Демонстрационный вариант
Профильного Единого государственного экзамена 2017
по математике

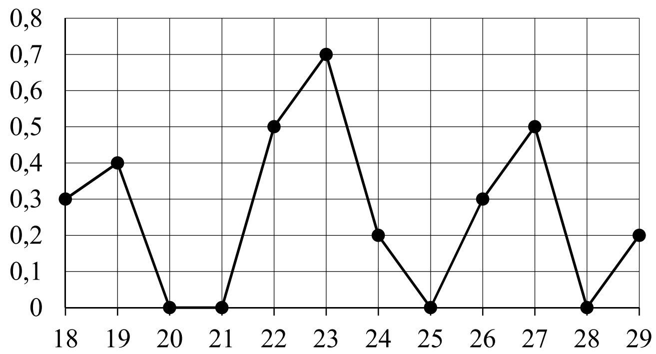
Вариант L1 (лёгкий уровень)

Часть 1

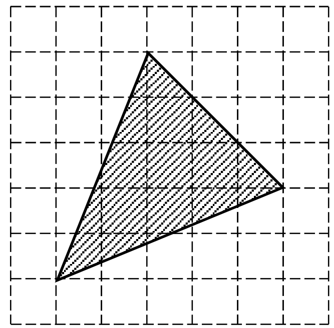
Ответом к заданиям 1—12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

1 До установки счётчиков на воду хозяин квартиры оплачивал счета согласно нормативам: 20 м^3 холодной воды и 16 м^3 горячей воды в месяц. После установки счётчиков выяснилось, что расход холодной воды составляет 7 м^3, а горячей — 5 м^3. Тариф на холодную воду — 27 рублей за м^3, на горячую — 116 рублей за м^3. Сколько рублей сэкономит хозяин квартиры в течение следующих 12 месяцев, если потребление воды и тарифы останутся неизменными?

2 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших Якутске с 18 по 29 октября 1986 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало больше 0,1 миллиметров осадков.



3 Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



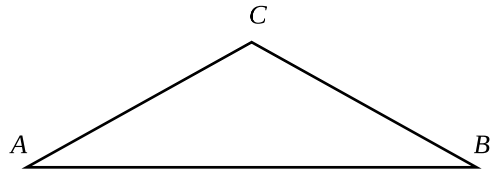
4 Игральный кубик бросают три раза. Какова вероятность того, что ни разу не выпадет 6 очков? Ответ округлите до сотых.

5 Решите уравнение:

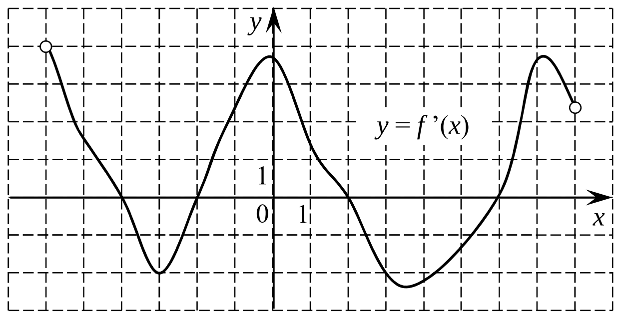
$$\sqrt{125-20x} = 2x-5$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите наименьший из них.

6 В треугольнике ABC сторона $AC = BC$, угол С равен 120°, $AC = 2\sqrt{3}$. Найдите AB.



7 На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = x - 16$ или совпадает с ней.



8 Найдите площадь полной поверхности правильной четырёхугольной пирамиды, рёбра при основании которой равны 16, а высота равна 6.

Часть 2

9 Найдите $\cos\alpha$, если известно следующее:

$$\sin\alpha = -\frac{\sqrt{21}}{5}; \quad \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$$

10 Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $V_0 = 49$ км/ч, выезжает из него и сразу начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 12$ км/ч^2. Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах определяется по формуле:

$$S = V_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Определите наибольшее время, сколько минут мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не более 45 км от города.

11 Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 18 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 2 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 32 часа после отплытия из него. Сколько километров прошёл теплоход за весь рейс?

12 Найдите наибольшее значение функции на отрезке [0,8; 4]:

$$y = 5 - 3\ln x + 7x - 2x^2$$

Для решения задач 13—19 используйте отдельные бланки. Запишите сначала номер задачи, а затем — полное обоснованное решение и ответ.

13 а) Решите уравнение:

$$\log_3\left(\cos x - \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)\right) = \frac{1}{2}$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-6\pi; -4\pi]$.

14 В правильной четырёхугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро AA_1 равно $4\sqrt{3}$. На рёбрах AB, A_1D_1 и C_1D_1 отмечены точки M, N и K соответственно, причём $AM = A_1N = C_1K = 1$

а) Пусть L — точка пересечения плоскости MNK с ребром BC. Докажите, что $MNKL$ — квадрат.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью MNK.

Профильный ЕГЭ-2017 по математике, 11 класс, www.berdov.com
Вариант L1 (лёгкий уровень)

15 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 7\log_9\left(x^2 - x - 6\right) \le 8 + \log_9 \dfrac{(x+2)^7}{x-3} \\ \dfrac{1}{3^{x-1}} + \dfrac{1}{3^x} + \dfrac{1}{3^{x+1}} < 52 \end{cases}$$

16 Первая окружность с центром O, вписанная в равнобедренный треугольник KLM, касается боковой стороны KL в точке B, а основания ML — в точке A. Вторая окружность с центром O_1 касается основания ML и продолжений боковых сторон.

а) Докажите, что треугольник OLO_1 прямоугольный.

б) Найдите радиус второй окружности, если известно, что радиус первой равен 6 и $AK = 16$.

17 Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме того, в начале третьего и четвертого годов вклад ежегодно пополняется на 3 млн рублей. Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет меньше 25 млн рублей.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых из неравенства $0 \le x \le 1$ следует неравенство:

$$\left(a^2 + a - 2\right)x^2 - (a+5)x - 2 \le 0$$

19 Набор состоит из 39 натуральных чисел, среди которых есть числа 3, 4 и 6. Среднее арифметическое любого 31 числа из этого набора меньше 2.

а) Может ли такой набор содержать ровно 16 единиц?

б) Может ли такой набор содержать менее 16 единиц?

в) Докажите, что в любом таком наборе есть несколько чисел, сумма которых равна 32.

© Павел Бердов — репетитор по математике, www.berdov.com, Москва, 2017 г.
Допускается копирование и использование в некоммерческих целях.