



Демонстрационный вариант  
Профильного Единого государственного экзамена 2017  
по математике

Вариант Н2 (сложный уровень)

Часть 1

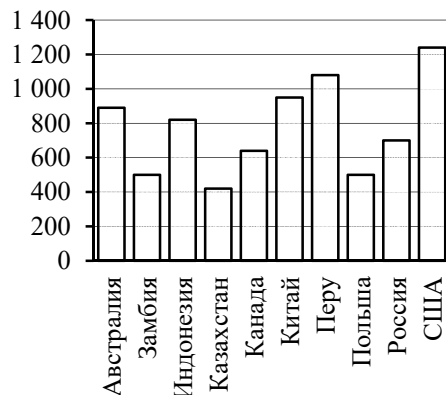
Ответом к заданиям 1—12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

- 1 В таблице даны условия банковского вклада в трёх различных банках. Предполагается, что клиент кладет на счет 100 000 рублей на срок 1 год. В каком банке к концу года вклад окажется наибольшим? В ответе укажите сумму этого вклада в конце года в рублях.

| Банк | Обслуживание счёта* | Процентная ставка, % годовых** |
|------|---------------------|--------------------------------|
| А    | 600 рублей в год    | 12                             |
| Б    | 40 рублей в месяц   | 11,5                           |
| В    | Бесплатно           | 11                             |

\*указанная сумма снимается со счёта в начале года или месяца в уплату за ведение счёта  
\*\* в конце года сумма, оставшаяся на вкладе, увеличивается на указанное количество процентов

- 2 На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимала Канада?



- 3 Найдите площадь равнобедренной трапеции, если её основания равны 3 и 7, а диагонали перпендикулярны.

- 4 В кармане у Пети лежат 5 монет по 1 рублю и 4 монеты по 2 рубля. Петя, не глядя, переложил какие-то три монеты в другой карман. Какова вероятность, что в другом кармане окажется больше монет по 2 рубля, чем по 1 рублю? Ответ округлите до тысячных.

- 5 Решите уравнение:

$$\sqrt{3x^2 - 7x + 3} - \sqrt{x^2 - 2} = \sqrt{3x^2 - 5x - 1} - \sqrt{x^2 - 3x + 4}$$

Если корней будет несколько, в ответе укажите наименьший из них.

- 6 Найдите сумму квадратов всех сторон треугольника  $ABC$ , если его биссектриса  $BL = 4$  и медиана  $AM = 4$  перпендикулярны друг другу.

- 7 Прямая  $y = 10x - 30$  является касательной к графику функции:  
 $y = 2x^2 + bx + 2$

Найдите  $b$ , если известно, что абсцисса точки касания положительна.

- 8 В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2900 см<sup>3</sup> воды. Затем в эту воду полностью погрузили деталь. При этом уровень воды поднялся с отметки 40 см до отметки 47 см. Найдите объём детали. Ответ выразите в см<sup>3</sup>.

Часть 2

- 9 Найдите сумму всех значений  $x$ , при котором последовательность  $-1, x^2 + 2x, \sin(\arcsin x^3)$

является геометрической прогрессией.

- 10 В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака. При этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону:

$$H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$$

где  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана,  $H_0 = 20$  м — начальная высота столба воды,  $k = 1/1200$  — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). Определите, через какое время после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды. Ответ дайте в минутах.

11 Две бригады приступили к работе в 8:00. Сделав вместе 72 детали, они разделились, и к 15:00 за время отдельной работы первая бригада сделала на 8 деталей больше, чем вторая. Если бы первая бригада делала в час на одну деталь больше, а вторая — на одну деталь меньше, то за время отдельной работы первая бригада сделала бы на 8 деталей больше, чем вторая, уже к 13:00. Сколько деталей в час делала первая бригада?

12 При каком  $a \in [-3/5; 3/2]$  площадь треугольника, одна вершина которого совпадает с началом координат, а две другие имеют абсциссу  $a$  и лежат на линиях

$$y = 3x^2 - 10x + 2; \quad y = -2x^2 + 5x - 10$$

максимальна?

**Для решения задач 13—19 используйте отдельные бланки. Запишите сначала номер задачи, а затем — полное обоснованное решение и ответ.**

13 а) Решите уравнение:

$$\sqrt{\cos 2x - \sin 5x} = -2 \cos x$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-8, 14; -\frac{3}{\pi}]$ .

14 В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона основания  $AB$  равна 6, а боковое ребро  $AA_1$  равно  $4\sqrt{3}$ . На рёбрах  $AB$ ,  $A_1 D_1$  и  $C_1 D_1$  отмечены точки  $M$ ,  $N$  и  $K$  соответственно, причем  $AM = A_1 N = C_1 K = 1$ .

а) Пусть  $L$  — точка пересечения плоскости  $MNK$  с ребром  $BC$ . Докажите, что  $MNKL$  — квадрат.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью  $MNK$ .

15 Решите неравенство:

$$x \geq \log_2 (101 \cdot 10^x - 10^{2+2x}) - \log_5 (101 \cdot 2^x - 5^{2+x} \cdot 2^{2+2x})$$

16 В прямоугольной трапеции  $ABCD$  с прямым углом при вершине  $A$  расположены две окружности. Одна из них касается боковых сторон и большего основания  $AD$ , вторая — боковых сторон, меньшего основания  $BC$  и первой окружности.

а) Прямая, проходящая через центры окружностей, пересекает основание  $AD$  в точке  $P$ . Докажите, что  $AP / PD = \sin D$ .

б) Найдите площадь трапеции, если радиусы окружностей равны 3 и 1.

17 С завода на стройку на автомашине грузоподъемностью 10 т нужно перевезти 24 больших бетонных блока массой по 3,6 т и 510 маленьких — по 0,2 т. Грузовик вмещает 44 маленьких блока, а большой блок занимает место 14 маленьких. Найти наименьшее число рейсов, достаточное для перевозки всех блоков.

18 Найдите все значения параметра  $a$ , при которых найдется хотя бы одно значение  $c$  такое, чтобы система имела решение для любых  $b$ :

$$\begin{cases} bx + y = ac^2 \\ x + by = ac + 1 \end{cases}$$

19 На доске написано более 42, но менее 54 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно  $-7$ , среднее арифметическое всех положительных из них равно 6, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно  $-12$ .

а) Сколько чисел написано на доске?

б) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?

в) Какое наибольшее число положительных чисел может быть среди них?