

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

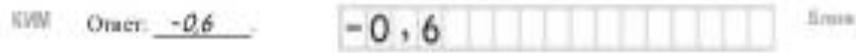
Вариант 105

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\sin(a + \beta) = \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta$$

$$\cos(a + \beta) = \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

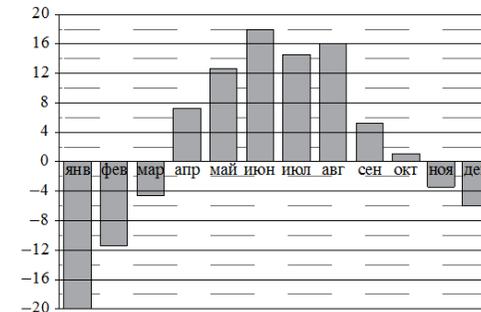
1

Шоколадка стоит 45 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за три шоколадки, покупатель получает четыре (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 350 рублей в воскресенье?

Ответ: \_\_\_\_\_

2

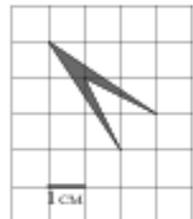
На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме, сколько месяцев среднемесячная температура не превышала 6 градусов Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_

3

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён четырёхугольник. Найдите его площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_

4

Биатлонист стреляет два раза по мишени. Вероятность попадания в мишень равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первый раз попадет, а второй раз промахнется.

Ответ: \_\_\_\_\_

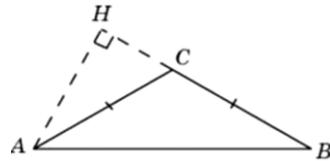
5

Найдите корень уравнения:  $5^{x-7} = \frac{1}{125}$

Ответ: \_\_\_\_\_

6

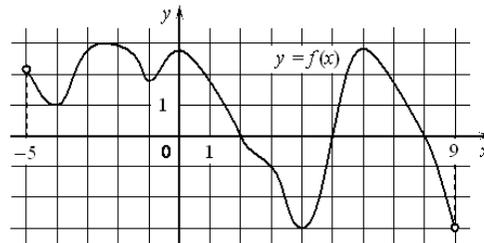
В тупоугольном треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 8$ , высота  $AH$  равна 4. Найдите  $\sin ACB$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

7

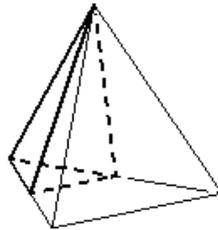
На рисунке изображён график функции  $y=f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 9)$ . Найдите количество точек, в которых производная функции  $f(x)$  равна 0.



Ответ: \_\_\_\_\_

8

Объём треугольной пирамиды равен 78. Через вершину пирамиды и среднюю линию её основания проведена плоскость. Найдите объём отсечённой треугольной пирамиды.



Ответ: \_\_\_\_\_

Часть 2

9

Найдите значение выражения:  $\frac{51 \cos 4^\circ}{\sin 86^\circ} + 8$

Ответ: \_\_\_\_\_

10

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону  $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0} \cdot kt + \frac{g}{2}k^2t^2$ , где  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана,  $H_0 = 20$  м — начальная высота столба воды,  $k = \frac{1}{50}$  — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

Ответ: \_\_\_\_\_

11

Расстояние между городами А и В равно 150 км. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 30 минут следом за ним со скоростью 90 км/ч выехал мотоциклист, догнав автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда он вернулся в А, автомобиль прибыл в В. Найдите расстояние от А до С. Ответ дайте в километрах.

Ответ: \_\_\_\_\_

12

Найдите наибольшее значение функции

$$y = xe^{x-2} + 3$$

на отрезке  $[1; 2]$

Ответ: \_\_\_\_\_

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ №1.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение

$$\frac{26 \cos^2 x - 23 \cos x + 5}{13 \sin x - 12} = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\pi; 2\pi]$

14

В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  все рёбра равны 5. На его ребре  $BB_1$  отмечена точка  $K$  так, что  $KB=4$ . Через точки  $K$  и  $C_1$  проведена плоскость  $\alpha$ , параллельная прямой  $BD_1$ .

а) Докажите, что  $A_1 P : P B_1 = 3 : 1$ , где  $P$  — точка пересечения плоскости  $\alpha$  с ребром  $A_1 B_1$ .

б) Найдите угол наклона плоскости  $\alpha$  к плоскости грани  $BB_1 C_1 C$ .

15

Решите неравенство

$$\frac{3^{|x^2-2x-1|} - 9}{x} \geq 0.$$

16

Две окружности касаются внутренним образом в точке  $K$ , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда  $MN$  большей окружности касается меньшей в точке  $C$ . Хорды  $KM$  и  $KN$  пересекают меньшую окружность в точках  $A$  и  $B$  соответственно, а отрезки  $KC$  и  $AB$  пересекаются в точке  $L$ .

а) Докажите, что  $CN : CM = LB : LA$ .

б) Найдите  $MN$ , если  $LB : LA = 2 : 3$ , а радиус малой окружности равен  $\sqrt{23}$ .

17

Зависимость объема  $Q$  (в шт) купленного у фирмы товара от цены  $P$  (в руб. за шт.) выражается формулой  $Q = 15000 - P$ ,  $1000 \leq P \leq 15000$ . Доход от продажи товара составляет  $PQ$  рублей. Затраты на производство  $Q$  единиц товара составляют  $3000Q + 5000000$  рублей. Прибыль равна разности дохода от продажи товара и затрат на его производство. Стремясь привлечь внимание покупателей, фирма уменьшила цену продукции на 20%, однако ее прибыль не изменилась. На сколько процентов следует увеличить сниженную цену, чтобы добиться наибольшей прибыли?

18

Найдите значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy + 3x - y - 6)\sqrt{x+2}}{\sqrt{6-x}} = 0 \\ x + y - a = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

19

Дано трёхзначное натуральное число (число не может начинаться с нуля), не кратное 100.

а) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 82?

б) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 83?

в) Какое наибольшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр?

<b>Ответы</b>	
<b>№1</b>	9
<b>№2</b>	7
<b>№3</b>	1
<b>№4</b>	0,16
<b>№5</b>	4
<b>№6</b>	0,5
<b>№7</b>	6
<b>№8</b>	19,5
<b>№9</b>	59
<b>№10</b>	50
<b>№11</b>	90
<b>№12</b>	5
<b>№13</b>	а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k; -\arccos\left(\frac{5}{13}\right) + 2\pi k, k \in Z$ б) $\frac{5\pi}{3}; 2\pi - \arccos\left(\frac{5}{13}\right)$
<b>№14</b>	б) $\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{26}}{4}$
<b>№15</b>	$[-1; 0); 1; [3; \infty)$
<b>№16</b>	б) $\frac{115}{6}$
<b>№17</b>	12,5%
<b>№18</b>	$(-6; 1]; 8; [9; 10)$
<b>№19</b>	а) да; б) нет; в) 91