



Демонстрационный вариант
 Профильного Единого государственного экзамена 2017
 по математике

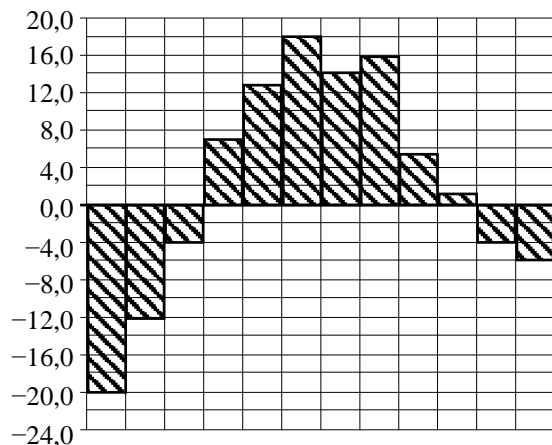
Вариант М1 (средний уровень)

Часть 1

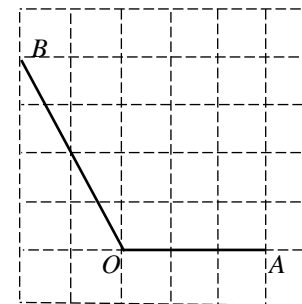
Ответом к заданиям 1—12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

1 Железнодорожный билет для взрослого стоит 720 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 15 школьников и 2 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?

2 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 1973 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



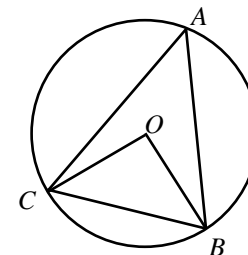
3 Найдите тангенс угла AOB , который изображён на рисунке.



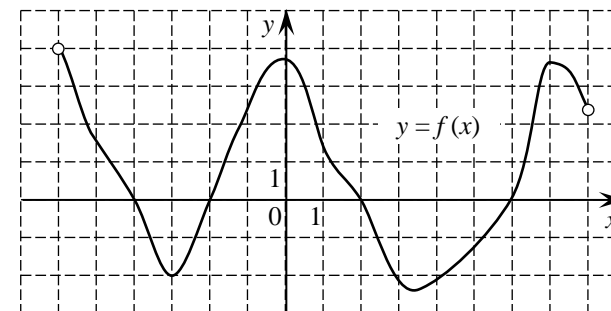
4 Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

5 Найдите корень уравнения $\log_4(10 + 2x) = 3$

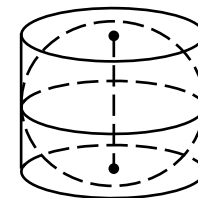
6 Треугольник ABC вписан в окружность с центром O . Найдите угол BOC , если угол BAC равен 32° . Ответ дайте в градусах.



7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



8 Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 111. Найдите площадь поверхности шара.



Часть 2

9

Найдите $3 \cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

10

Автомобиль, масса которого равна $m = 2160$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остаётся неизменным, и проходит за это время путь $S = 500$ метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю, равно $F = \frac{2mS}{t^2}$. Определите наибольшее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдёт указанный путь, если известно, что сила F , приложенная к автомобилю, не меньше 2400 Н. Ответ выразите в секундах.

11

Байдарка в 9:00 вышла из пункта А в пункт Б, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте Б 45 минут, байдарка отправилась назад и вернулась в пункт А в 16:00 того же дня. Определите (в км/ч) собственную скорость байдарки, если известно, что скорость течения реки равна 1 км/ч.

12

Найдите наименьшее значение функции на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$:

$$y = \frac{\pi\sqrt{3}}{2} - 3 \cos x - \frac{x\sqrt{27}}{2} + 1$$

Для решения задач 13—19 используйте отдельные бланки. Запишите сначала номер задачи, а затем — полное обоснованное решение и ответ.

13

а) Решите уравнение: $4 \cos x \sin x - 3 \sin^2 x = 1$;

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{4}\right]$.

14

В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны 5. На ребрах SA, AB, BC взяты точки P, Q, R соответственно так, что $PA = AQ = RC = 2$.

а) Докажите, что плоскость PQR перпендикулярна ребру SD .

б) Найдите расстояние от вершины D до плоскости PQR .

15

Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4^x - 29 \cdot 2^x + 168 \leq 0, \\ \frac{x^4 - 5x^3 + 3x - 25}{x^2 - 5x} \geq x^2 - \frac{1}{x-4} + \frac{5}{x}. \end{cases}$$

16

Окружность, проходящая через вершины A, C и D прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC , пересекает меньшую боковую сторону AB в точке P и касается прямой BC . Известно, что $AD = CD$.

а) Докажите, что CP — биссектриса угла ACB .

б) В каком отношении прямая DP делит площадь трапеции?

17

У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 400 ц/га, а на втором — 300 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 400 ц/га. Фермер может продавать картофель по цене 10 000 руб. за центнер, а свёклу — по цене 11 000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

18

Найдите все значения параметра a , при которых для любого действительного x выполняется неравенство:

$$|3 \sin x + a^2 - 22| + |7 \sin x + a + 12| \leq 11 \sin x + |a^2 + a - 20| + 11$$

19

Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т. д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будет выписан набор 2, 3, 5, 5, 7, 8, 10.

а) На доске выписан набор $-11, -7, -5, -4, -1, 2, 6$. Какие числа были задуманы?

б) Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, выписанном на доске, число 0 встречается ровно 4 раза. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?

в) Для некоторых задуманных чисел на доске выписан набор. Всегда ли по этому набору можно однозначно определить задуманные числа?