Демонстрационный вариант
Профильного Единого государственного экзамена 2017
по математике

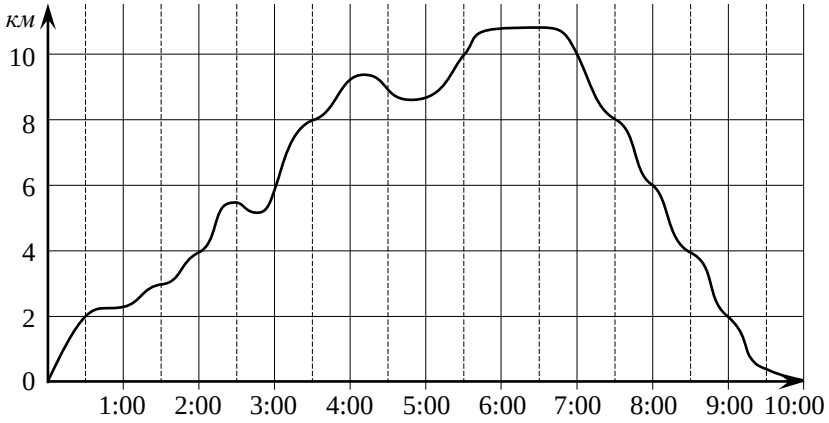
Вариант Н1 (сложный уровень)

Часть 1

Ответом к заданиям 1—12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

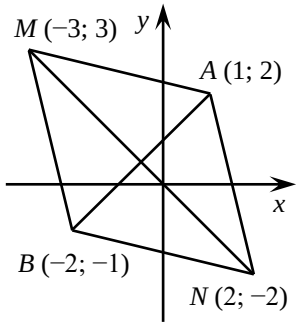
1 В 2016 году население страны составляло 148 000 000 человек, среди которых 40% — бедные и нищие. Через 30 лет население страны увеличится на 20%, количество бедных и нищих достигнет 75% населения. На сколько человек увеличится количество бедных и нищих через 30 лет?

2 На графике представлена зависимость высоты полёта самолёта, выполняющего 10-часовой рейс «Москва — Токио». По горизонтали отмечено время с момента взлёта, по вертикали — высота в километрах. Для удобства высоты разбиты на эшелоны: 0—2 км, 2—4 км и далее. Определите по графику, в каком эшелоне самолёт **суммарно** находился максимальное и минимальное время. В ответе укажите разность этих величин в минутах.



© Павел Бердов — репетитор по математике, www.berdov.com, Москва, 2017 г.
Допускается копирование и использование в некоммерческих целях.

3 Найдите площадь ромба с диагоналями AB и MN, если $A = (1;\ 2)$, $B = (-2;\ -1)$, $M = (-3;\ 3)$, $N = (2;\ -2)$.

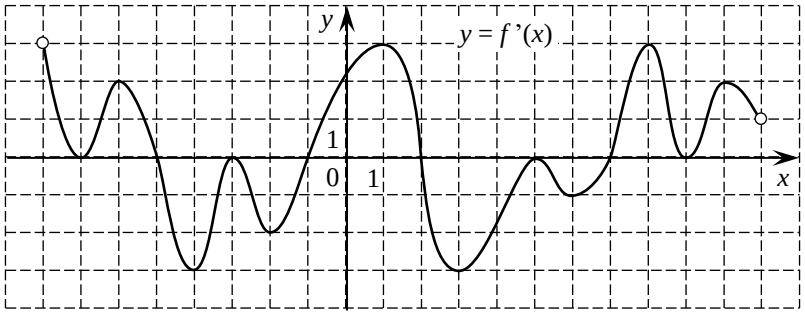


4 Из урны, содержащей 12 белых, 8 красных и 10 синих шаров, наудачу достают по одному шару. Если шар окажется синим, его возвращают обратно, а если белым или красным — перекладывают в другую урну. Процесс продолжается до тех пор, пока количество шаров во второй урне не окажется два шара. Найдите вероятность того, что эти шары разного цвета. Ответ округлите до сотых.

5 Решите уравнение: $2\cdot(0,5)^x\cdot\left(6^{2x-1}+1\right)=7\cdot 3^{x-1}$. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе укажите сумму всех корней.

6 В треугольнике ABC периметром 28 биссектрисы AD и BE пересекаются в точке M. Найдите AB, если $AB = BE$ и $BM = 2\ ME$.

7 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8;\ 11)$. Найдите точки экстремума функции $f(x)$, принадлежащие отрезку $[-6;\ 8]$. В ответе укажите сумму этих точек.



8 Найдите радиус сферы, описанной около правильной треугольной пирамиды объёмом $9\sqrt{3}$ и высотой 3.

© Павел Бердов — репетитор по математике, www.berdov.com, Москва, 2017 г.
Допускается копирование и использование в некоммерческих целях.

Часть 2

9 Найдите $\sin 2\alpha$, если $|\sin\alpha| = \frac{3}{\sqrt{10}}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

10 В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака. При этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону:

$$H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$$

где t — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 5$ м — начальная высота столба воды, $k = 1/500$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с^2). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

11 Трактористы А и Б вспахали поле. В первый день они вспахали треть поля. Причем А работал 2 часа, а Б — 3 часа. Оставшуюся часть поля они вспахали на другой день, причем А работал 5 часов, а Б — 4 часа 30 минут. За какое время тракторист Б мог бы вспахать поле один?

12 Найти наибольшее $y = 4x^3 - x|x-2|$ значение функции на отрезке $[0;3]$.

Для решения задач 13—19 используйте отдельные бланки. Запишите сначала номер задачи, а затем — полное обоснованное решение и ответ.

13 а) Решите уравнение: $2\cos^2\frac{x}{2} - 1 = \sin 3x$;

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$.

14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 30, а боковое ребро SA равно 28. Точки M и N — середины ребер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении 5 : 1, считая от точки C.

б) Найдите расстояние от вершины A до плоскости α.

© Павел Бердов — репетитор по математике, www.berdov.com, Москва, 2017 г.
Допускается копирование и использование в некоммерческих целях.

Профильный ЕГЭ-2017 по математике, 11 класс, www.berdov.com
Вариант Н1 (сложный уровень)

15 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 16^x + 12^x - 2\cdot 9^x < 0, \\ \log_{1-\frac{x^2}{26}}\left(x^2 - 10|x| + 26\right) - \log_{1+\frac{x^2}{26}}\left(x^2 - 10|x| + 26\right) \ge 0. \end{cases}$$

16 Две окружности касаются внутренним образом в точке A, причем меньшая проходит через центр большей. Хорда BC большей окружности касается меньшей в точке P. Хорды AB и AC пересекают меньшую окружность в точках K и M соответственно.

а) Докажите, что прямые KM и BC параллельны.

б) Пусть L — точка пересечения отрезков KM и AP. Найдите AL, если радиус большей окружности равен 26, а $BC = 48$.

17 На каждом из двух комбинатов работает по 100 человек. На первом комбинате один рабочий изготавливает за смену 3 детали А или 1 деталь Б. На втором комбинате для изготовления t деталей любого типа (и А, и Б) требуется t^2 человеко-смен.

Оба эти комбината поставляют детали на завод, где из этих деталей собирают изделие, для изготовления которого нужна 1 деталь А и 3 детали Б. При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы завод мог собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать завод за смену.

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множество значений функции $f(x)$ содержит отрезок $[1;2]$:

$$f(x) = \frac{\sqrt{a} - 2\sin x + 1}{\cos^2 x + a + 2\sqrt{a} + 1}$$

19 Три числа назовем **хорошей тройкой**, если они могут быть длинами сторон треугольника. Три числа назовем **отличной тройкой**, если они могут быть длинами сторон прямоугольного треугольника.

а) Даны 8 различных натуральных чисел. Может ли оказаться, что среди них не найдется ни одной хорошей тройки?

б) Даны 4 различных натуральных числа. Может ли оказаться, что среди них можно найти три отличных тройки?

в) Даны 12 различных чисел (необязательно натуральных). Какое наибольшее количество отличных троек могло оказаться среди них?

© Павел Бердов — репетитор по математике, www.berdov.com, Москва, 2017 г.
Допускается копирование и использование в некоммерческих целях.