

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

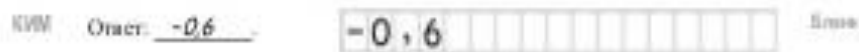
Вариант 109

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\sin(a + \beta) = \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta$$

$$\cos(a + \beta) = \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

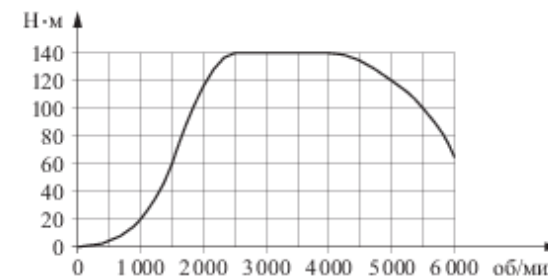
1

В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1200 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 9 недель?

Ответ: _____

2

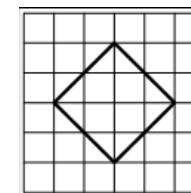
На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, на оси ординат – крутящий момент в Нм. Скорость автомобиля в км/час приблизительно выражается формулой $v=0,036n$, где n – число оборотов двигателя в минуту. С какой наименьшей скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы крутящий момент был равен 120 Нм?



Ответ: _____

3

На клетчатой бумаге с размером клетки $\sqrt{2} \times \sqrt{2}$ изображён квадрат $ABCD$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.



Ответ: _____

4

Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 шахматистов, среди которых 5 спортсменов из России, в том числе Кирилл Черноусов. Найдите вероятность того, что в первом туре Кирилл Черноусов не будет играть с шахматистом из России.

Ответ: _____

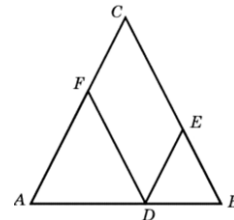
5

Найдите корень уравнения $\log_2(15 + x) = \log_2(3x + 1)$

Ответ: _____

6

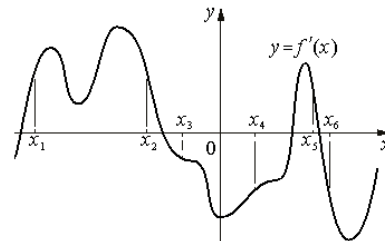
Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 10. Из точки, взятой на основании этого треугольника, проведены две прямые, параллельные боковым сторонам. Найдите периметр получившегося параллелограмма.



Ответ: _____

7

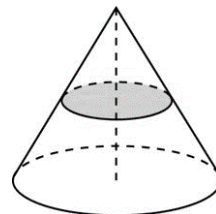
На рисунке изображён график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено восемь точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?



Ответ: _____

8

Площадь полной поверхности конуса равна 50. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту в отношении 3:2, считая от вершины конуса. Найдите площадь полной поверхности отсечённого конуса.



Ответ: _____

Часть 2

9

Найдите $\frac{p(b)}{p(\frac{1}{b})}$, если $p(b) = (b + \frac{3}{b})(3b + \frac{1}{b})$ при $b \neq 0$.

Ответ: _____

10

Коэффициент полезного действия (КПД) кормозапарника равен отношению количества теплоты, затраченного на нагревание воды массой m_B (в килограммах) от температуры t_1 до температуры t_2 (в градусах Цельсия) к количеству теплоты, полученному от сжигания дров массы $m_{др}$ кг. Он определяется формулой $\mu = \frac{c_B m_B (t_2 - t_1)}{q_{др} m_{др}} \cdot 100\%$, где $c_B = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К) — теплоёмкость воды, $q_{др} = 8,3 \cdot 10^6$ Дж/кг — удельная теплота сгорания дров. Определите наименьшее количество дров, которое понадобится сжечь в кормозапарнике, чтобы нагреть $m=83$ кг воды от 10°C до кипения, если известно, что КПД кормозапарника не больше 21%. Ответ выразите в килограммах.

Ответ: _____

11

По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй — длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 400 метров. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

Ответ: _____

12

Найдите наименьшее значение функции

$$y = 3 - \frac{5\pi}{4} + 5x - 5\sqrt{2} \sin x$$

на отрезке $[0; \frac{\pi}{2}]$.

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение

$$\frac{5 \sin x - 4}{5 \cos x - 3} = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2\pi; 3\pi]$

14

В основании правильной треугольной пирамиды $ABCD$ лежит треугольник ABC со стороной, равной 6. Боковое ребро пирамиды равно 5. На ребре AD отмечена точка T так, что $AT:TD=2:1$. Через точку T параллельно прямым AC и BD проведена плоскость.

- а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.
 б) Найдите площадь сечения.

15

Решите неравенство:

$$50^x - 3 \cdot 10^x - 20^x + 3 \cdot 4^x \geq 0$$

16

Точки P , Q , W делят стороны выпуклого четырёхугольника $ABCD$ в отношении $AP:PB=CQ:QB=CW:WD=3:4$, радиус окружности, описанной около треугольника PQW , равен 10, $PQ=16$, $QW=12$, угол PWQ — острый.

- а) Докажите, что треугольник PQW — прямоугольный.
 б) Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$.

17

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4,5 млн рублей на срок 9 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите r , если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,4 млн рублей, а наименьший — не менее 0,6 млн рублей.

18

Найдите значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y = \sqrt{7 + 6x - x^2} + 3 \\ y = \sqrt{16 - a^2 + 2ax - x^2} + a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19

Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог сходить и в кино, и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более $2/11$ от общего числа учащихся группы, посетивших театр, а в кино мальчиков было не более $2/5$ от общего числа учащихся группы, посетивших кино.

- а) Могло ли быть в группе 9 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?
 б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?
 в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов: а) и б)?

Ответы	
№1	22
№2	72
№3	2
№4	0,84
№5	7
№6	20
№7	3
№8	18
№9	1
№10	18
№11	6
№12	-2
№13	а) $\pi - \arcsin\left(\frac{4}{5}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ б) $3\pi - \arcsin\left(\frac{4}{5}\right)$
№14	б) $20/3$
№15	$(-\infty; 0); (\log_5 3; \infty)$
№16	б) 392
№17	20%
№18	$[-1; 3); (3; 7]$
№19	а) да; б) 9; в) 9/17