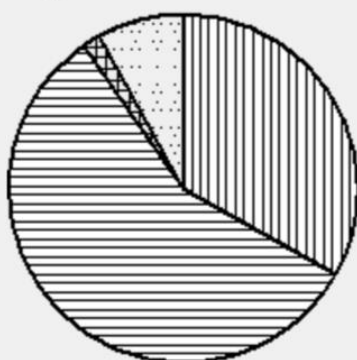
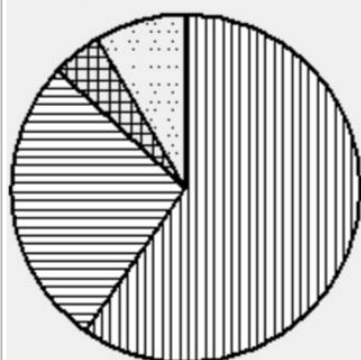
На диаграммах показано распределение земель по категориям Уральского, Приволжского, Южного и Дальневосточного федеральных округов. Определите по диаграммам, в каком округе доля земель сельскохозяйственного назначения наименьшая.

Уральский ФО

Приволжский ФО

Южный ФО

Д-В. ФО



Земли лесного фонда

Земли сельскохозяйственного назначения

Земли запаса

Прочие земли\*

\*Прочие земли — это земли поселений; земли промышленности и иного специального назначения; земли особо охраняемых территорий и объектов

- 1) Уральский ФО
- 2) Приволжский ФО
- 3) Южный ФО
- 4) Дальневосточный ФО

В ответе запишите номер выбранного варианта ответа.



8EE421

Прототип (условие)

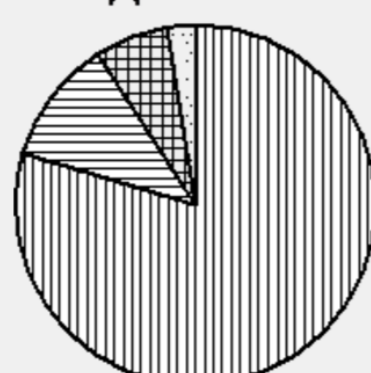
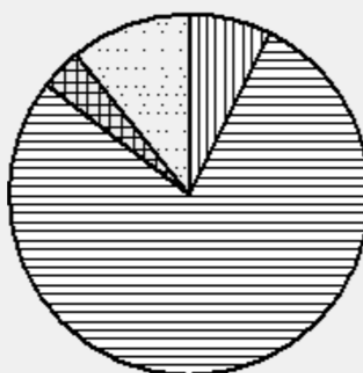
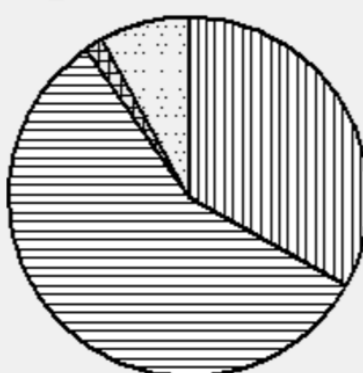
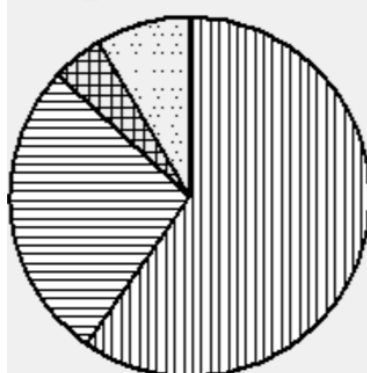
На диаграммах показано распределение земель по категориям Уральского, Приволжского, Южного и Дальневосточного федеральных округов. Определите по диаграммам, в каком округе доля земель сельскохозяйственного назначения наименьшая.

Уральский ФО

Приволжский ФО

Южный ФО

Д-В. ФО



Земли лесного фонда

Земли сельскохозяйственного назначения

Земли запаса

Прочие земли\*

\*Прочие земли – это земли поселений; земли промышленности и иного специального назначения; земли особо охраняемых территорий и объектов

- 1) Уральский ФО
- 2) Приволжский ФО
- 3) Южный ФО
- 4) Дальневосточный ФО

В ответе запишите номер выбранного варианта ответа.

Прототип (решение)

Ищем наименьшее количество «горизонтальных полос»

Ответ: 4

# 9

Прототип (картинка)

В магазине канцтоваров продаётся 84 ручки, из них 22 красных, 9 зелёных, 41 фиолетовая, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или фиолетовой.



050024

Прототип (условие)

В магазине канцтоваров продаётся 84 ручки, из них 22 красных, 9 зелёных, 41 фиолетовая, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или фиолетовой.

Прототип (решение)

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

Вероятность – это отношение благоприятных исходов ко всем исходам

$$p = \frac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$$

$$p = \frac{22 + 41}{84} = \frac{63}{84} = \frac{3}{4} = 0,75$$

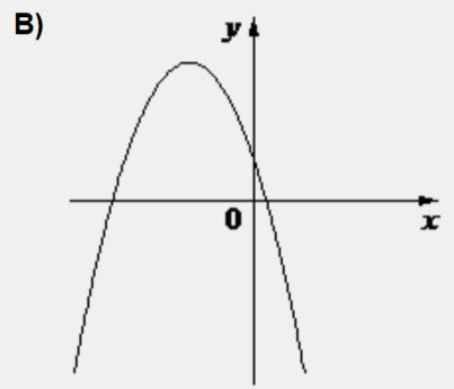
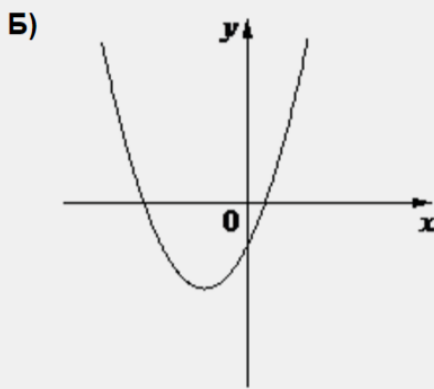
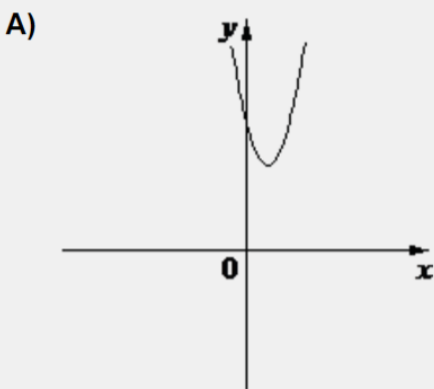
Ответ: 0,75

# 10

Прототип (картинка)

На рисунках изображены графики функций вида  $y = ax^2 + bx + c$ . Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов  $a$  и  $c$ .

### ГРАФИКИ



### КОЭФФИЦИЕНТЫ

1)  $a > 0, c < 0$

2)  $a < 0, c > 0$

3)  $a > 0, c > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.



F4CC28

Прототип (условие)

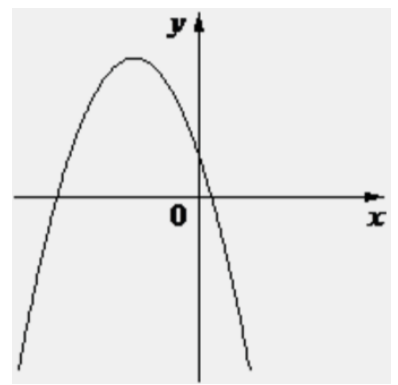
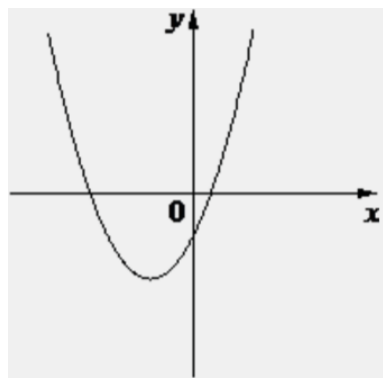
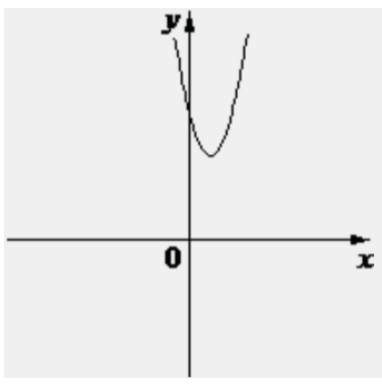
На рисунках изображены графики функций вида  $y = ax^2 + bx + c$ . Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов  $a$  и  $c$ .

### ГРАФИКИ

А)

Б)

В)



**КОЭФФИЦИЕНТЫ**

1)

$a > 0, c < 0$

2)

$a < 0, c > 0$

3)

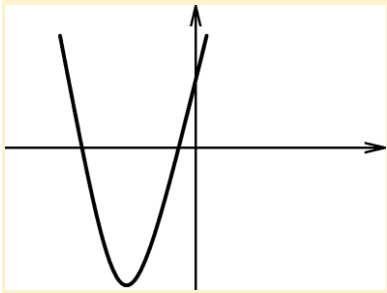
$a > 0, c > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Прототип (решение)

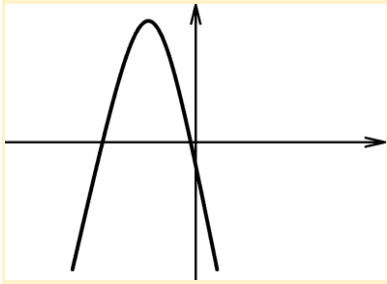
**ВЕТВИ ВВЕРХ**

$a > 0$



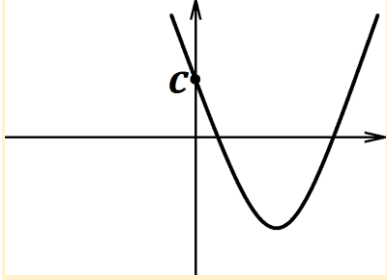
**ВЕТВИ ВНИЗ**

$a < 0$



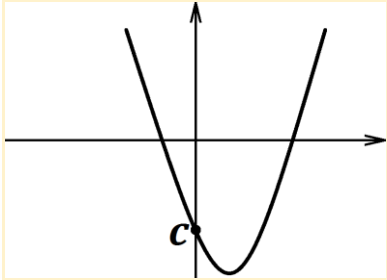
**ПАРАБОЛА ПЕРЕСЕКАЕТ ОСЬ У СВЕРХУ**

$c > 0$



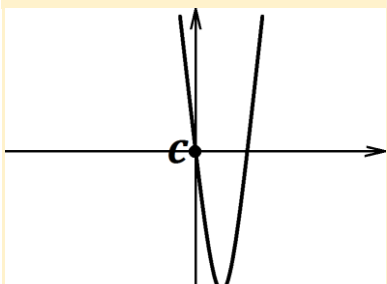
**ПАРАБОЛА ПЕРЕСЕКАЕТ ОСЬ У СНИЗУ**

$c < 0$



**ПАРАБОЛА ПЕРЕСЕКАЕТ ОСЬ У В НАЧАЛЕ КООРДИНАТ**

$c = 0$



А	Б	В
3	1	2

Ответ: 312

# 11

Прототип (картинка)

Выписаны первые три члена геометрической прогрессии:

– 1024; – 256; – 64; ...

Найдите сумму первых пяти её членов.



9E3EDA

Прототип (условие)

Выписаны первые три члена геометрической прогрессии:

-1024; -256; -64; ...

Найдите сумму первых пяти её членов.

Прототип (решение)

## **ЗНАМЕНАТЕЛЬ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ**

$$q = \frac{b_{n+1}(\text{следующий})}{b_n(\text{предыдущий})}$$

$$q = \frac{-64}{-256} = \frac{1}{4}$$

Найдём следующие члены прогрессии:

-1024; -256; -64; -16; -4; ...

Найдём сумму:

$$S_n = -1024 - 256 - 64 - 16 - 4 = -1364$$

Ответ: -1364

# 12

Прототип (картинка)

Найдите значение выражения  $\frac{4a}{a+b} \cdot \frac{ab+b^2}{16a}$  при  $a = 9,2$ ,  $b = 18$ .



773397

Прототип (условие)

Найдите значение выражения

$$\frac{4a}{a+b} \cdot \frac{ab+b^2}{16a}$$

при  $a = 9,2$ ,  $b = 18$ .

Прототип (решение)

Вынесем общий множитель за скобку:

$$\frac{4a}{a+b} \cdot \frac{ab+b^2}{16a} = \frac{4a}{a+b} \cdot \frac{b(a+b)}{16a} = \frac{b}{4} = \frac{18}{4} = 4,5$$

Ответ: 4,5



# 13

Прототип (картинка)

Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула

$t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$ , где  $t_C$  — температура в градусах Цельсия,  $t_F$  — температура в градусах Фаренгейта.

Скольким градусам

по шкале Цельсия соответствует  $-67$  градусов по шкале Фаренгейта?



916711

Прототип (условие)

Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу

Цельсия позволяет формула  $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$ , где  $t_C$  —

температура в градусах Цельсия,  $t_F$  — температура в градусах

Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия

соответствует  $-67$  градусов по шкале Фаренгейта?

Прототип (решение)

Требуется найти температуру по шкале Цельсия

$$t_C = \frac{5}{9}(-67 - 32) = \frac{5}{9} \cdot (-99) = -55$$

Ответ:  $-55$

# 14

Прототип (картинка)

Укажите решение неравенства

$$9x - 4(x - 7) \geq -3.$$

- 1)  $[5; +\infty)$
- 2)  $(-\infty; -6,2]$
- 3)  $[-6,2; +\infty)$
- 4)  $(-\infty; 5]$



E1EC21

Прототип (условие)

Укажите решение неравенства

$$9x - 4(x - 7) \geq -3.$$

- 1)  $[5; +\infty)$
- 2)  $(-\infty; -6,2]$
- 3)  $[-6,2; +\infty)$
- 4)  $(-\infty; 5]$

Прототип (решение)

Раскроем скобки:

$$9x - 4x + 28 \geq -3$$

С иксом влево, без икса вправо:

$$9x - 4x \geq -3 - 28$$

$$5x \geq -31 \quad | :5$$

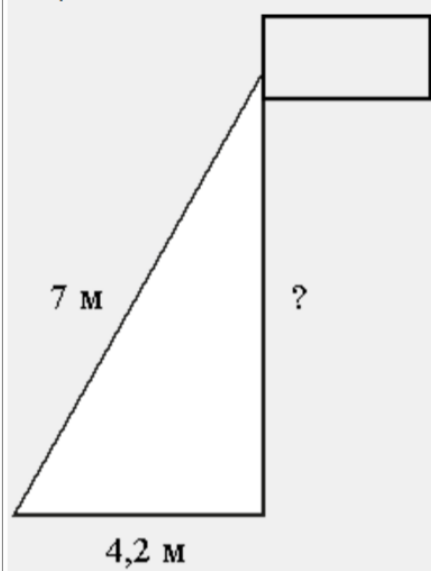
$$x \geq -6,2$$

Ответ: 3

# 15

Прототип (картинка)

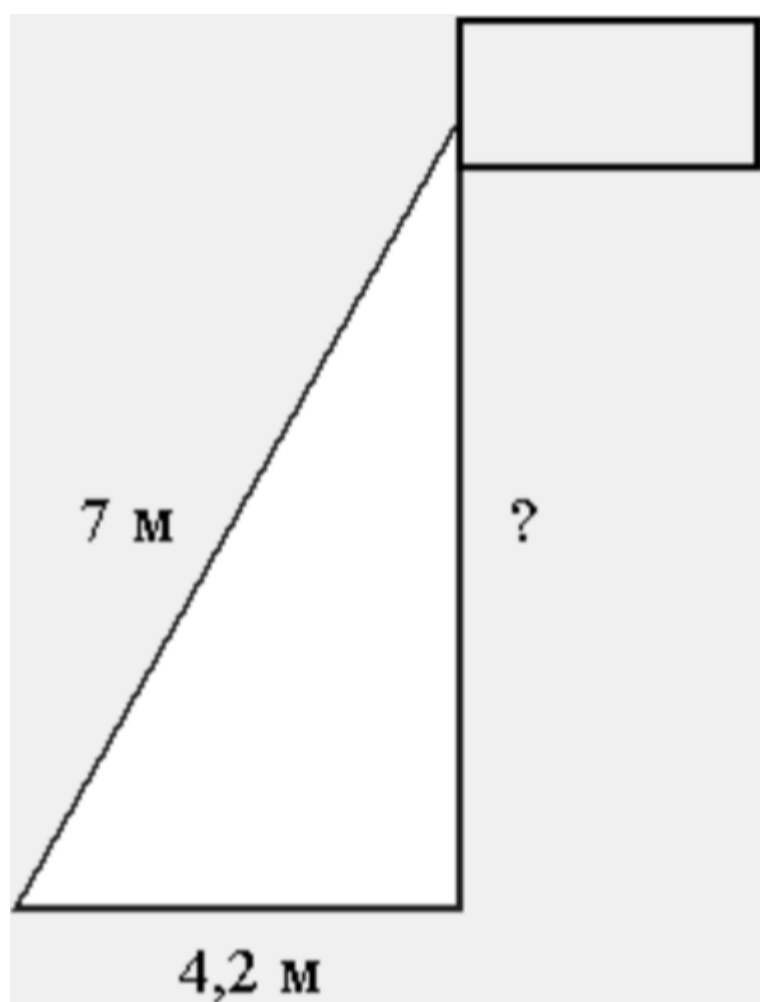
Флагшток удерживается в вертикальном положении при помощи троса. Расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле равно 4,2 м. Длина троса равна 7 м. Найдите расстояние от земли до точки крепления троса. Ответ дайте в метрах.



2B93AC

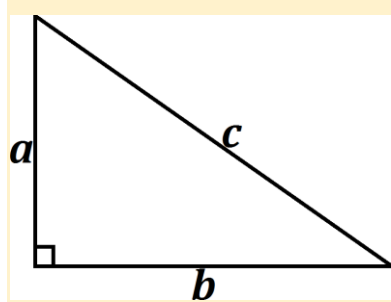
Прототип (условие)

Флагшток удерживается в вертикальном положении при помощи троса. Расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле равно 4,2 м. Длина троса равна 7 м. Найдите расстояние от земли до точки крепления троса. Ответ дайте в метрах.



Прототип (решение)

## ТЕОРЕМА ПИФАГОРА



Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$7^2 = 4,2^2 + a^2$$

$$49 = 17,04 + a^2$$

$$a^2 = 31,36$$

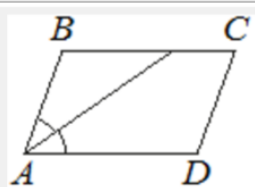
$$a = 5,6$$

Ответ: 5,6

# 16

Прототип (картинка)

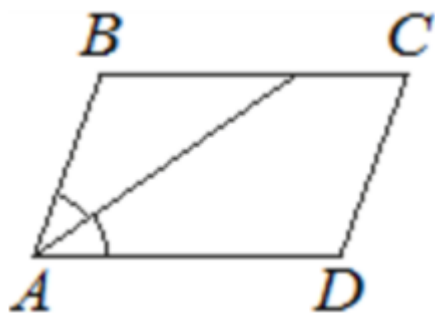
Найдите острый угол параллелограмма  $ABCD$ , если биссектриса угла  $A$  образует со стороной  $BC$  угол, равный  $15^\circ$ . Ответ дайте в градусах.



466CCD

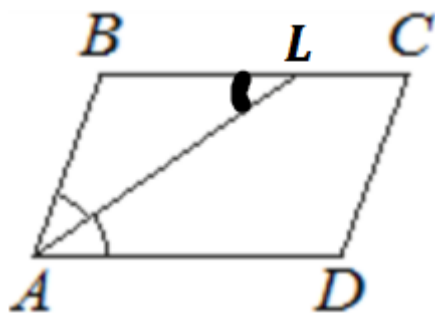
Прототип (условие)

Найдите острый угол параллелограмма  $ABCD$ , если биссектриса угла  $A$  образует со стороной  $BC$  угол, равный  $15^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

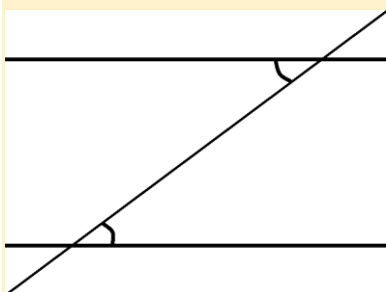


Прототип (решение)

Пусть  $AL$  – биссектриса



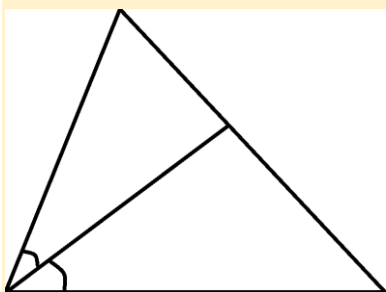
## НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ УГЛЫ



Равны при параллельных прямых (первый признак параллельности прямых)

$$\angle ALB = \angle DAL = 15^\circ$$

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ БИСЕКТРИСЫ



Биссектриса – это луч, делящий угол пополам

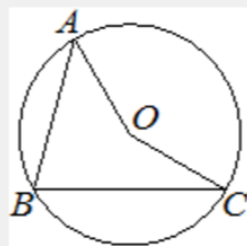
$$\angle BAD = 2\angle DAL = 2 \cdot 15 = 30^\circ$$

Ответ: 30

# 17

Прототип (картинка)

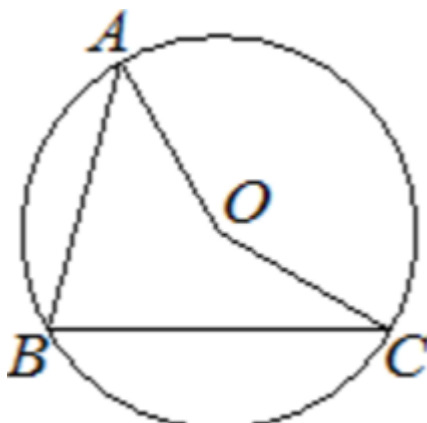
Точка  $O$  — центр окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Известно, что  $\angle ABC = 75^\circ$  и  $\angle OAB = 43^\circ$ .  
Найдите угол  $BCO$ . Ответ дайте в градусах.



A6485A

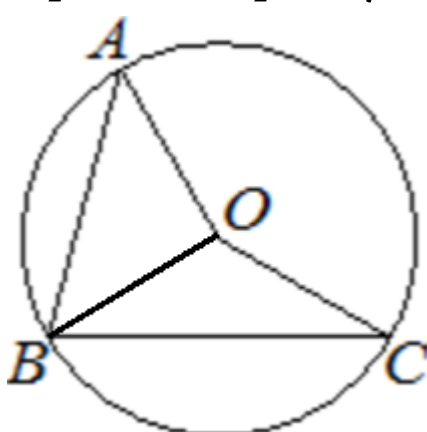
Прототип (условие)

Точка  $O$  — центр окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Известно, что  $\angle ABC = 75^\circ$  и  $\angle OAB = 43^\circ$ . Найдите угол  $BCO$ .  
Ответ дайте в градусах.



Прототип (решение)

Проведём радиус  $BO$ :



$\triangle AOB$  — равнобедренный, т.к.  $AO$  и  $BO$  — радиусы

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА



Равнобедренный треугольник — это треугольник, у которого две стороны равны и углы при основании равны

$$\angle OBA = \angle OAB = 43^\circ$$

$$\angle OBC = \angle ABC - \angle OBA = 75 - 43 = 32^\circ$$

$\triangle COB$  — равнобедренный, т.к.  $BO$  и  $CO$  — радиусы

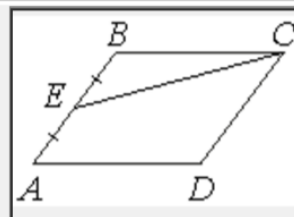
$$\angle BCO = \angle OBC = 32^\circ$$

Ответ: 32

# 18

Прототип (картинка)

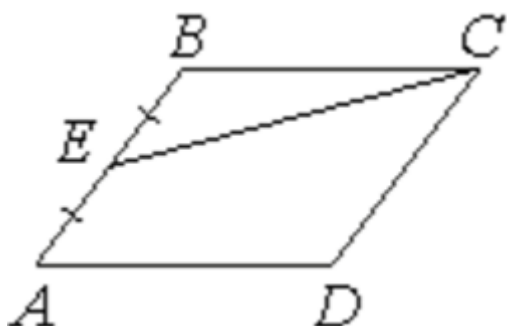
Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 132. Точка  $E$  — середина стороны  $AB$ .  
Найдите площадь треугольника  $CBE$ .



9A5992

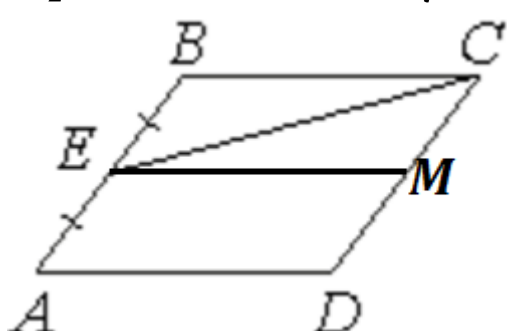
Прототип (условие)

Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 132. Точка  $E$  — середина стороны  $AB$ . Найдите площадь треугольника  $CBE$ .



Прототип (решение)

Проведём  $EM$  такую, что  $EM \parallel BC$ :



$EM$  делит параллелограмм на две равные по площади части

### ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

- 1) По двум сторонам и углу между ними
- 2) По стороне и двум, прилежащим к ней углам
- 3) По трём сторонам

$\triangle EBC = \triangle ECM$  по трём сторонам

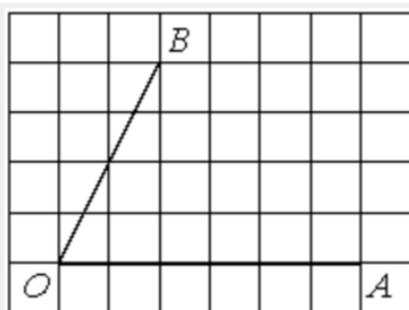
$$S_{CBE} = \frac{1}{4} S_{ABCD} = \frac{1}{4} \cdot 132 = 33$$

Ответ: 33

# 19

Прототип (картинка)

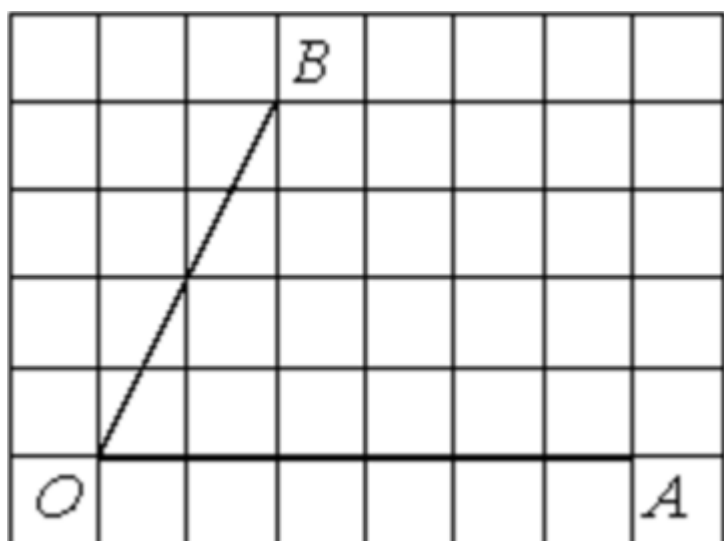
Найдите тангенс угла  $AOB$ , изображённого на рисунке.



48087E

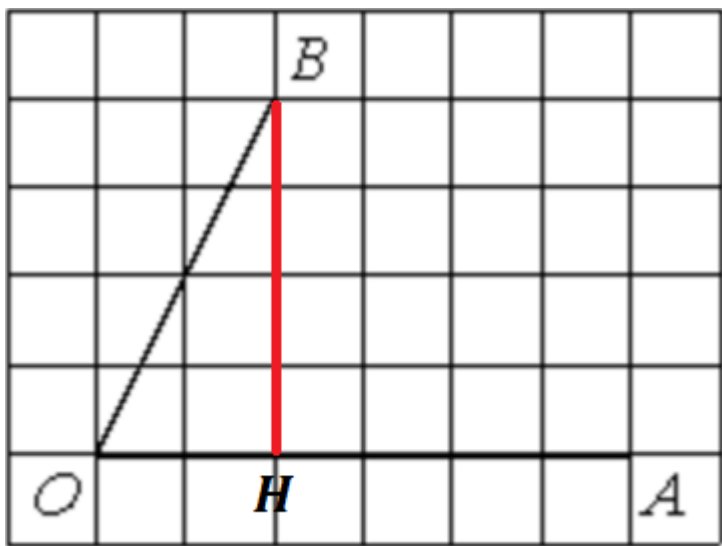
Прототип (условие)

Найдите тангенс угла  $AOB$ , изображённого на рисунке.



Прототип (решение)

Опустим перпендикуляр  $BH$  на прямую  $AO$



## ТАНГЕНС

$$\operatorname{tg} = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$$

$$\operatorname{tg} AOB = \frac{BH}{OH} = \frac{4}{2} = 2$$

Ответ: 2

# 20

Прототип (картинка)

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Через заданную точку плоскости можно провести только одну прямую.
- 2) Все равносторонние треугольники подобны.
- 3) Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90 градусам.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.



FAAE11

Прототип (условие)

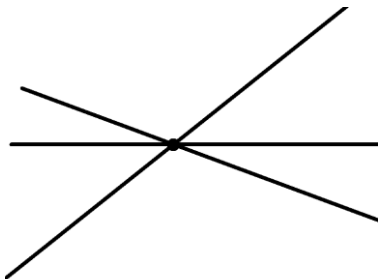
Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Через заданную точку плоскости можно провести только одну прямую.
- 2) Все равносторонние треугольники подобны.
- 3) Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90 градусам.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Прототип (решение)

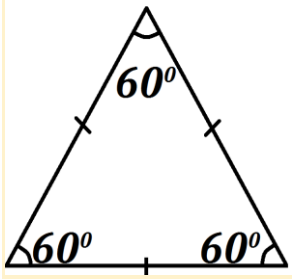
1) Неверно



Можно проводить бесконечно много прямых

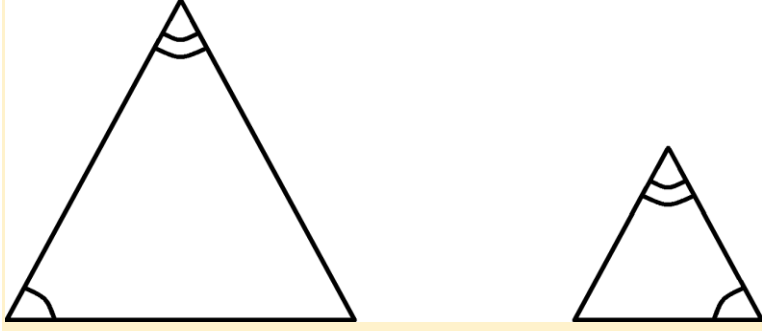
2) Верно

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАВНОСТОРОННЕГО ТРЕУГОЛЬНИКА



Равносторонний треугольник – это треугольник, у которого все стороны равны и все углы равны  $60^\circ$

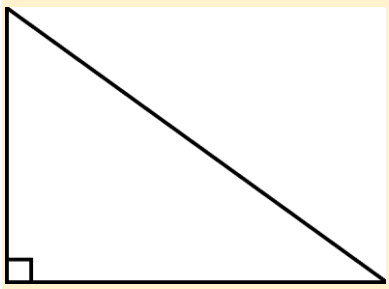
### ПО ДВУМ УГЛАМ



Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны

3) Верно

### ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК



Есть прямой угол

Потому что сумма всех углов треугольника равна 180 градусам, а 90 уже занято прямым углом

Ответ: 23

# 21

Прототип (картинка)

Решите уравнение  $(x - 1)(x^2 + 4x + 4) = 4(x + 2)$ .



344BE0

Прототип (условие)

Решите уравнение

$$(x - 1)(x^2 + 4x + 4) = 4(x + 2).$$

Прототип (решение)

Заметим формулу квадрата суммы:

### КВАДРАТ СУММЫ

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(x - 1)(x + 2)^2 = 4(x + 2)$$

$$(x - 1)(x + 2)^2 - 4(x + 2) = 0$$

Вынесем общий множитель за скобку:

$$(x + 2)((x - 1)(x + 2) - 4) = 0$$

$$x + 2 = 0$$

$$x = -2$$

$$(x - 1)(x + 2) - 4 = 0$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 25$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = 2$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = -3$$

Ответ: -3; -2; 2

# 22

Прототип (картинка)

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 60 км. Отдохнув, он отправился обратно в А, увеличив скорость на 10 км/ч. По пути он сделал остановку на 3 часа, в результате чего затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В.

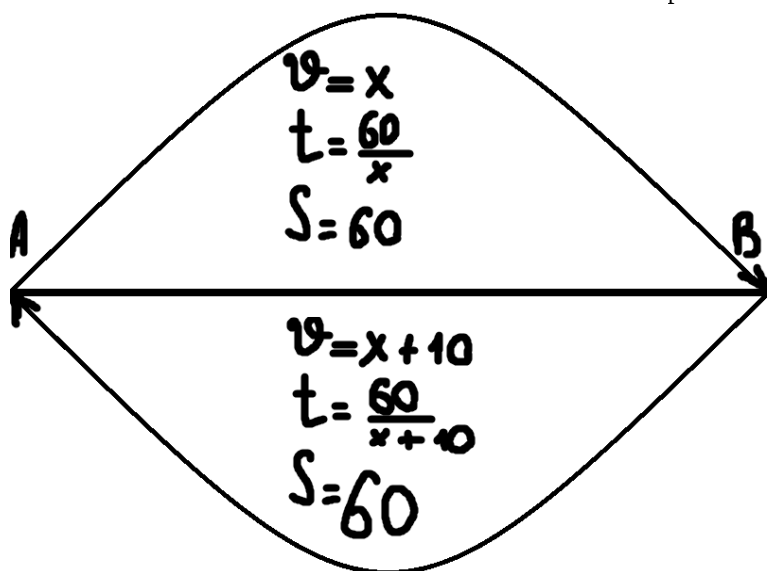


1A9BE7

Прототип (условие)

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 60 км. Отдохнув, он отправился обратно в А, увеличив скорость на 10 км/ч. По пути он сделал остановку на 3 часа, в результате чего затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В.

Прототип (решение)



$$t_{\text{медленного}} - t_{\text{быстрого}} = 3$$

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x + 10} = 3$$

$$\frac{60(x + 10) - 60x}{x(x + 10)} = 3$$

$$\frac{60x + 600 - 60x}{x^2 + 10x} = 3$$

$$\frac{600}{x^2 + 10x} = \frac{3}{1} \quad | :3$$

$$\frac{200}{x^2 + 10x} = \frac{1}{1}$$

$$x^2 + 10x = 200$$

$$x^2 + 10x - 200 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 100 + 800 = 900 = 30^2$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-10 + 30}{2} = 10$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-10 - 30}{2} = -20 \text{ (не подходит)}$$



Ответ: 10

# 23

Прототип (картинка)

Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x - 3 & \text{при } x < 3, \\ -1,5x + 4,5 & \text{при } 3 \leq x \leq 4, \\ 1,5x - 7,5 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.



7493BA

Прототип (условие)

Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x - 3 & \text{при } x < 3, \\ -1,5x + 4,5 & \text{при } 3 \leq x \leq 4, \\ 1,5x - 7,5 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

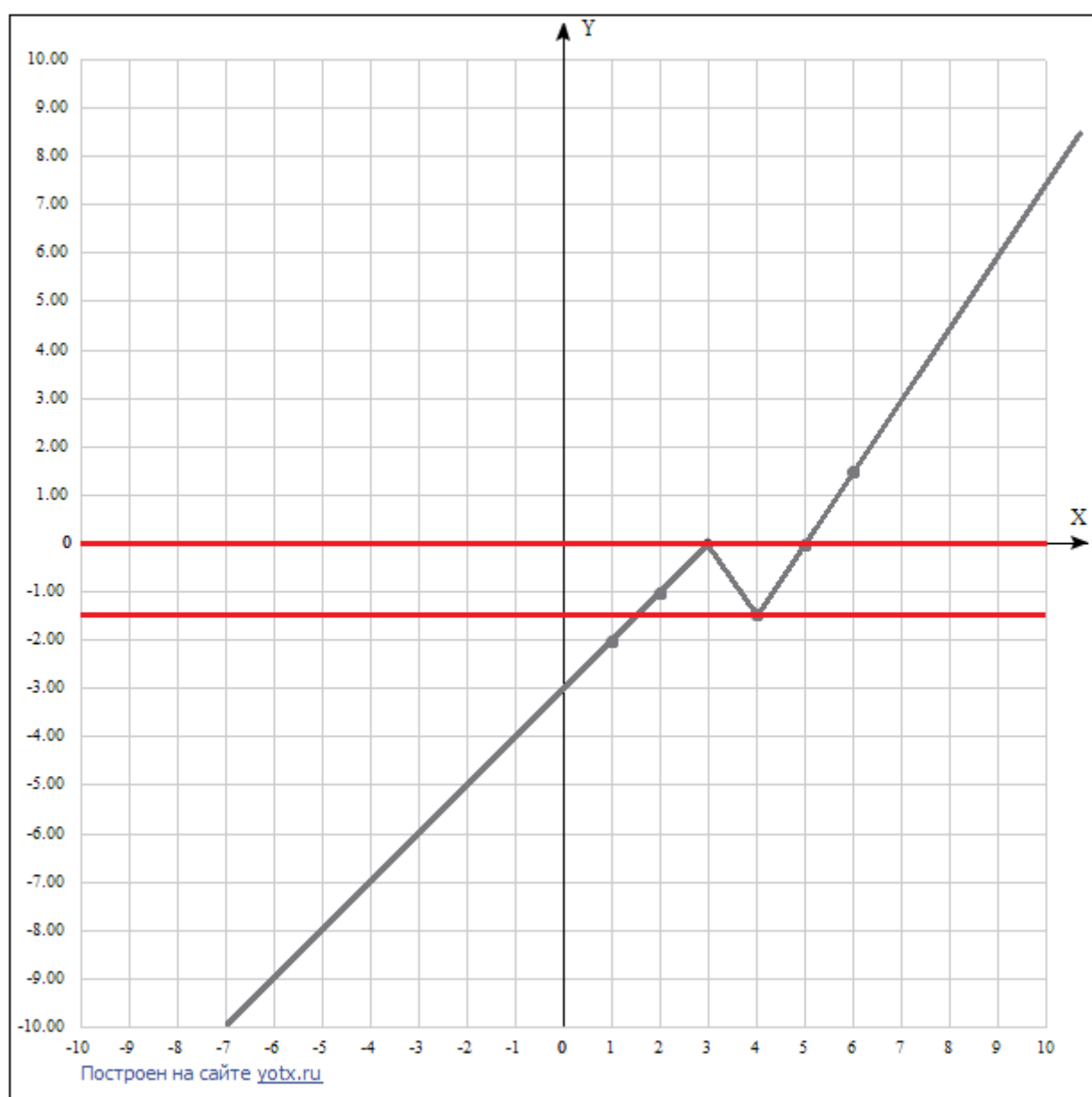
Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.

Прототип (решение)

Заполним таблицу значений функции:

$x$	1	2	3	4	5	6
$y$	-2	-1	0	-1,5	0	1,5

Построим график и проведём прямые  $y = m$ , при которых будет две общие точки с графиком:



Ответ: -1,5; 0

# 24

Прототип (картинка)

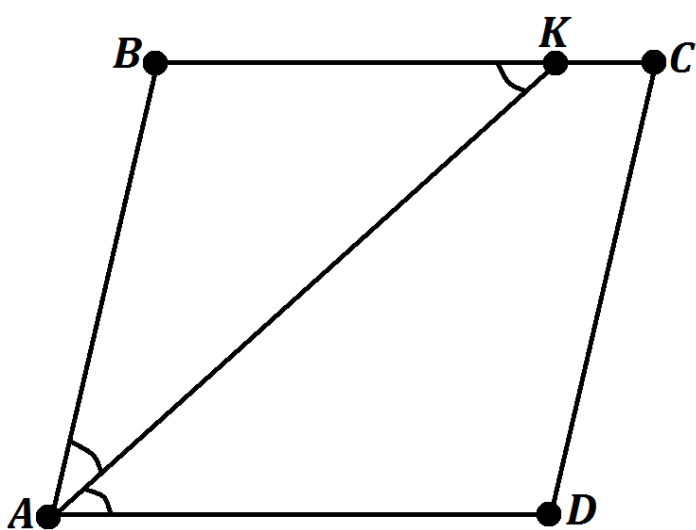
Биссектриса угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $K$ . Найдите периметр параллелограмма, если  $BK = 7$ ,  $CK = 12$ .



CF5F48

Биссектриса угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $K$ . Найдите периметр параллелограмма, если  $BK = 7$ ,  $CK = 12$ .

Прототип (решение)



$$BC = BK + CK = 7 + 12 = 19 = AD$$

$$\angle BAK = \angle KAD \text{ (т.к. } AK \text{ — биссектриса)}$$

$$\angle AKB = \angle KAD \text{ — накрест лежащие}$$

$\Rightarrow \triangle ABK$  — равнобедренный

$$\Rightarrow AB = BK = 7 = CD$$

$$P = BC + AD + AB + CD = 19 + 19 + 7 + 7 = 52$$

Ответ: 52

# 25

Прототип (картинка)

Окружности с центрами в точках  $I$  и  $J$  не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении  $m : n$ . Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как  $m : n$ .

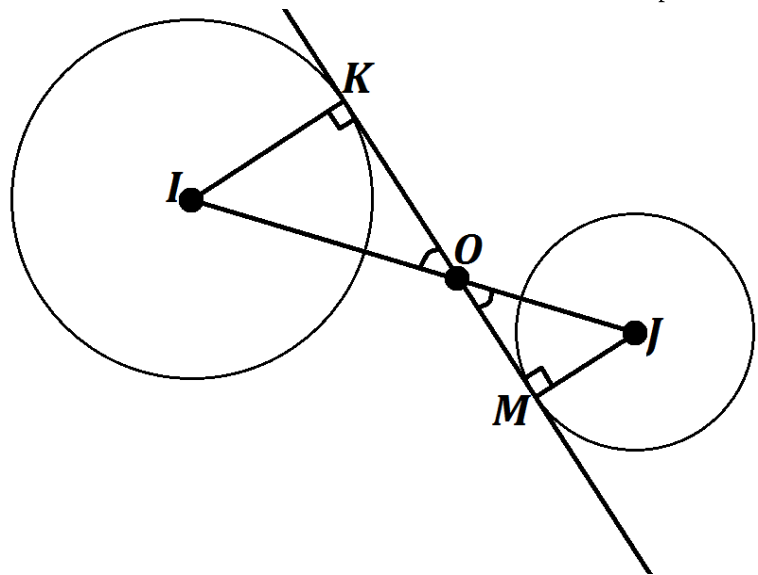


04B467

Прототип (условие)

Окружности с центрами в точках  $I$  и  $J$  не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении  $m : n$ . Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как  $m : n$ .

Прототип (решение)



}

Пусть:

$K$  — точка касания окружности с центром  $I$

$M$  — точка касания окружности с центром  $J$

$$IJ \cap MK = O$$

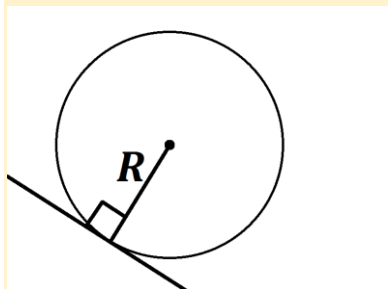
Тогда:

$2IK$  – диаметр окружности с центром  $I$

$2MJ$  – диаметр окружности с центром  $J$

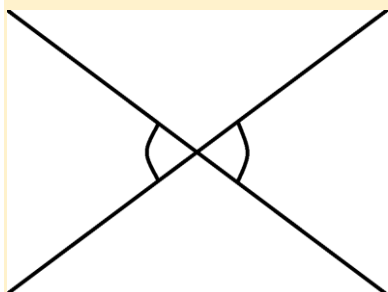
2

### СВОЙСТВО КАСАТЕЛЬНОЙ



Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания

### ВЕРТИКАЛЬНЫЕ УГЛЫ



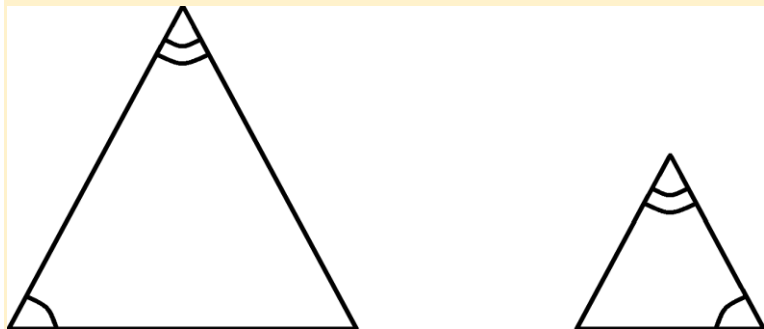
Равны

$\angle IKO = \angle JMO = 90^\circ$  (по свойству касательной)

$\angle KOI = \angle JOM$  (т.к. они вертикальные)

### ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ

(ПО ДВУМ УГЛАМ)



Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны

$\triangle KOI \sim \triangle MOJ$  по двум углам

$(\angle IKO = \angle JMO)$   
 $(\angle KOI = \angle JOM)$

Запишем отношение сходственных сторон:

$$\frac{OI}{OJ} = \frac{KI}{MJ}$$

$$\frac{OI}{OJ} = \frac{m}{n} \text{ (по условию)}$$

=>

$$\frac{KI}{MJ} = \frac{m}{n} = \frac{2KI}{2MJ}$$

■

# 26

Прототип (картинка)

На стороне  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту  $AD$  в точке  $M$ ,  $AD = 49$ ,  $MD = 42$ ,  $H$  — точка пересечения высот треугольника  $ABC$ . Найдите  $AH$ .

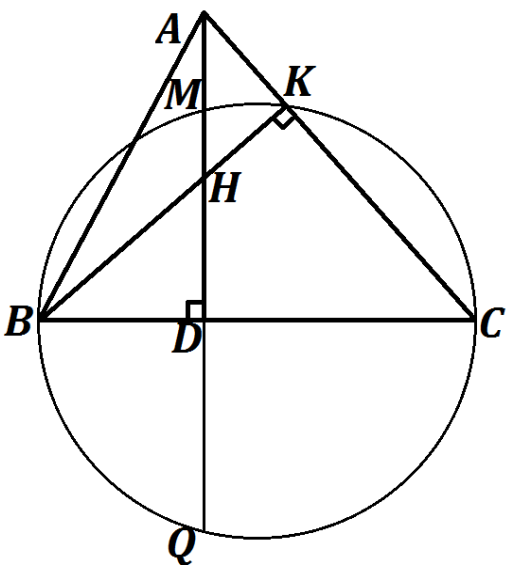


F45CB6

Прототип (условие)

На стороне  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту  $AD$  в точке  $M$ ,  $AD = 49$ ,  $MD = 42$ ,  $H$  — точка пересечения высот треугольника  $ABC$ . Найдите  $AH$ .

Прототип (решение)

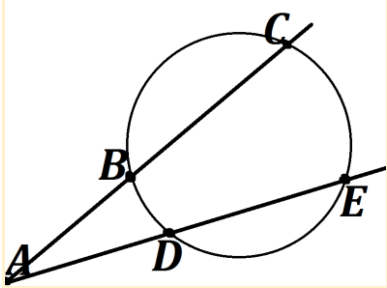


1

Пусть  $K$  — основание перпендикуляра из точки  $B$  на  $AC$   
 $\angle BKC = 90^\circ$   
 $\Rightarrow$  точка  $K$  лежит на окружности

Пусть  $Q$  — точка пересечения прямой  $AD$  и окружности  
 $QD = MD = 42$   
 $MQ = QD + MD = 42 + 42 = 84$   
 $AM = AD - MD = 49 - 42 = 7$

## СВОЙСТВО СЕКУЩИХ



$$AD \cdot AE = AB \cdot AC$$

$$AM \cdot AQ = AK \cdot AC \text{ (по свойству секущих)}$$

$$AM \cdot (AM + MQ) = AK \cdot AC$$

$$7 \cdot 91 = AK \cdot AC$$

$$AK \cdot AC = 637$$

2

$\triangle AKH \sim \triangle ACD$  по двум углам

$$\left( \begin{array}{l} \angle KAH - \text{общий} \\ \angle ADC = \angle AKH = 90^\circ \end{array} \right)$$

Запишем отношение сходственных сторон

$$\frac{KH}{CD} = \frac{AH}{AC} = \frac{AK}{AD}$$

$$\frac{AH}{AC} = \frac{AK}{AD}$$

$$\frac{AH}{AC} = \frac{AK}{49}$$

$$AK \cdot AC = 49AH$$

$$637 = 49AH$$

$$AH = 13$$

Ответ: 13