



Демонстрационный вариант  
 Профильного Единого государственного экзамена 2017  
 по математике

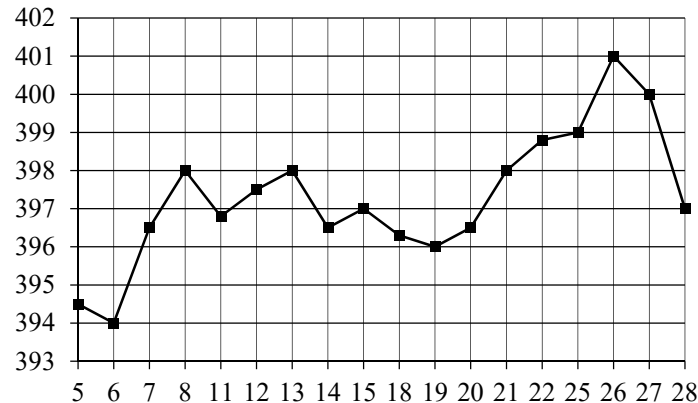
Вариант М2 (средний уровень)

Часть 1

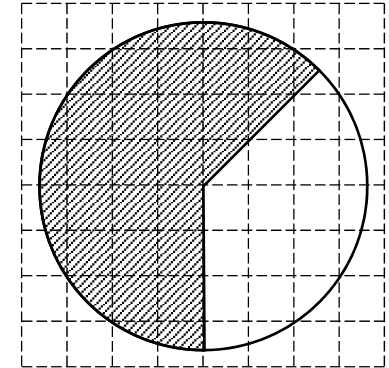
Ответом к заданиям 1—12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

1 Вася купил квартиру в 48-этажной новостройке. Нижние три этажа — нежилые, там нет ни одной квартиры. На всех остальных этажах находится по 8 квартир. На каком этаже расположена квартира Васи, если известен её номер — 275.

2 На рисунке жирными точками показана цена унции золота на момент закрытия биржевых во все рабочие дни с 5 по 28 марта 1996 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой золота на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за унцию).



3 Найдите площадь  $S$  незакрашенного сектора, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ . В ответе укажите величину  $S : \pi$ .



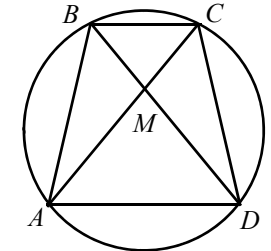
4 Из города в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в пятницу в автобусе окажется меньше 50 пассажиров, равна 0,86. Вероятность того, что будет меньше 40 пассажиров, равна 0,64. А вероятность того, что в пассажиров будет меньше 30, равна 0,45. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 30 до 40.

5 Решите уравнение:

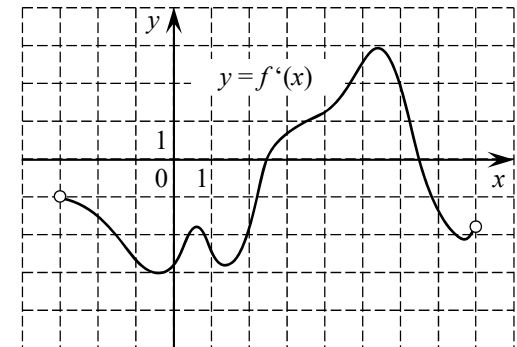
$$2^{\log_{5-x}(x^2-9x+15)} = 1$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите наибольший из них.

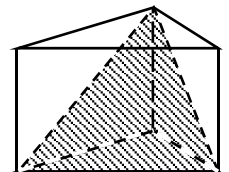
6 Трапеция  $ABCD$  вписана в окружность. Угол  $ABC$  равен  $109^\circ$ , угол  $BDC$  равен  $39^\circ$ . Найдите угол  $AMD$ . Ответ дайте в градусах.



7 На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 8)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите сумму целых чисел, входящих в эти промежутки.



8 От призмы, объём которой равен 195, отсечена треугольная пирамида. Плоскость сечения проходит через сторону одного основания и противоположную вершину другого основания. Найдите объём оставшейся части.



Часть 2

9 Найдите  $34 \sin \alpha$ , если известно следующее:

$$\cos \alpha = -\frac{4\sqrt{15}}{17}; \quad \alpha \in \left( \pi; \frac{3\pi}{2} \right)$$

10 Модель камнеметательной машины выстреливает камни под определенным углом к горизонту с фиксированной начальной скоростью. При этом траектория полета камня описывается формулой:

$$y = ax^2 + bx$$

где  $a = -1/150 \text{ м}^{-1}$ ,  $b = 0,8$  — постоянные коэффициенты. На каком наименьшем расстоянии от крепостной стены высотой 16 м можно расположить машину, чтобы камни перелетали через нее на высоте не менее 2 м? Ответ дайте в метрах.

11 Имеется два раствора кислоты разной концентрации: 60% и 20%. Из этих растворов приготовили две смеси: для первой использовали некоторое количество первого раствора и 15 л второго, для второй — то же количество первого раствора и 5 л второго. Сколько литров первого раствора использовано для приготовления первой смеси, если концентрация кислоты в первой смеси оказалась вдвое меньше концентрации воды во второй?

12 Найдите наибольшее значение функции на отрезке  $\left[ -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$ :

$$y = 12\sqrt{2} \cos x + 12x - 3\pi + 8$$

*Для решения задач 13—19 используйте отдельные бланки. Запишите сначала номер задачи, а затем — полное обоснованное решение и ответ.*

13 а) Решите уравнение:  $\sqrt{3} \cdot \sin x - \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} x \cdot \sin x = \sqrt{3}$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ -\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{4} \right]$ .

14 В треугольной пирамиде  $ABCD$  двугранные углы при ребрах  $AD$  и  $BC$  равны,  $AB = BD = DC = AC = 5$ .

а) Докажите, что  $AD = BC$ .

б) Найдите объем пирамиды, если двугранные углы при ребрах  $AD$  и  $BC$  равны  $60^\circ$ .

15 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{3-x}(x+1) \cdot \log_{x+5}(4-x) \geq 0 \\ \left| \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} \right|^{x-1,2} + \left| \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} \right|^{1,2-x} \leq 2 \end{cases}$$

16 Точка  $O$  — центр окружности, описанной вокруг остроугольного треугольника  $ABC$ ,  $I$  — центр вписанной в него окружности,  $H$  — точка пересечения высот. Известно, что  $\angle BAC = \angle OBC + \angle OCB$ .

а) Докажите, что точка  $I$  лежит на окружности, описанной около треугольника  $BOC$ .

б) Найдите угол  $OIH$ , если  $\angle ABC = 55^\circ$ .

17 В двух областях есть по 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,2 кг алюминия или 0,2 кг никеля. Во второй области для добычи  $x$  кг алюминия в день требуется  $x^2$  человеко-часов труда, а для добычи  $y$  кг никеля в день требуется  $y^2$  человеко-часов труда.

Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 1 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

18 Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых для любого значения  $x$  выполняется неравенство:

$$\left| 3 \sin^2 x + 2a \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x + a \right| \leq 3$$

19 На доске написано число 7. Раз в минуту Вася дописывает на доску одно число: либо вдвое большее какого-то из чисел на доске, либо равно сумме каких-то двух чисел, написанных на доске. Таким образом, через одну минуту на доске появится второе число, через две — третье и т.д.

а) Может ли в какой-то момент на доске оказаться число 2012?

б) Может ли в какой-то момент сумма всех чисел на доске равняться 63?

в) Через какое наименьшее время на доске может появиться число 784?