

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

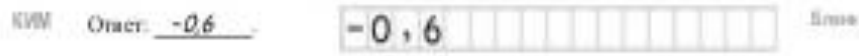
Вариант 110

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\sin(a + \beta) = \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta$$

$$\cos(a + \beta) = \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

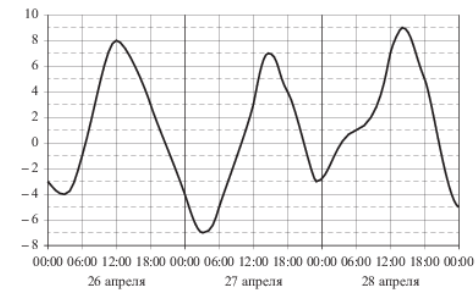
1

В университетскую библиотеку привезли новые учебники для двух курсов, по 280 штук для каждого курса. В книжном шкафу 7 полок, на каждой полке помещается 25 учебников. Какое наименьшее количество шкафов потребуется, чтобы в них разместить все новые учебники?

Ответ: _____

2

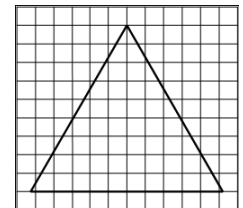
На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наименьшую температуру воздуха 27 апреля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____

3

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равносоставленный треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.



Ответ: _____

4

В классе 16 учащихся, среди них два друга — Вадим и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Сергей окажутся в одной группе.

Ответ: _____

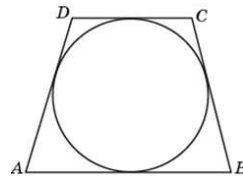
5

Найдите корень уравнения $\log_5(7 - x) = \log_5(3 - x) + 1$

Ответ: _____

6

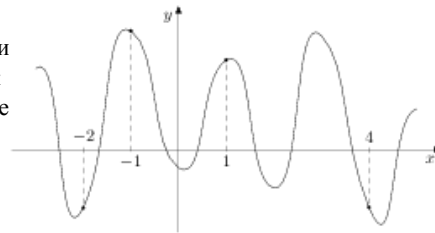
Окружность вписана в равнобедренную трапецию, основания которой равны 18 и 50. Прямая, проходящая через центр окружности и вершину D трапеции, отсекает от трапеции треугольник. Найдите отношение площади этого треугольника к площади трапеции.



Ответ: _____

7

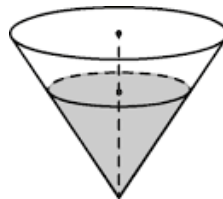
На рисунке изображен график функции $y=f(x)$ и отмечены точки -2, -1, 1, 4. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: _____

8

В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{2}{3}$ высоты. Объем жидкости равен 16 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?



Ответ: _____

Часть 2

9

Найдите значение выражения:
$$\frac{15 \cdot \sqrt[5]{28\sqrt{a}} - 7 \cdot \sqrt[7]{20\sqrt{a}}}{2 \cdot \sqrt[35]{4\sqrt{a}}}$$

Ответ: _____

10

Если достаточно быстро вращать ведро с водой на веревке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведерка сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна $P = m \left(\frac{v^2}{L} - g \right)$, где m — масса воды в килограммах, v — скорость движения ведерка в м/с, L — длина веревки в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 40 см? Ответ выразите в м/с.

Ответ: _____

11

Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____

12

Найдите наибольшее значение функции

$$y = 15x - 3 \sin x + 5$$

на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение

$$\frac{2 \cos x + 1}{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}} = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi; 5\pi]$

14

В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со стороной $AB=5$ и диагональю $BD=9$. Все боковые рёбра пирамиды равны 5. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E , а на ребре AS — точка F так, что $SF=BE=4$.

а) Докажите, что плоскость CEF параллельна ребру SB .

б) Плоскость CEF пересекает ребро SD в точке Q . Найдите расстояние от точки Q до плоскости ABC .

15

Решите неравенство

$$5 \frac{x+2}{x} - \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{x+1}{x} + 2 \frac{1}{x} - 5 \frac{1}{x} > 0$$

16

Окружность проходит через вершины B и C треугольника ABC и пересекает AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно.

а) Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику AB_1C_1 .

б) Вычислите радиус данной окружности, если $\angle A = 45^\circ$, $B_1C_1 = 6$ и площадь треугольника AB_1C_1 в восемь раз меньше площади четырёхугольника BCB_1C_1 .

17

15-го января был выдан полугодовой кредит на развитие бизнеса. В таблице представлен график его погашения.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в % от кредита)	100%	90%	80%	70%	60%	50%	0%

В конце каждого месяца, начиная с января, текущий долг увеличивался на 5%, а выплаты по погашению кредита про-исходили в первой половине каждого месяца, начиная с февраля. На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

18

Найдите значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 4 \\ (x + 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19

Имеется 10 карточек. На них записывают по одному каждое из чисел $1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9, 10, -11$. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному $1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9, 10, -11$. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные десять сумм перемножают.

а) Может ли в результате получиться 0?

б) Может ли в результате получиться 1?

в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

Ответы	
№1	4
№2	-7
№3	6
№4	0,2
№5	2
№6	0,5
№7	4
№8	38
№9	4
№10	2
№11	59
№12	5
№13	а) $\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$ б) $\frac{8\pi}{3}; \frac{14\pi}{3}$
№14	б) $\frac{5\sqrt{19}}{18}$
№15	$(-1; 0); (0; \infty)$
№16	$3\sqrt{20 - 6\sqrt{2}}$
№17	22,5%
№18	3; $\sqrt{65} + 2$
№19	а) нет; б) нет; в) 4