

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ**

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ
Ответ: -0,8

10	-	0	,	8							
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

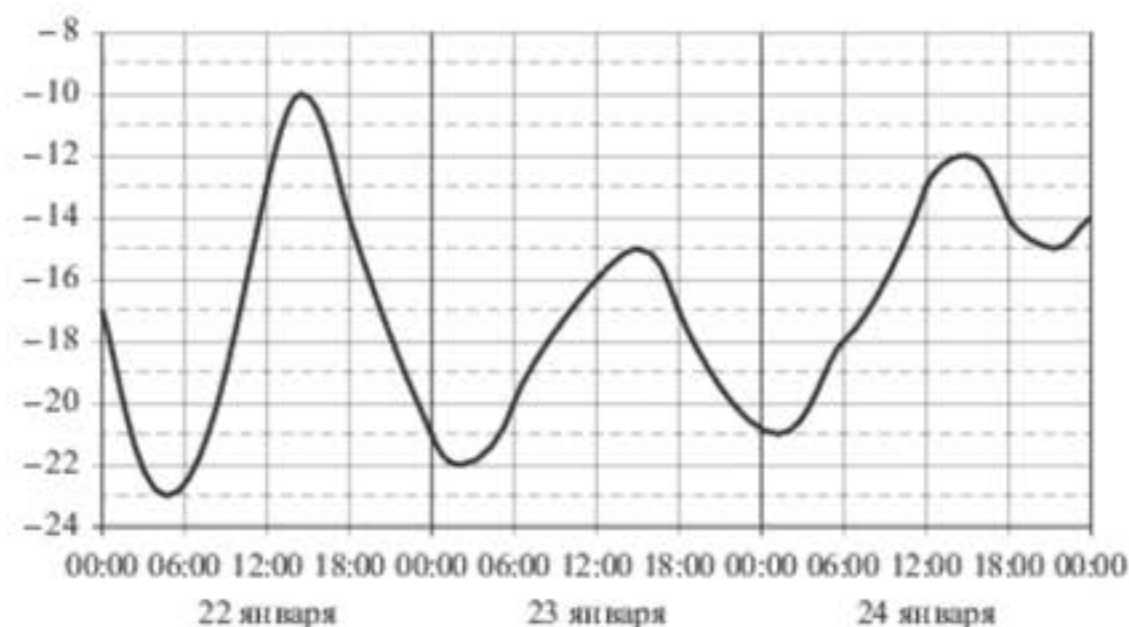
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** Диагональ экрана телевизора составляет 37 дюймов. Выразите эту длину в сантиметрах, приняв 1 дюйм за 2,54 см. Ответ округлите до целого

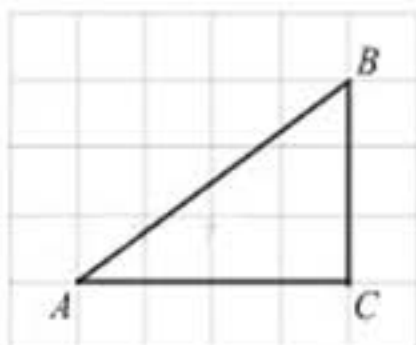
Ответ: _____.

- 2** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 22 января. Ответ дайте в градусах Цельсия



Ответ: _____.

- 3 Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника, если стороны квадратных клеток равны 1.



Ответ: _____.

- 4 Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 60 выступлений — по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 24 выступления, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что выступление исполнителя из России состоится во второй день конкурса?

Ответ: _____.

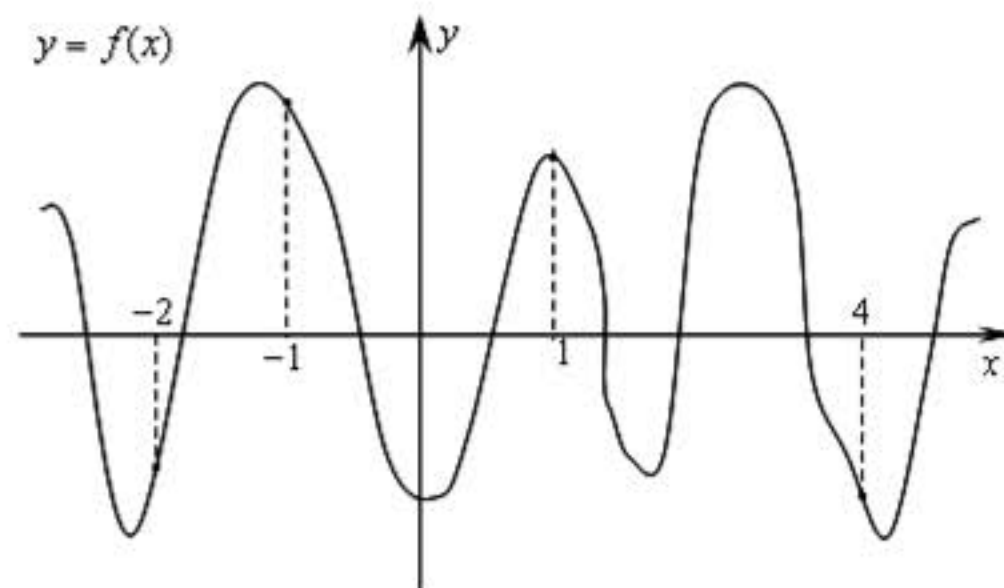
- 5 Найдите корень уравнения $(x + 1)^3 = 27$

Ответ: _____.

- 6 Стороны параллелограмма равны 10 и 15. Высота, опущенная на первую сторону, равна 12. Найдите высоту, опущенную на вторую сторону параллелограмма.

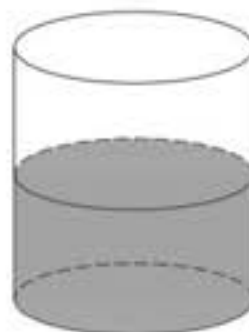
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки $-2, -1, 1, 4$. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: _____.

- 8 В цилиндрический сосуд налили 1300 см^3 воды. Уровень воды при этом достигает высоты 10 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 4 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3



Ответ: _____.



9 Найдите значение выражения $\frac{9 \sin 128^\circ}{\cos 64^\circ \cos 26^\circ}$

Ответ: _____.

10 Водолазный колокол, содержащий $\nu = 3$ моля воздуха при давлении $p_1 = 1,2$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением

$$A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$$

где $\alpha = 9,15$ — постоянная, $T = 300$ К — температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 16470 Дж.

Ответ: _____.

11 Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 609 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 25 км/ч, стоянка длится 1 час, а в пункт отправления теплоход возвращается через 51 час после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = (3x^2 + 21x - 21)e^x$ на промежутке $[-3; 5]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$$\frac{\sin x}{\sin^2 \frac{x}{2}} = 4 \cos^2 \frac{x}{2}$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi]$

14 Дана правильная четырёхугольная l -призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. На ребре AA_1 отмечена точка K так, что $AK:KA_1 = 1:2$. Плоскость α проходит через точки B, K параллельно прямой AC . Эта плоскость пересекает ребро DD_1 в точке M .

а) Докажите, что $MD:MD_1 = 2:1$

б) Найдите площадь сечения, если $AB = 4, AA_1 = 6$

15 Решите неравенство $\frac{6^x - 4 \cdot 3^x}{x \cdot 2^x - 5 \cdot 2^x - 4x + 20} \leq \frac{1}{x - 5}$

16 В тупоугольном треугольнике ABC угол ABC тупой. H — точка пересечения высот. Угол AHC равен 60° .

а) Докажите, что угол ABC равен 120° .

б) Найдите BH , если $AB = 7, BC = 8$



17 В июле 2018 года планируется взять кредит в банке. Условия его возврата таковы: — каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

- С февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей необходимо взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами, и банку будет выплачено 311040 рублей?

18 Найдите все значения a при каждом из которых система

$$\begin{cases} ((x+5)^2 + y^2 - a^2) \cdot \ln(9 - x^2 - y^2) = 0 \\ ((x+5)^2 + y^2 - a^2) \cdot (x + y - a + 5) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 различных решения.

19 На доске написано n чисел a_i ($i = 1, 2, \dots, n$). Каждое из чисел не меньше 50 и не больше 150

Каждое из этих чисел уменьшают на r_i % (для каждого числа какой-то процент). При этом либо $r_i = 2\%$, либо a_i уменьшается на 2, то есть становится $a_i - 2$.

а) Может ли среднее арифметическое чисел r_1, r_2, \dots, r_n быть равным 5?

б) Могло ли так получиться, что среднее арифметическое чисел r_1, r_2, \dots, r_n больше 2, при этом сумма чисел a_1, a_2, \dots, a_n уменьшилась более чем на $2n$?

в) Пусть всего чисел 30, а после выполнения описанной операции их сумма уменьшилась на 40. Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел r_1, r_2, \dots, r_n

