

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
11 класс

20 января 2016 года
Вариант МА10301
(базовый уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите значение выражения $\frac{9}{5} + 1\frac{1}{8} \cdot 0,8$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $\frac{(5^{-3})^2}{5^{-9}}$.

Ответ: _____.

3 В период распродажи магазин снижал цены дважды: в первый раз на 10 %, во второй — на 20 %. Сколько рублей стал стоить чайник после второго снижения цен, если до начала распродажи он стоил 1500 рублей?

Ответ: _____.

4 Перевести температуру из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C — температура в градусах по шкале Цельсия, t_F — температура в градусах по шкале Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 59 градусов по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____.

5 Найдите значение выражения $7^{2\log_7 3}$.

Ответ: _____.

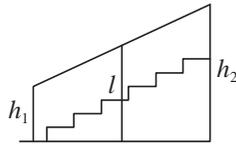
6 В школе есть четырёхместные туристические палатки. Какое наименьшее число палаток нужно взять в поход, в котором участвует 11 человек?

Ответ: _____.

7 Найдите корень уравнения $\sqrt{6x+13} = 11$.

Ответ: _____.

8 Перила лестницы дачного дома для надёжности укреплены посередине вертикальным столбом. Найдите высоту l этого столба, если наименьшая высота перил h_1 равна 0,8 м, а наибольшая высота h_2 равна 1,6 м. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

9 Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ

- А) площадь волейбольной площадки
- Б) площадь тетрадного листа
- В) площадь письменного стола
- Г) площадь города Москвы

ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

- 1) 162 кв. м
- 2) 600 кв. см
- 3) 2511 кв. км
- 4) 1,1 кв. м

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

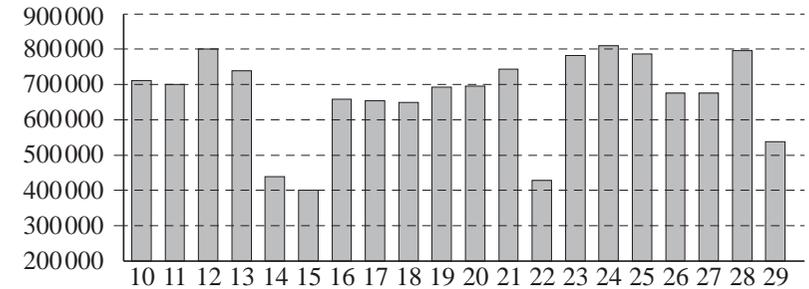
А	Б	В	Г

Ответ:

10 Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо или вовсе не пишет, равна 0,11. Покупатель, не глядя, берёт одну шариковую ручку из коробки. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Ответ: _____.

11 На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА «Новости» во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, какого числа количество посетителей сайта РИА «Новости» было наибольшим за указанный период.



Ответ: _____.

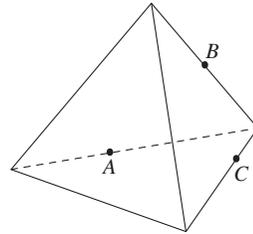
12 Интернет-провайдер предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «0»	Нет	1,5 руб. за 1 Мбайт
План «300»	300 руб. за 300 Мбайт трафика в месяц	2 руб. за 1 Мбайт сверх 300 Мбайт
План «1000»	900 руб. за 1000 Мбайт трафика в месяц	2,5 руб. за 1 Мбайт сверх 1000 Мбайт

Пользователь предполагает, что его трафик составит 650 Мбайт в месяц, и исходя из этого выбирает наиболее дешёвый тарифный план. Сколько рублей должен будет заплатить пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 650 Мбайт?

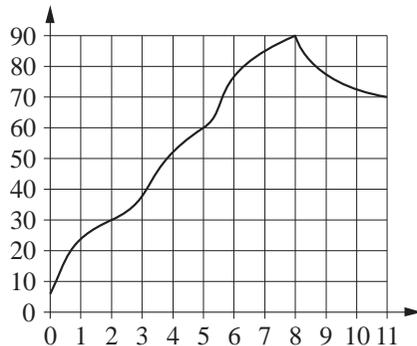
Ответ: _____.

- 13** Плоскость, проходящая через три точки A , B и C (см. рисунок), пересекает тетраэдр на два многогранника. Сколько рёбер у того многогранника, у которого меньше вершин?



Ответ: _____.

- 14** На графике изображена зависимость температуры от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси — температура двигателя в градусах Цельсия.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику температуры.

ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) 0–2 мин.	1) Температура была выше 80°C на всём интервале.
Б) 5–6 мин.	2) Самый быстрый рост температуры.
В) 7–8 мин.	3) Температура падала.
Г) 9–11 мин.	4) Температура не превышала 30°C на всём интервале.

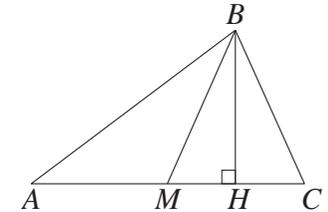
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

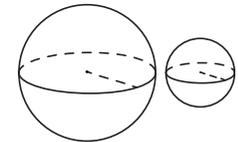
- 15** В треугольнике ABC проведены медиана BM и высота BH . Известно, что $AC = 59$ и $BC = BM$. Найдите AH .

Ответ: _____.



- 16** Даны два шара с радиусами 5 и 1. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?

Ответ: _____.



- 17** Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА	РЕШЕНИЯ
А) $\frac{(x-3)^2}{x-2} > 0$	1) $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$
Б) $(x-2)(x-3) < 0$	2) $(2; 3) \cup (3; +\infty)$
В) $\frac{x-2}{x-3} > 0$	3) $(2; 3)$
Г) $(x-2)^2(x-3) < 0$	4) $(-\infty; 2) \cup (2; 3)$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий решению номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

18 Фирма приобрела стеллаж, стол, проектор и ксерокс. Известно, что стеллаж дороже стола, а ксерокс дешевле стола и дешевле проектора. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Стол дешевле ксерокса.
- 2) Стеллаж дороже ксерокса.
- 3) Ксерокс — самая дешёвая из покупок.
- 4) Стеллаж и ксерокс стоят одинаково.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

19 Найдите четырёхзначное число, кратное 18, произведение цифр которого больше 16, но меньше 24. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____.

20 Список заданий викторины состоял из 25 вопросов. За каждый правильный ответ ученик получал 5 очков, за неправильный ответ с него списывали 9 очков, а при отсутствии ответа давали 0 очков. Сколько верных ответов дал ученик, набравший 40 очков, если известно, что по крайней мере один раз он ошибся?

Ответ: _____.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

20 января 2016 года

Вариант МА10302

(базовый уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите значение выражения $6\frac{3}{5} + 1\frac{1}{9} \cdot 0,72$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $\frac{(2^{-3})^2}{2^{-10}}$.

Ответ: _____.

3 В период распродажи магазин снижал цены дважды: в первый раз на 15 %, во второй — на 25 %. Сколько рублей стал стоить чайник после второго снижения цен, если до начала распродажи он стоил 2000 рублей?

Ответ: _____.

4 Перевести температуру из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C — температура в градусах по шкале Цельсия, t_F — температура в градусах по шкале Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 86 градусов по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____.

5 Найдите значение выражения $3^{2\log_3 6}$.

Ответ: _____.

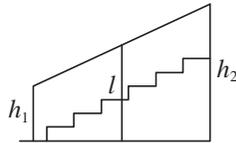
6 В школе есть четырёхместные туристические палатки. Какое наименьшее число палаток нужно взять в поход, в котором участвует 25 человек?

Ответ: _____.

7 Найдите корень уравнения $\sqrt{-8 + 9x} = 8$.

Ответ: _____.

- 8 Перила лестницы дачного дома для надёжности укреплены посередине вертикальным столбом. Найдите высоту l этого столба, если наименьшая высота перил h_1 равна 1,1 м, а наибольшая высота h_2 равна 1,9 м. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

- 9 Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ

- А) площадь города Санкт-Петербурга
- Б) площадь одной стороны монеты
- В) площадь поверхности тумбочки
- Г) площадь баскетбольной площадки

ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

- 1) 420 кв. м
- 2) 400 кв. мм
- 3) 1439 кв. км
- 4) 0,2 кв. м

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

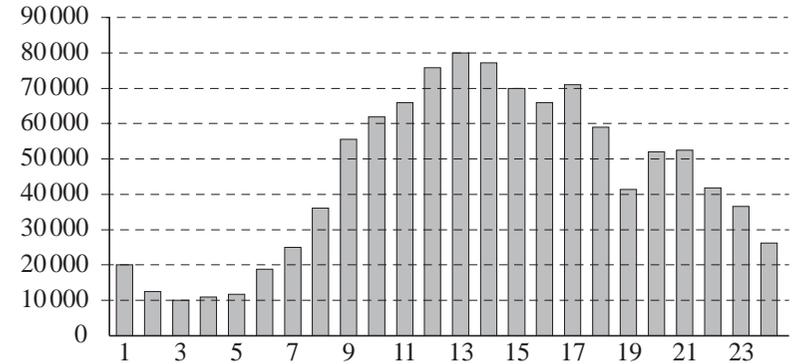
Ответ:

А	Б	В	Г

- 10 Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо или вовсе не пишет, равна 0,14. Покупатель, не глядя, берёт одну шариковую ручку из коробки. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Ответ: _____.

- 11 На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости в течение каждого часа 8 декабря 2009 года. По горизонтали указывается час, по вертикали — количество посетителей сайта на протяжении этого часа. Определите по диаграмме, в течение какого часа на сайте РИА «Новости» побывало максимальное количество посетителей.



Ответ: _____.

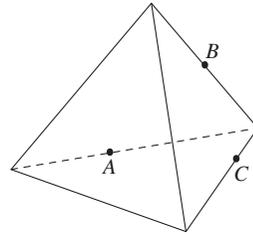
- 12 Интернет-провайдер предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «0»	Нет	1,5 руб. за 1 Мб
План «500»	550 руб. за 500 Мб трафика в месяц	2,5 руб. за 1 Мб сверх 500 Мб
План «900»	800 руб. за 900 Мб трафика в месяц	0,2 руб. за 1 Мб сверх 900 Мб

Пользователь предполагает, что его трафик составит 550 Мб в месяц, и исходя из этого выбирает наиболее дешёвый тарифный план. Сколько рублей должен будет заплатить пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 550 Мб?

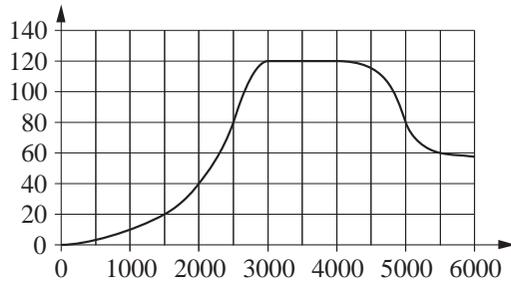
Ответ: _____.

- 13** Плоскость, проходящая через три точки A , B и C (см. рисунок), пересекает тетраэдр на два многогранника. Сколько граней у того многогранника, у которого больше рёбер?



Ответ: _____.

- 14** На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа оборотов в минуту. На горизонтальной оси отмечено число оборотов в минуту, на вертикальной оси — крутящий момент в Н·м.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу числа оборотов в минуту характеристику крутящего момента.

ИНТЕРВАЛЫ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) 0–2000 об./мин.	1) Крутящий момент не меняется на всём интервале.
Б) 2000–3000 об./мин.	2) При увеличении числа оборотов самый быстрый рост крутящего момента.
В) 3000–4000 об./мин.	3) Крутящий момент не превышает 40 Н·м на всём интервале.
Г) 4000–6000 об./мин.	4) При увеличении числа оборотов крутящий момент падает.

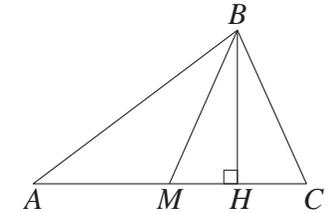
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

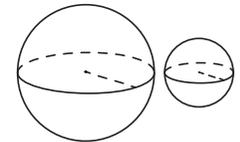
А	Б	В	Г

- 15** В треугольнике ABC проведены медиана BM и высота BH . Известно, что $AC=8$ и $BC=BM$. Найдите AH .

Ответ: _____.



- 16** Даны два шара с радиусами 9 и 3. Во сколько раз площадь поверхности большего шара больше площади поверхности другого?



Ответ: _____.

- 17** Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА	РЕШЕНИЯ
А) $(x-1)^2(x-5) < 0$	1) $(-\infty; 1) \cup (1; 5)$
Б) $(x-1)(x-5) < 0$	2) $(1; 5)$
В) $\frac{x-1}{x-5} > 0$	3) $(1; 5) \cup (5; +\infty)$
Г) $\frac{(x-5)^2}{x-1} > 0$	4) $(-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий решению номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

18 Хозяйка к празднику купила морс, мороженое, крабовые палочки и рыбу. Мороженое стоило дороже крабовых палочек, но дешевле рыбы, морс стоил дешевле мороженого. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Морс стоил дешевле рыбы.
- 2) За морс заплатили больше, чем за мороженое.
- 3) Рыба — самая дорогая из покупок.
- 4) Среди указанных четырёх покупок есть три, стоимость которых одинакова.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

19 Найдите четырёхзначное число, кратное 18, произведение цифр которого больше 18, но меньше 30. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____.

20 Список заданий викторины состоял из 36 вопросов. За каждый правильный ответ ученик получал 5 очков, за неправильный ответ с него списывали 11 очков, а при отсутствии ответа давали 0 очков. Сколько верных ответов дал ученик, набравший 75 очков, если известно, что по крайней мере один раз он ошибся?

Ответ: _____.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
11 класс

20 января 2016 года
Вариант МА10303
(базовый уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите значение выражения $2\frac{5}{6} + \frac{4}{9} \cdot 0,375$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $\frac{(3^{-4})^2}{3^{-10}}$.

Ответ: _____.

3 В период распродажи магазин снижал цены дважды: в первый раз на 20 %, во второй — на 15 %. Сколько рублей стал стоить чайник после второго снижения цен, если до начала распродажи он стоил 1400 рублей?

Ответ: _____.

4 Перевести температуру из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C — температура в градусах по шкале Цельсия, t_F — температура в градусах по шкале Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 131 градус по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____.

5 Найдите значение выражения $7^{4\log_7 5}$.

Ответ: _____.

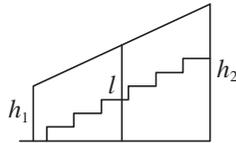
6 В школе есть шестиместные туристические палатки. Какое наименьшее число палаток нужно взять в поход, в котором участвует 20 человек?

Ответ: _____.

7 Найдите корень уравнения $\sqrt{9x-9} = 3$.

Ответ: _____.

- 8** Перила лестницы дачного дома для надёжности укреплены посередине вертикальным столбом. Найдите высоту l этого столба, если наименьшая высота перил h_1 равна 1,2 м, а наибольшая высота h_2 равна 2,2 м. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

- 9** Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ
А) площадь почтовой марки	1) 162 кв. м
Б) площадь письменного стола	2) 0,9 кв. м
В) площадь города Санкт-Петербурга	3) 1439 кв. км
Г) площадь волейбольной площадки	4) 5,2 кв. см

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

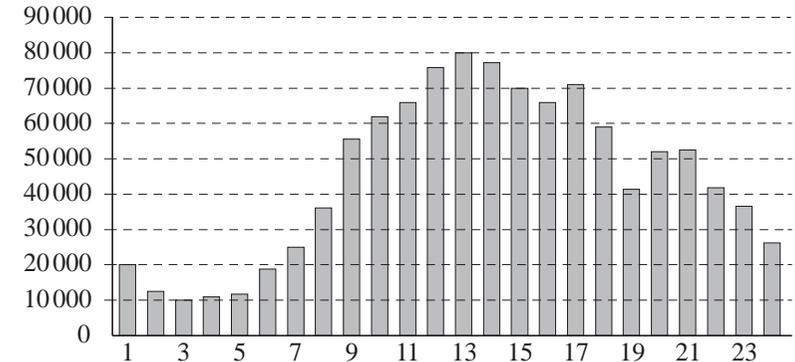
Ответ:

А	Б	В	Г

- 10** Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо или вовсе не пишет, равна 0,17. Покупатель, не глядя, берёт одну шариковую ручку из коробки. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Ответ: _____.

- 11** На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА «Новости» в течение каждого часа 8 декабря 2009 года. По горизонтали указывается час, по вертикали — количество посетителей сайта на протяжении этого часа. Определите по диаграмме, в течение какого часа на сайте РИА «Новости» побывало минимальное количество посетителей.



Ответ: _____.

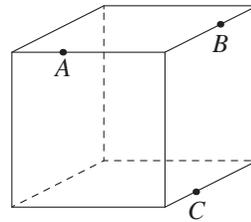
- 12** Интернет-провайдер предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «0»	Нет	2 руб. за 1 Мбайт
План «100»	90 руб. за 100 Мбайт трафика в месяц	1,5 руб. за 1 Мбайт сверх 100 Мбайт
План «500»	400 руб. за 500 Мбайт трафика в месяц	2,5 руб. за 1 Мбайт сверх 500 Мбайт

Пользователь предполагает, что его трафик составит 350 Мбайт в месяц, и исходя из этого выбирает наиболее дешёвый тарифный план. Сколько рублей должен будет заплатить пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 350 Мбайт?

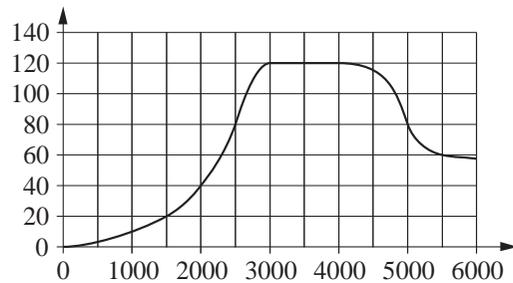
Ответ: _____.

- 13** Плоскость, проходящая через три точки A , B и C , (см. рисунок), пересекает куб на два многогранника. Сколько рёбер у того многогранника, у которого меньше вершин?



Ответ: _____.

- 14** На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа оборотов в минуту. На горизонтальной оси отмечено число оборотов в минуту, на вертикальной оси — крутящий момент в $\text{Н} \cdot \text{м}$.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу числа оборотов в минуту характеристику крутящего момента.

ИНТЕРВАЛЫ

- А) 1000–3000 об./мин.
- Б) 3000–3500 об./мин.
- В) 4000–5000 об./мин.
- Г) 5000–6000 об./мин.

ХАРАКТЕРИСТИКИ

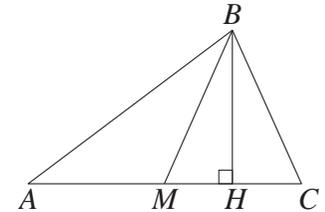
- 1) При увеличении числа оборотов крутящий момент падает, но остаётся больше $60 \text{ Н} \cdot \text{м}$ на всём интервале.
- 2) При увеличении числа оборотов крутящий момент падает и не превышает $80 \text{ Н} \cdot \text{м}$ на всём интервале.
- 3) При увеличении числа оборотов крутящий момент растёт.
- 4) При увеличении числа оборотов крутящий момент не меняется.

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

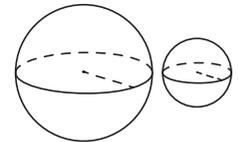
А	Б	В	Г

- 15** В треугольнике ABC проведены медиана BM и высота BH . Известно, что $AC = 73$ и $BC = BM$. Найдите AH .



Ответ: _____.

- 16** Даны два шара с радиусами 6 и 1. Во сколько раз площадь поверхности большего шара больше площади поверхности другого?



Ответ: _____.

- 17** Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

- А) $(x-2)^2(x-4) < 0$
- Б) $\frac{(x-4)^2}{x-2} > 0$
- В) $(x-2)(x-4) < 0$
- Г) $\frac{x-2}{x-4} > 0$

РЕШЕНИЯ

- 1) $(-\infty; 2) \cup (2; 4)$
- 2) $(-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$
- 3) $(2; 4)$
- 4) $(2; 4) \cup (4; +\infty)$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий решению номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

18 В доме Мити больше этажей, чем в доме Маши, в доме Лены меньше этажей, чем в доме Маши, а в доме Толи больше этажей, чем в Ленинском доме. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Дом Лены самый малоэтажный среди перечисленных четырёх.
- 2) В доме Маши меньше этажей, чем в доме Лены.
- 3) В Митином доме больше этажей, чем в Ленинском.
- 4) Среди этих четырёх домов есть три с одинаковым количеством этажей.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

19 Найдите четырёхзначное число, кратное 36, произведение цифр которого больше 12, но меньше 18. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____.

20 Список заданий викторины состоял из 36 вопросов. За каждый правильный ответ ученик получал 5 очков, за неправильный ответ с него списывали 12 очков, а при отсутствии ответа давали 0 очков. Сколько верных ответов дал ученик, набравший 65 очков, если известно, что по крайней мере один раз он ошибся?

Ответ: _____.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
11 класс

20 января 2016 года
Вариант МА10304
(базовый уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите значение выражения $3\frac{3}{20} + \frac{1}{7} \cdot 4,9$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $\frac{(5^{-3})^2}{5^{-10}}$.

Ответ: _____.

3 В период распродажи магазин снижал цены дважды: в первый раз на 20 %, во второй — на 10 %. Сколько рублей стал стоить чайник после второго снижения цен, если до начала распродажи он стоил 1300 рублей?

Ответ: _____.

4 Перевести температуру из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C — температура в градусах по шкале Цельсия, t_F — температура в градусах по шкале Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 212 градусов по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____.

5 Найдите значение выражения $3^{4\log_3 5}$.

Ответ: _____.

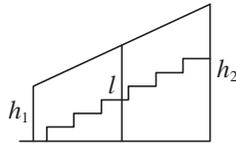
6 В школе есть двухместные туристические палатки. Какое наименьшее число палаток нужно взять в поход, в котором участвует 25 человек?

Ответ: _____.

7 Найдите корень уравнения $\sqrt{19 + 5x} = 2$.

Ответ: _____.

- 8 Перила лестницы дачного дома для надёжности укреплены посередине вертикальным столбом. Найдите высоту l этого столба, если наименьшая высота перил h_1 равна 1,1 м, а наибольшая высота h_2 равна 2,1 м. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

- 9 Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ

- А) площадь футбольного поля
- Б) площадь почтовой марки
- В) площадь купюры достоинством 100 рублей
- Г) площадь города Москвы

ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

- 1) 97,5 кв. см
- 2) 2511 кв. км
- 3) 165 кв. мм
- 4) 7000 кв. м

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

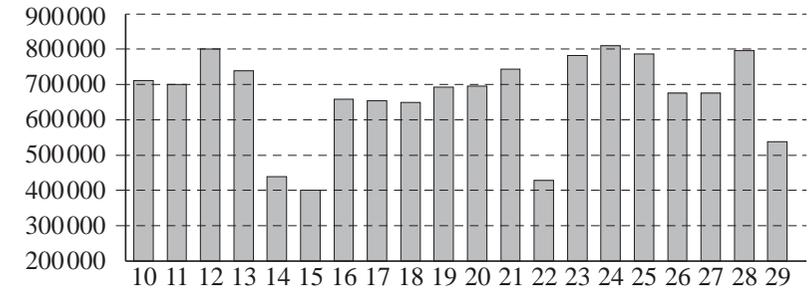
Ответ:

А	Б	В	Г

- 10 Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо или вовсе не пишет, равна 0,21. Покупатель, не глядя, берёт одну шариковую ручку из коробки. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Ответ: _____.

- 11 На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА «Новости» во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, какого числа количество посетителей сайта РИА «Новости» было наименьшим за указанный период.



Ответ: _____.

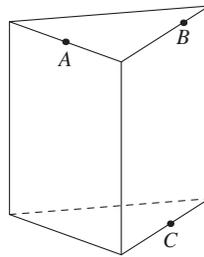
- 12 Интернет-провайдер предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «0»	Нет	0,6 руб. за 1 Мб
План «400»	436 руб. за 400 Мб трафика в месяц	0,4 руб. за 1 Мб сверх 400 Мб
План «900»	817 руб. за 900 Мб трафика в месяц	0,2 руб. за 1 Мб сверх 900 Мб

Пользователь предполагает, что его трафик составит 600 Мб в месяц, и исходя из этого выбирает наиболее дешёвый тарифный план. Сколько рублей должен будет заплатить пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 600 Мб?

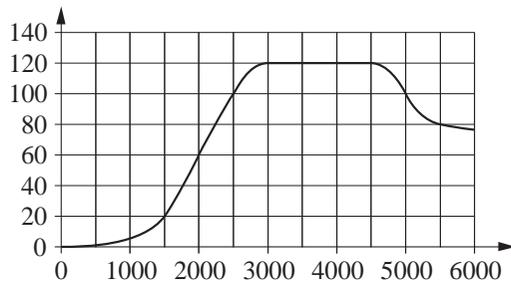
Ответ: _____.

- 13** Плоскость, проходящая через три точки A , B и C , (см. рисунок), рассекает правильную треугольную призму на два многогранника. Сколько граней у того многогранника, у которого меньше рёбер?



Ответ: _____.

- 14** На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа оборотов в минуту. На горизонтальной оси отмечено число оборотов в минуту, на вертикальной оси — крутящий момент в Н·м.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу числа оборотов в минуту характеристику крутящего момента.

ИНТЕРВАЛЫ

- А) 0–1500 об./мин.
- Б) 1500–2000 об./мин.
- В) 3000–4500 об./мин.
- Г) 4500–5000 об./мин.

ХАРАКТЕРИСТИКИ

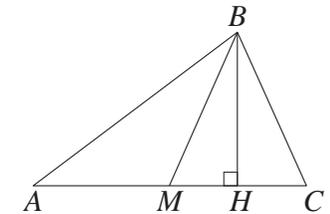
- 1) При увеличении числа оборотов крутящий момент растёт, но не превышает 20 Н·м.
- 2) При увеличении числа оборотов крутящий момент не меняется.
- 3) Самый быстрый рост крутящего момента при увеличении числа оборотов.
- 4) При увеличении числа оборотов крутящий момент падает.

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

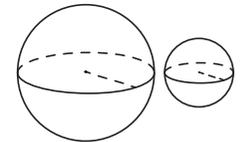
А	Б	В	Г

- 15** В треугольнике ABC проведены медиана BM и высота BH . Известно, что $AC = 78$ и $BC = BM$. Найдите AH .



Ответ: _____.

- 16** Даны два шара с радиусами 12 и 2. Во сколько раз площадь поверхности большего шара больше площади поверхности другого?



Ответ: _____.

- 17** Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

- А) $(x-3)(x-4) < 0$
- Б) $\frac{x-3}{x-4} > 0$
- В) $(x-3)^2(x-4) < 0$
- Г) $\frac{(x-4)^2}{x-3} > 0$

РЕШЕНИЯ

- 1) $(-\infty; 3) \cup (4; +\infty)$
- 2) $(3; 4) \cup (4; +\infty)$
- 3) $(3; 4)$
- 4) $(-\infty; 3) \cup (3; 4)$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий решению номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

18 Оля младше Алисы, но старше Иры. Лена не младше Иры. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Алиса и Ира одного возраста.
- 2) Среди указанных четырёх человек нет никого младше Иры.
- 3) Алиса старше Иры.
- 4) Алиса и Оля одного возраста.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

19 Найдите четырёхзначное число, кратное 18, произведение цифр которого больше 10, но меньше 16. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____.

20 Список заданий викторины состоял из 25 вопросов. За каждый правильный ответ ученик получал 5 очков, за неправильный ответ с него списывали 8 очков, а при отсутствии ответа давали 0 очков. Сколько верных ответов дал ученик, набравший 50 очков, если известно, что по крайней мере один раз он ошибся?

Ответ: _____.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ**11 класс**

20 января 2016 года

Вариант МА10305

(базовый уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

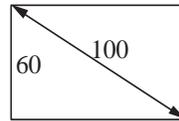
Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!**Часть 1****Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Найдите значение выражения $2\frac{5}{14} + 5 + \frac{8}{7}$.
 Ответ: _____.
- 2** Найдите значение выражения $(0,1)^3 \cdot 10^4 \cdot 2^3$.
 Ответ: _____.
- 3** Число посетителей сайта увеличилось за месяц вчетверо. На сколько процентов увеличилось число посетителей сайта за этот месяц?
 Ответ: _____.
- 4** Количество теплоты (в джоулях), полученное однородным телом при нагревании, вычисляется по формуле $Q = cm(t_2 - t_1)$, где c — удельная теплоёмкость (в $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$), m — масса тела (в кг), t_1 — начальная температура тела (в кельвинах), а t_2 — конечная температура тела (в кельвинах). Пользуясь этой формулой, найдите Q (в джоулях), если $t_2 = 608 \text{ К}$, $c = 600 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, $m = 3 \text{ кг}$ и $t_1 = 603 \text{ К}$.
 Ответ: _____.
- 5** Найдите значение выражения $3^{2\log_3 6}$.
 Ответ: _____.
- 6** Теплоход рассчитан на 760 пассажиров и 35 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 60 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?
 Ответ: _____.
- 7** Решите уравнение $x^2 = -5x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.
 Ответ: _____.

- 8 Диагональ прямоугольного телевизионного экрана равна 100 см, а высота экрана — 60 см. Найдите ширину экрана. Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

- 9 Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ

ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

- | | |
|--|----------------|
| А) длительность полнометражного мультипликационного фильма | 1) 4 минуты |
| Б) время обращения Марса вокруг Солнца | 2) 90 минут |
| В) длительность звучания одной песни | 3) 687 суток |
| Г) продолжительность вспышки фотоаппарата | 4) 0,2 секунды |

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

А	Б	В	Г

- 10 В среднем из 150 садовых насосов, поступивших в продажу, 6 подтекает. Найдите вероятность того, что случайно выбранный для контроля насос подтекает.

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график изменения атмосферного давления в городе Энске за три дня. По горизонтали указаны дни недели, по вертикали — значения атмосферного давления в миллиметрах ртутного столба. Определите по рисунку наибольшее значение атмосферного давления за данные три дня (в мм рт. ст.).



Ответ: _____.

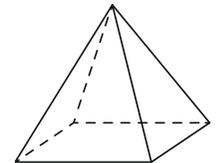
- 12 Клиент хочет арендовать автомобиль на сутки для поездки протяжённостью 600 км. В таблице приведены характеристики трёх автомобилей и стоимость их аренды.

Автомобиль	Топливо	Расход топлива (л на 100 км)	Арендная плата (руб. за 1 сутки)
А	Дизельное	8	3850
Б	Бензин	9	3300
В	Газ	15	3300

Помимо аренды, клиент обязан оплатить топливо для автомобиля на всю поездку. Цена дизельного топлива — 25 рублей за литр, бензина — 35 рублей за литр, газа — 20 рублей за литр. Сколько рублей заплатит клиент за аренду и топливо, если выберет самый дешёвый вариант?

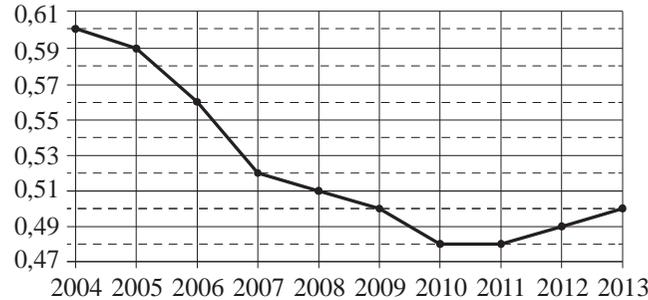
Ответ: _____.

- 13 Пирамида Хеопса имеет форму правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 230 м, а высота — 147 м. Сторона основания точной музейной копии этой пирамиды равна 115 см. Найдите высоту музейной копии. Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

- 14** На рисунке точками показан прирост населения Китая в период с 2004 по 2013 годы. По горизонтали указывается год, по вертикали — прирост населения в процентах (увеличение численности населения относительно прошлого года). Для наглядности точки соединены линией.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику прироста населения Китая.

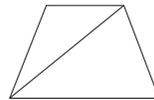
- | ИНТЕРВАЛЫ | ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВИЖЕНИЯ |
|------------------|---|
| А) 2005–2007 гг. | 1) Падение прироста остановилось. |
| Б) 2007–2009 гг. | 2) Наибольшее падение прироста населения. |
| В) 2009–2011 гг. | 3) Прирост населения находился в пределах от 0,5 % до 0,52 %. |
| Г) 2011–2013 гг. | 4) Прирост населения увеличивался. |

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

- 15** Основания равнобедренной трапеции равны 56 и 104, боковая сторона равна 30. Найдите длину диагонали трапеции.



Ответ: _____.

- 16** Даны два конуса. Радиус основания и образующая первого конуса равны соответственно 2 и 4, а второго — 6 и 8. Во сколько раз площадь боковой поверхности второго конуса больше площади боковой поверхности первого?

Ответ: _____.

- 17** На прямой отмечено число m .



Каждому из четырёх чисел в левом столбце соответствует отрезок, которому оно принадлежит. Установите соответствие между числами и отрезками из правого столбца.

- | ЧИСЛА | ОТРЕЗКИ |
|-------------------|---------------|
| А) $4 - m$ | 1) $[-3; -2]$ |
| Б) m^2 | 2) $[0; 1]$ |
| В) $\sqrt{m+1}$ | 3) $[1; 2]$ |
| Г) $-\frac{2}{m}$ | 4) $[3; 4]$ |

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий отрезку номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

- 18** Двадцать выпускников одного из одиннадцатых классов сдавали ЕГЭ по обществознанию. Самый низкий полученный балл был равен 36, а самый высокий — 75. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- Среди этих выпускников есть человек, который получил 75 баллов за ЕГЭ по обществознанию.
- Среди этих выпускников есть двадцать два человека с равными баллами за ЕГЭ по обществознанию.
- Среди этих выпускников есть человек, получивший 20 баллов за ЕГЭ по обществознанию.
- Баллы за ЕГЭ по обществознанию любого из этих двадцати человек не ниже 35.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

- 19** Найдите четырёхзначное натуральное число, меньшее 1360, которое делится на каждую свою цифру и все цифры которого различны и не равны нулю. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____.

- 20** В корзине лежит 45 грибов: рыжики и грузди. Известно, что среди любых 23 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 24 грибов хотя бы один груздь. Сколько рыжиков в корзине?

Ответ: _____.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
11 класс

20 января 2016 года
Вариант МА10306
(базовый уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

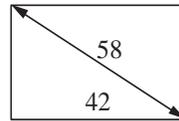
Желаем успеха!

Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Найдите значение выражения $1\frac{1}{3} + 3 + \left(-1\frac{7}{12}\right)$.
Ответ: _____.
- 2** Найдите значение выражения $(0,1)^2 \cdot 10^4 \cdot 3^2$.
Ответ: _____.
- 3** Число посетителей сайта увеличилось за месяц в пять раз. На сколько процентов увеличилось число посетителей сайта за этот месяц?
Ответ: _____.
- 4** Количество теплоты (в джоулях), полученное однородным телом при нагревании, вычисляется по формуле $Q = cm(t_2 - t_1)$, где c — удельная теплоёмкость (в $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$), m — масса тела (в кг), t_1 — начальная температура тела (в кельвинах), а t_2 — конечная температура тела (в кельвинах). Пользуясь этой формулой, найдите Q (в джоулях), если $t_2 = 657$ К, $c = 500 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, $m = 4$ кг и $t_1 = 653$ К.
Ответ: _____.
- 5** Найдите значение выражения $7^{4\log_7 5}$.
Ответ: _____.
- 6** Теплоход рассчитан на 770 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 80 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?
Ответ: _____.
- 7** Решите уравнение $x^2 = -x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.
Ответ: _____.

- 8** Диагональ прямоугольного телевизионного экрана равна 58 см, а ширина экрана — 42 см. Найдите высоту экрана. Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

- 9** Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ

ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

- | | |
|--|----------------|
| А) время обращения Земли вокруг Солнца | 1) 3,5 минуты |
| Б) длительность полнометражного художественного фильма | 2) 105 минут |
| В) длительность звучания одной песни | 3) 365 суток |
| Г) продолжительность вспышки фотоаппарата | 4) 0,1 секунды |

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

А	Б	В	Г

- 10** В среднем из 300 садовых насосов, поступивших в продажу, 60 подтекают. Найдите вероятность того, что случайно выбранный для контроля насос подтекает.

Ответ: _____.

- 11** На рисунке изображён график изменения атмосферного давления в городе Энске за три дня. По горизонтали указаны дни недели, по вертикали — значения атмосферного давления в миллиметрах ртутного столба. Определите по рисунку наибольшее значение атмосферного давления во вторник (в мм рт. ст.).



Ответ: _____.

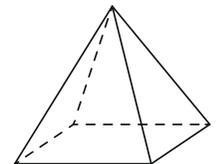
- 12** Клиент хочет арендовать автомобиль на сутки для поездки протяжённостью 700 км. В таблице приведены характеристики трёх автомобилей и стоимость их аренды.

Автомобиль	Топливо	Расход топлива (л на 100 км)	Арендная плата (руб. за 1 сутки)
А	Дизельное	5	4200
Б	Бензин	11	2700
В	Газ	16	3000

Помимо аренды, клиент обязан оплатить топливо для автомобиля на всю поездку. Цена дизельного топлива — 30 рублей за литр, бензина — 35 рублей за литр, газа — 20 рублей за литр. Сколько рублей заплатит клиент за аренду и топливо, если выберет самый дешёвый вариант?

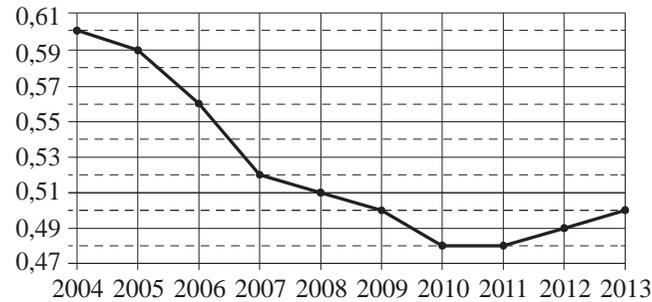
Ответ: _____.

- 13** Пирамида Хефрена имеет форму правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 210 м, а высота — 136 м. Сторона основания точной музейной копии этой пирамиды равна 10,5 см. Найдите высоту музейной копии. Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

- 14** На рисунке точками показан прирост населения Китая в период с 2004 по 2013 год. По горизонтали указывается год, по вертикали — прирост населения в процентах (увеличение численности населения относительно прошлого года). Для наглядности точки соединены линией.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику прироста населения Китая.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ

ХАРАКТЕРИСТИКИ

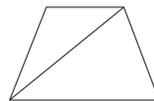
- | | |
|------------------|---|
| A) 2004–2006 гг. | 1) Прирост населения оставался выше 0,55 %. |
| B) 2006–2007 гг. | 2) Прирост населения достиг минимума. |
| B) 2008–2011 гг. | 3) Прирост населения увеличился. |
| Г) 2011–2012 гг. | 4) Наибольшее падение прироста населения. |

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

- 15** Основания равнобедренной трапеции равны 21 и 57, боковая сторона равна 82. Найдите длину диагонали трапеции.

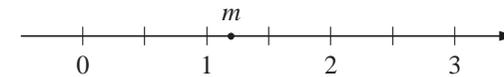


Ответ: _____.

- 16** Даны два конуса. Радиус основания и образующая первого конуса равны соответственно 8 и 9, а второго — 2 и 8. Во сколько раз площадь боковой поверхности первого конуса больше площади боковой поверхности второго?

Ответ: _____.

- 17** На прямой отмечено число m .



Каждому из четырёх чисел в левом столбце соответствует отрезок, которому оно принадлежит. Установите соответствие между числами и отрезками из правого столбца.

ЧИСЛА

ОТРЕЗКИ

- | | |
|-------------------|--------------|
| A) $\sqrt{m} - 1$ | 1) $[-1; 0]$ |
| B) m^2 | 2) $[0; 1]$ |
| B) $m - 2$ | 3) $[1; 2]$ |
| Г) $\frac{3}{m}$ | 4) $[2; 3]$ |

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий отрезку номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

- 18** Перед волейбольным турниром измерили рост игроков волейбольной команды города N . Оказалось, что рост каждого из волейболистов этой команды больше 190 см и меньше 210 см. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) В волейбольной команде города N обязательно есть игрок, рост которого равен 220 см.
- 2) В волейбольной команде города N нет игроков с ростом 189 см.
- 3) Рост любого волейболиста этой команды меньше 210 см.
- 4) Разница в росте любых двух игроков волейбольной команды города N составляет более 20 см.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

- 19** Найдите натуральное число, большее 1340, но меньшее 1640, которое делится на каждую свою цифру и все цифры которого различны и не равны нулю. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____.

- 20** В корзине лежит 25 грибов: рыжики и грузди. Известно, что среди любых 11 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 16 грибов хотя бы один груздь. Сколько рыжиков в корзине?

Ответ: _____.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ**11 класс**

20 января 2016 года

Вариант МА10307

(базовый уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

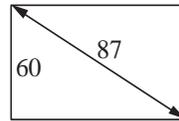
Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!**Часть 1****Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Найдите значение выражения $2\frac{3}{4} + 3 + \frac{15}{2}$.
 Ответ: _____.
- 2** Найдите значение выражения $(0,01)^2 \cdot 10^5 : 4^{-2}$.
 Ответ: _____.
- 3** Число посетителей сайта увеличилось за месяц в полтора раза. На сколько процентов увеличилось число посетителей сайта за этот месяц?
 Ответ: _____.
- 4** Количество теплоты (в джоулях), полученное однородным телом при нагревании, вычисляется по формуле $Q = cm(t_2 - t_1)$, где c — удельная теплоёмкость (в $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$), m — масса тела (в кг), t_1 — начальная температура тела (в кельвинах), а t_2 — конечная температура тела (в кельвинах). Пользуясь этой формулой, найдите Q (в джоулях), если $t_2 = 412$ К, $c = 300 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, $m = 3$ кг и $t_1 = 407$ К.
 Ответ: _____.
- 5** Найдите значение выражения $3^{4\log_3 5}$.
 Ответ: _____.
- 6** Теплоход рассчитан на 720 пассажиров и 35 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 60 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?
 Ответ: _____.
- 7** Решите уравнение $x^2 = 3x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.
 Ответ: _____.

- 8** Диагональ прямоугольного телевизионного экрана равна 87 см, а высота экрана — 60 см. Найдите ширину экрана. Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

- 9** Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ

ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

- | | |
|--|----------------|
| А) длительность полнометражного художественного фильма | 1) 4 минуты |
| Б) время обращения Венеры вокруг Солнца | 2) 105 минут |
| В) длительность звучания одной песни | 3) 225 суток |
| Г) продолжительность вспышки фотоаппарата | 4) 0,2 секунды |

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

А	Б	В	Г

- 10** В среднем из 300 садовых насосов, поступивших в продажу, 45 подтекает. Найдите вероятность того, что случайно выбранный для контроля насос подтекает.

Ответ: _____.

- 11** На рисунке изображён график изменения атмосферного давления в городе Энске за три дня. По горизонтали указаны дни недели, по вертикали — значения атмосферного давления в миллиметрах ртутного столба. Укажите наименьшее значение атмосферного давления в среду (в мм рт. ст.).



Ответ: _____.

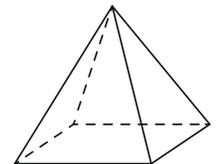
- 12** Клиент хочет арендовать автомобиль на сутки для поездки протяжённостью 300 км. В таблице приведены характеристики трёх автомобилей и стоимость их аренды.

Автомобиль	Топливо	Расход топлива (л на 100 км)	Арендная плата (руб. за 1 сутки)
А	дизельное	8	3900
Б	бензин	9	3700
В	газ	12	3750

Помимо аренды, клиент обязан оплатить топливо для автомобиля на всю поездку. Цена дизельного топлива — 30 рублей за литр, бензина — 35 рублей за литр, газа — 25 рублей за литр. Сколько рублей заплатит клиент за аренду и топливо, если выберет самый дешёвый вариант?

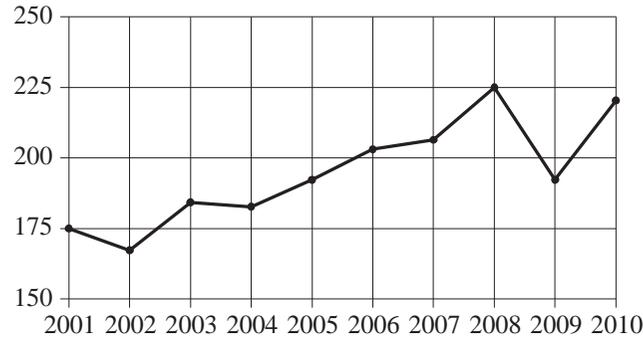
Ответ: _____.

- 13** Пирамида Снофру имеет форму правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 220 м, а высота — 104 м. Сторона основания точной музейной копии этой пирамиды равна 27,5 см. Найдите высоту музейной копии. Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

- 14** На рисунке точками показан годовой объём добычи угля в России открытым способом в период с 2001 по 2010 годы. По горизонтали указывается год, по вертикали — объём добычи угля в миллионах тонн. Для наглядности точки соединены линиями.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику добычи угля.

- | ПЕРИОДЫ
ВРЕМЕНИ | ХАРАКТЕРИСТИКИ ДОБЫЧИ УГЛЯ |
|--------------------|--|
| А) 2002–2004 гг. | 1) Объём добычи ежегодно составлял меньше 190 млн т. |
| Б) 2004–2006 гг. | 2) В течение периода объёмы добычи сначала уменьшались, а затем стали расти. |
| В) 2006–2008 гг. | 3) Объём добычи в первые два года почти не менялся, а затем значительно вырос. |
| Г) 2008–2010 гг. | 4) Объём добычи медленно рос в течение периода. |

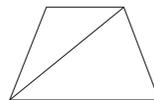
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

- 15** Основания равнобедренной трапеции равны 16 и 96, боковая сторона равна 58. Найдите длину диагонали трапеции.

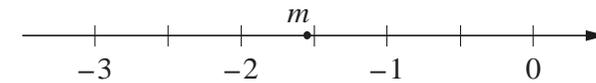
Ответ: _____.



- 16** Даны два конуса. Радиус основания и образующая первого конуса равны соответственно 4 и 6, а второго — 2 и 3. Во сколько раз площадь боковой поверхности первого конуса больше площади боковой поверхности второго?

Ответ: _____.

- 17** На прямой отмечено число m .



Каждому из четырёх чисел в левом столбце соответствует отрезок, которому оно принадлежит. Установите соответствие между числами и отрезками из правого столбца.

- | ЧИСЛА | ОТРЕЗКИ |
|-------------------|-------------|
| А) $3 - m$ | 1) $[0; 1]$ |
| Б) m^2 | 2) $[1; 2]$ |
| В) $\sqrt{m + 2}$ | 3) $[2; 3]$ |
| Г) $-\frac{2}{m}$ | 4) $[4; 5]$ |

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий отрезку номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

- 18** Перед баскетбольным турниром измерили рост игроков баскетбольной команды города N . Оказалось, что рост каждого из баскетболистов этой команды больше 180 см и меньше 195 см. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- В баскетбольной команде города N обязательно есть игрок, рост которого равен 200 см.
- В баскетбольной команде города N нет игроков с ростом 179 см.
- Рост любого баскетболиста этой команды меньше 195 см.
- Разница в росте любых двух игроков баскетбольной команды города N составляет более 15 см.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

- 19** Найдите натуральное число, большее 1640, но меньшее 1930, которое делится на каждую свою цифру и все цифры которого различны и не равны нулю. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____.

- 20** В корзине лежит 40 грибов: рыжики и грузди. Известно, что среди любых 17 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 25 грибов хотя бы один груздь. Сколько рыжиков в корзине?

Ответ: _____.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
11 класс

20 января 2016 года
Вариант МА10308
(базовый уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

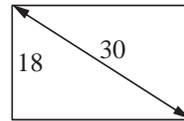
Желаем успеха!

Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Найдите значение выражения $2\frac{1}{9} + 1 + 3\frac{7}{18}$.
Ответ: _____.
- 2** Найдите значение выражения $(0,01)^2 \cdot 10^4 : 3^{-2}$.
Ответ: _____.
- 3** Число посетителей сайта увеличилось за месяц втрое. На сколько процентов увеличилось число посетителей сайта за этот месяц?
Ответ: _____.
- 4** Количество теплоты (в джоулях), полученное однородным телом при нагревании, вычисляется по формуле $Q = cm(t_2 - t_1)$, где c — удельная теплоёмкость (в $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$), m — масса тела (в кг), t_1 — начальная температура тела (в кельвинах), а t_2 — конечная температура тела (в кельвинах). Пользуясь этой формулой, найдите Q (в джоулях), если $t_2 = 409$ К, $c = 450 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, $m = 4$ кг и $t_1 = 405$ К.
Ответ: _____.
- 5** Найдите значение выражения $4^{5\log_4 2}$.
Ответ: _____.
- 6** Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?
Ответ: _____.
- 7** Решите уравнение $x^2 = 2x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.
Ответ: _____.

- 8 Диагональ прямоугольного экрана ноутбука равна 30 см, а высота экрана — 18 см. Найдите ширину экрана. Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

- 9 Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ

ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

- | | |
|--|----------------|
| А) время обращения Меркурия вокруг Солнца | 1) 3,5 минуты |
| Б) длительность полнометражного художественного фильма | 2) 90 минут |
| В) длительность звучания одной песни | 3) 88 суток |
| Г) продолжительность вспышки фотоаппарата | 4) 0,1 секунды |

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

А	Б	В	Г

- 10 В среднем из 200 садовых насосов, поступивших в продажу, 20 подтекает. Найдите вероятность того, что случайно выбранный для контроля насос подтекает.

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график изменения атмосферного давления в городе Энске за три дня. По горизонтали указаны дни недели, по вертикали — значения атмосферного давления в миллиметрах ртутного столба. Укажите наименьшее значение атмосферного давления в четверг (в мм рт. ст.).



Ответ: _____.

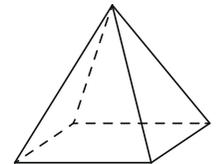
- 12 Клиент хочет арендовать автомобиль на сутки для поездки протяжённостью 500 км. В таблице приведены характеристики трёх автомобилей и стоимость их аренды.

Автомобиль	Топливо	Расход топлива (л на 100 км)	Арендная плата (руб. за 1 сутки)
А	дизельное	7	3700
Б	бензин	10	3200
В	газ	14	3200

Помимо аренды, клиент обязан оплатить топливо для автомобиля на всю поездку. Цена дизельного топлива — 25 рублей за литр, бензина — 35 рублей за литр, газа — 20 рублей за литр. Сколько рублей заплатит клиент за аренду и топливо, если выберет самый дешёвый вариант?

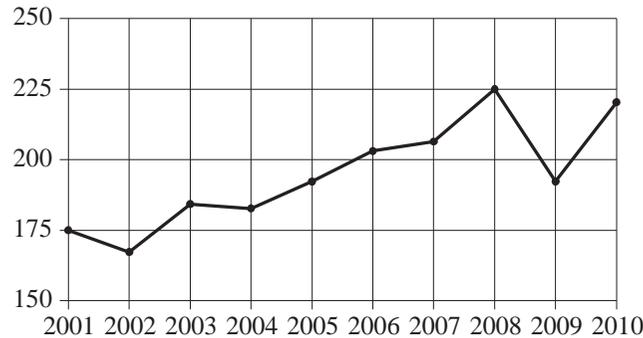
Ответ: _____.

- 13 Пирамида Снофру имеет форму правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 220 м, а высота — 104 м. Сторона основания точной музейной копии этой пирамиды равна 110 см. Найдите высоту музейной копии. Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

- 14** На рисунке точками показан годовой объём добычи угля в России открытым способом в период с 2001 по 2010 год. По горизонтали указывается год, по вертикали — объём добычи угля в миллионах тонн. Для наглядности точки соединены линиями.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику добычи угля.

ПЕРИОДЫ
ВРЕМЕНИ

ХАРАКТЕРИСТИКИ

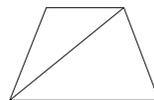
- | | |
|------------------|--|
| А) 2001–2003 гг. | 1) В течение периода объёмы добычи сначала росли, а затем стали падать. |
| Б) 2003–2005 гг. | 2) Объём добычи в этот период рос с каждым годом. |
| В) 2005–2007 гг. | 3) Период с минимальным показателем добычи за 10 лет. |
| Г) 2007–2009 гг. | 4) Годовой объём добычи составлял больше 175 млн т, но меньше 200 млн т. |

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

- 15** Основания равнобедренной трапеции равны 52 и 88, боковая сторона равна 30. Найдите длину диагонали трапеции.

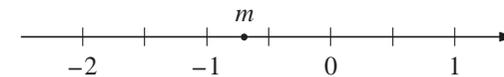


Ответ: _____.

- 16** Даны два конуса. Радиус основания и образующая первого конуса равны соответственно 5 и 9, а второго — 3 и 5. Во сколько раз площадь боковой поверхности первого конуса больше площади боковой поверхности второго?

Ответ: _____.

- 17** На прямой отмечено число m .



Каждому из четырёх чисел в левом столбце соответствует отрезок, которому оно принадлежит. Установите соответствие между числами и отрезками из правого столбца.

ЧИСЛА

ОТРЕЗКИ

- | | |
|-------------------|---------------|
| А) $\sqrt{6-m}$ | 1) $[-2; -1]$ |
| Б) m^2 | 2) $[0; 1]$ |
| В) $m-1$ | 3) $[2; 3]$ |
| Г) $-\frac{3}{m}$ | 4) $[4; 5]$ |

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий отрезку номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

- 18** В зоомагазине в один из аквариумов запустили 30 рыбок. Длина каждой рыбки больше 2 см, но не превышает 8 см. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Семь рыбок в этом аквариуме короче 2 см.
- 2) В этом аквариуме нет рыбки длиной 9 см.
- 3) Разница в длине любых двух рыбок не больше 6 см.
- 4) Длина каждой рыбки больше 8 см.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

- 19** Найдите четырёхзначное натуральное число, большее 1930, но меньшее 2200, которое делится на каждую свою цифру и все цифры которого различны и не равны нулю. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____.

- 20** В корзине лежит 30 грибов: рыжики и грузди. Известно, что среди любых 12 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 20 грибов хотя бы один груздь. Сколько рыжиков в корзине?

Ответ: _____.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
11 класс

20 января 2016 года
Вариант МА10309
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

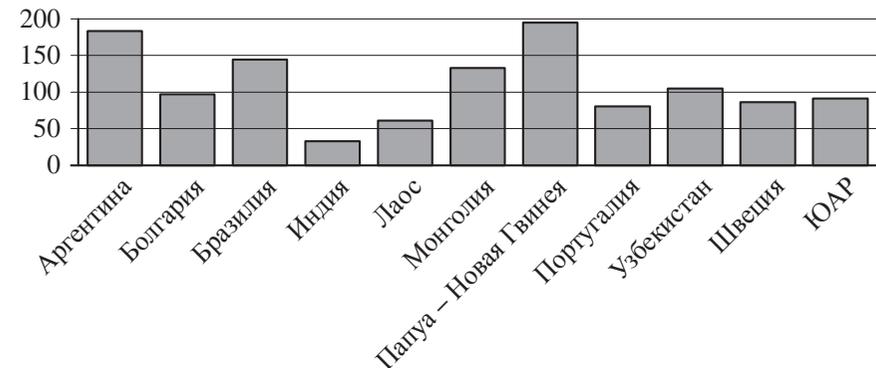
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 45 миль в час? Считайте, что 1 миля равна 1609 м. Ответ округлите до целого числа.

Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показано распределение выплавки меди в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Папуа – Новая Гвинея, одиннадцатое место — Индия. Какое место занимала Португалия?



Ответ: _____.

- 3** Найдите длину диагонали прямоугольника, вершины которого имеют координаты $(2; 1)$, $(2; 4)$, $(6; 1)$, $(6; 4)$.

Ответ: _____.

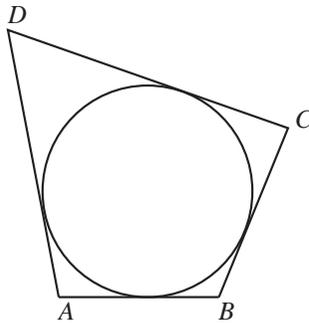
- 4 Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся П. верно решит больше 7 задач, равна 0,78. Вероятность того, что П. верно решит больше 6 задач, равна 0,89. Найдите вероятность того, что П. верно решит ровно 7 задач.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $(2x + 3)^2 = (2x + 9)^2$.

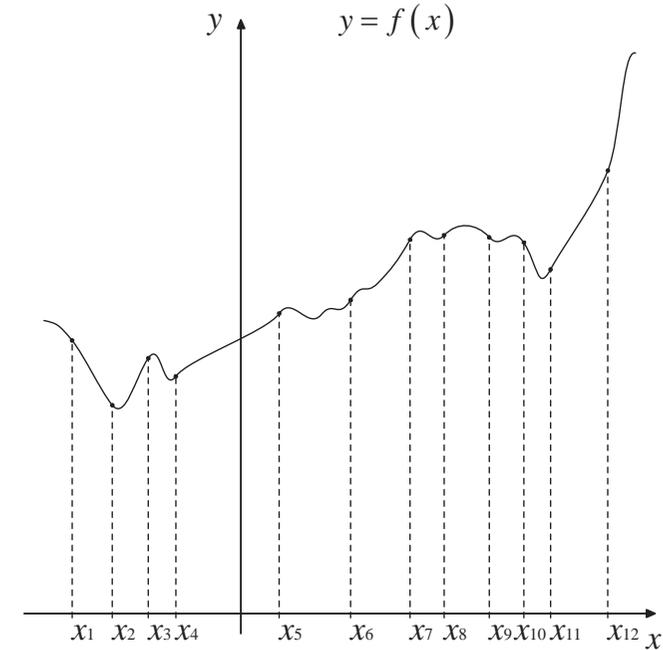
Ответ: _____.

- 6 В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 41$, $CD = 46$. Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$.



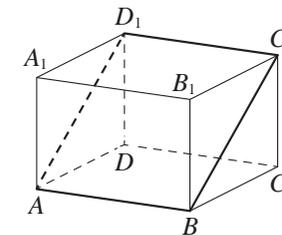
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и двенадцать точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



Ответ: _____.

- 8 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины рёбер: $AB = 16$, $AD = 21$, $AA_1 = 28$. Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A , B и C_1 .



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $(\log_3 243) \cdot (\log_2 256)$.

Ответ: _____.

10 Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление P (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле $P = \frac{4mg}{\pi D^2}$, где $m = 7500$ кг — общая масса навеса и колонны, D — диаметр колонны (в метрах). Считая, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², а $\pi = 3$, определите наименьший возможный диаметр колонны, если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 400 000 Па. Ответ выразите в метрах.

Ответ: _____.

11 Первые 140 км автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие 160 км — со скоростью 60 км/ч, а затем 120 км — со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = x + \frac{64}{x} + 13$ на отрезке $[0,5; 19]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\frac{2 \cos x + 1}{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

14 Все рёбра правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ с вершиной S равны 6. Основание высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка SS_1 , M — середина ребра AS , точка L лежит на ребре BC так, что $BL : LC = 1 : 2$.

а) Докажите, что сечение пирамиды $SABCD$ плоскостью S_1LM — равнобокая трапеция.

б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.

15 Решите неравенство

$$\frac{2^{2x+1} - 96 \cdot 0,5^{2x+3} + 2}{x+1} \leq 0.$$

16 Первая окружность с центром O , вписанная в равнобедренный треугольник KLM , касается боковой стороны KL в точке B , а основания ML — в точке A . Вторая окружность с центром O_1 касается основания ML и продолжений боковых сторон.

а) Докажите, что треугольник OLO_1 прямоугольный.

б) Найдите радиус второй окружности, если известно, что радиус первой равен 6 и $AK = 16$.

17 По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 5 % в первый год и на одинаковое целое число n процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение n , при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x - 3a + 1)^2 + (y + 2a)^2 = a - 1, \\ 4x + 3y = a + 1 \end{cases}$$

имеет более одного решения.

19 Будем называть четырёхзначное число *интересным*, если среди четырёх цифр в его десятичной записи нет нулей, а одна из этих цифр равна сумме трёх других из них. Например, интересным является число 6321.

а) Приведите пример двух интересных четырёхзначных чисел, разность между которыми равна трём.

б) Найдутся ли два интересных четырёхзначных числа, разность между которыми равна 111?

в) Найдите наименьшее простое число, для которого не существует кратного ему интересного четырёхзначного числа.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
11 класс

20 января 2016 года
Вариант МА10310
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

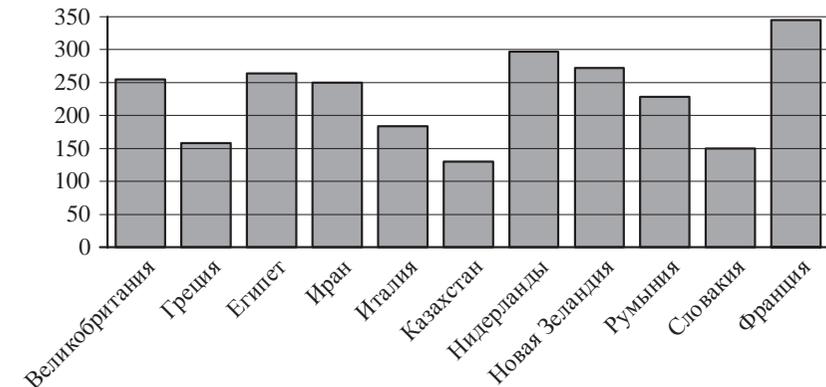
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 54 мили в час? Считайте, что 1 миля равна 1609 м. Ответ округлите до целого числа.

Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показано распределение выплавки алюминия в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке алюминия занимала Франция, одиннадцатое место — Казахстан. Какое место занимал Иран?



Ответ: _____.

- 3** Найдите длину диагонали прямоугольника, вершины которого имеют координаты $(1; 2)$, $(1; 10)$, $(7; 2)$, $(7; 10)$.

Ответ: _____.

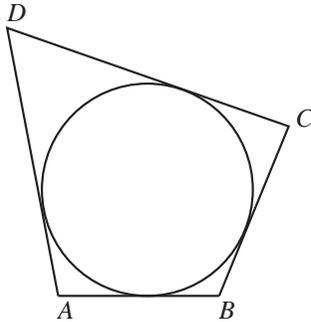
- 4 Вероятность того, что на тестировании по истории учащийся Т. верно решит больше 8 задач, равна 0,58. Вероятность того, что Т. верно решит больше 7 задач, равна 0,64. Найдите вероятность того, что Т. верно решит ровно 8 задач.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $(3x - 7)^2 = (3x + 1)^2$.

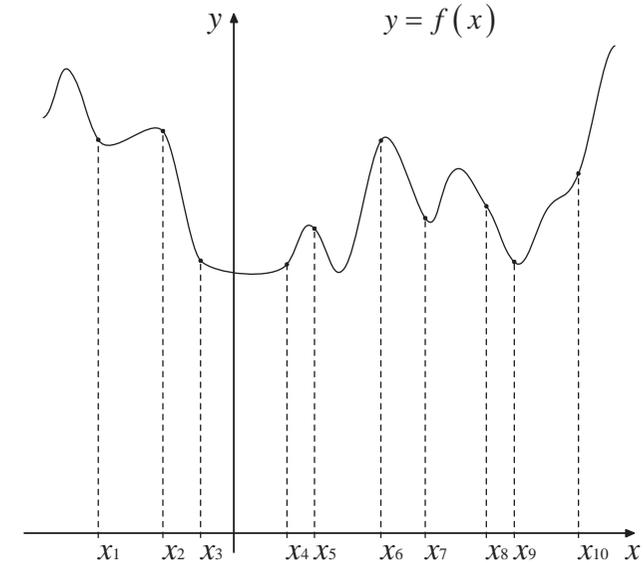
Ответ: _____.

- 6 В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 22$, $CD = 77$. Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$.



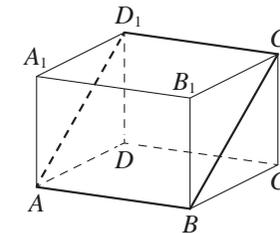
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



Ответ: _____.

- 8 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины рёбер: $AB = 15$, $AD = 12$, $AA_1 = 16$. Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A , B и C_1 .



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $(\log_5 625) \cdot (\log_4 64)$.

Ответ: _____.

10 Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление P (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле $P = \frac{4mg}{\pi D^2}$, где $m = 4050$ кг — общая масса навеса и колонны, D — диаметр колонны (в метрах). Считая, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², а $\pi = 3$, определите наименьший возможный диаметр колонны, если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 600 000 Па. Ответ выразите в метрах.

Ответ: _____.

11 Первые 110 км автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие 130 км — со скоростью 100 км/ч, а затем 180 км — со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = x + \frac{81}{x} + 14$ на отрезке $[0,5; 17]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\frac{\sqrt{3} \operatorname{tg} x + 1}{2 \sin x - 1} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{9\pi}{2}; 6\pi\right]$.

14 Все рёбра правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ с вершиной S равны 12. Основание высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка SS_1 , M — середина ребра AS , точка L лежит на ребре BC так, что $BL : LC = 1 : 2$.

а) Докажите, что сечение пирамиды $SABCD$ плоскостью S_1LM — равнобокая трапеция.

б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.

15 Решите неравенство

$$\frac{4^{x+1} - 192 \cdot 0,25^{x+1} - 4}{x+2} \leq 0.$$

16 Первая окружность с центром O , вписанная в равнобедренный треугольник KLM , касается боковой стороны KL в точке B , а основания ML — в точке A . Вторая окружность с центром O_1 касается основания ML и продолжений боковых сторон.

а) Докажите, что треугольник OLO_1 прямоугольный.

б) Найдите радиус второй окружности, если известно, что радиус первой равен 15 и $AK = 32$.

17 По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 20 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 10 % в первый год и на одинаковое целое число n процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение n , при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x+2a)^2 + (y+3a+1)^2 = a+1, \\ 3x-4y = a-1 \end{cases}$$

имеет более одного решения.

19 Будем называть четырёхзначное число *интересным*, если среди четырёх цифр в его десятичной записи нет нулей, а одна из этих цифр равна сумме трёх других из них. Например, интересным является число 6321.

а) Приведите пример двух интересных четырёхзначных чисел, разность между которыми равна пяти.

б) Найдутся ли два интересных четырёхзначных числа, разность между которыми равна 91?

в) Найдите наименьшее нечётное число, для которого не существует кратного ему интересного четырёхзначного числа.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

13

а) Решите уравнение $\frac{2\cos x + 1}{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

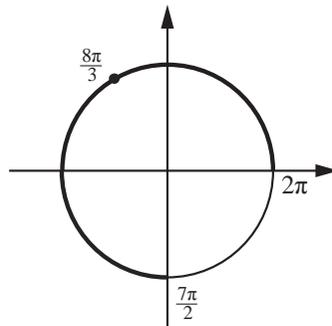
Решение.

а) Имеем

$$\frac{2\cos x + 1}{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}} = 0; \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2}, \\ \operatorname{tg} x \neq \sqrt{3}, \end{cases}$$

откуда $x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

б) Корни, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$, отберём с помощью единичной окружности.



Получаем $\frac{8\pi}{3}$.

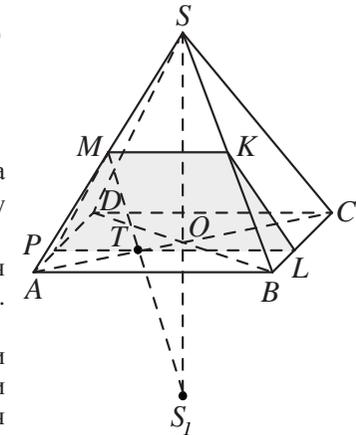
Ответ: а) $\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{8\pi}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

14

Все рёбра правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ с вершиной S равны 6. Основание высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка SS_1 , M — середина ребра AS , точка L лежит на ребре BC так, что $BL:LC=1:2$.

- а) Докажите, что сечение пирамиды $SABCD$ плоскостью S_1LM — равнобокая трапеция.
б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.



Решение.

Прямая S_1M пересекает медиану AO треугольника ABD в точке T так, что $AT:TO=2:1$, поскольку T — точка пересечения медиан треугольника SAS_1 и O — точка пересечения диагоналей основания $ABCD$, так как пирамида $SABCD$ правильная. Следовательно, $AT:TC=1:2$.

Точка L делит отрезок BC в отношении $BL:LC=1:2$, следовательно, треугольники ACB и TCL подобны с коэффициентом подобия $k=AC:TC=BC:CL=3:2$, так как они имеют общий угол с вершиной C и стороны AC и BC в треугольнике ABC пропорциональны сторонам TC и LC треугольника TCL , заключающим тот же угол. Значит, сторона сечения, проходящая через точки L и T , параллельна стороне AB основания пирамиды $SABCD$. Пусть эта сторона сечения пересекает сторону AD в точке P .

Сторона сечения, проходящая через точку M в плоскости SAB , параллельна прямой AB , так как плоскость S_1LM пересекает плоскость SAB и проходит через прямую PL , параллельную плоскости SAB . Пусть эта сторона сечения пересекает сторону SB в точке K . Тогда сечение $PMKL$ — равнобокая трапеция, поскольку

$$AP = BL \text{ и } AM = BK.$$

Большее основание LP трапеции равно 6, поскольку $ABCD$ — квадрат. Второе основание MK трапеции равно 3, поскольку MK — средняя линия треугольника SAB . Значит, средняя линия трапеции равна $\frac{3+6}{2} = 4,5$.

Ответ: б) 4,5.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	2
Верно доказан пункт а. ИЛИ Верно решён пункт б при отсутствии обоснований в пункте а	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

15 Решите неравенство

$$\frac{2^{2x+1} - 96 \cdot 0,5^{2x+3} + 2}{x+1} \leq 0.$$

Решение.

Рассмотрим отдельно числитель дроби:

$$2^{2x+1} - 96 \cdot 0,5^{2x+3} + 2 \leq 0; \quad 2 \cdot 2^{2x} - 12 \cdot \frac{1}{2^{2x}} + 2 \leq 0;$$

$$2^{2x} - 6 \cdot \frac{1}{2^{2x}} + 1 \leq 0.$$

Сделаем замену $y = 2^{2x}$:

$$y - \frac{6}{y} + 1 \leq 0; \quad y^2 + y - 6 \leq 0;$$

$$(y+3)(y-2) \leq 0; \quad y-2 \leq 0.$$

Сделаем обратную замену:

$$2^{2x} - 2 \leq 0; \quad 2x - 1 \leq 0.$$

Получаем

$$\frac{2^{2x+1} - 96 \cdot 0,5^{2x+3} + 2}{x+1} \leq 0;$$

$$\frac{2x-1}{x+1} \leq 0; \quad -1 < x \leq 0,5.$$

Ответ: $(-1; 0,5]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит вычислительную ошибку, возможно, приведшую к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

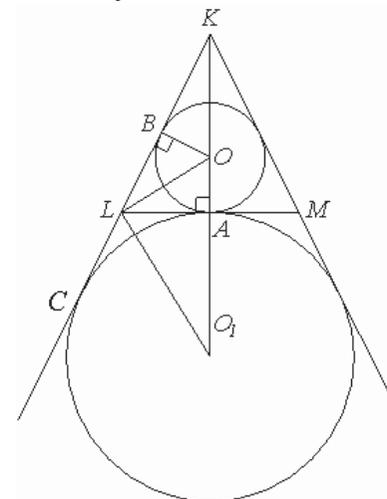
16 Первая окружность с центром O , вписанная в равнобедренный треугольник KLM , касается боковой стороны KL в точке B , а основания ML — в точке A . Вторая окружность с центром O_1 касается основания ML и продолжений боковых сторон.

а) Докажите, что треугольник OLO_1 прямоугольный.

б) Найдите радиус второй окружности, если известно, что радиус первой равен 6 и $AK = 16$.

Решение.

а) Пусть окружность с центром O_1 касается продолжения боковой стороны KL в точке C . Центр окружности, вписанной в угол, лежит на его биссектрисе, поэтому LO и LO_1 — биссектрисы смежных углов KLM и CLM . Следовательно, $\angle OLO_1 = 90^\circ$.



б) Прямоугольные треугольники KBO и KAL подобны, поэтому

$$\frac{AL}{OB} = \frac{AK}{KB}.$$

Значит,

$$AL = \frac{AK \cdot OB}{KB} = \frac{AK \cdot OB}{\sqrt{OK^2 - OB^2}} = \frac{16 \cdot 6}{\sqrt{10^2 - 6^2}} = \frac{16 \cdot 6}{8} = 12.$$

Пусть радиус окружности с центром O_1 равен r_1 . Треугольник KLM равнобедренный, поэтому окружности с центрами O и O_1 касаются основания ML в одной и той же точке A . Значит, точка A лежит на отрезке OO_1 , причём LA — высота прямоугольного треугольника OLO_1 , проведённая из вершины прямого угла. Следовательно,

$$r_1 = O_1A = \frac{AL^2}{OA} = \frac{12^2}{6} = 24.$$

Ответ: б) 24.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте b	3
Получен обоснованный ответ в пункте b . ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a . ИЛИ При обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

17 По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 5 % в первый год и на одинаковое целое число n процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение n , при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

Решение.

Пусть на каждый тип вклада была внесена одинаковая сумма S . На вкладе «А» каждый год сумма увеличивается на 10%, т.е. умножается на коэффициент 1,1. Поэтому через три года сумма на вкладе «А» будет равна

$$1,1^3 S = 1,331S.$$

Аналогично сумма на вкладе «Б» будет равна

$$1,05 \left(1 + \frac{n}{100}\right)^2 S,$$

где n — некоторое натуральное число.

По условию требуется найти наименьшее натуральное решение неравенства

$$1,05 \cdot \left(1 + \frac{n}{100}\right)^2 S > 1,331S,$$

$$\left(1 + \frac{n}{100}\right)^2 > \frac{1331}{1050} = 1,26\dots$$

При $n = 13$ неравенство

$$1,13^2 > 1,26\dots; \quad 1,2769 > 1,26\dots$$

верно, а при $n = 12$ неравенство

$$1,12^2 > 1,26\dots; \quad 1,2544 > 1,26\dots$$

неверно, как и при всех меньших n .

Ответ: 13.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 18** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x-3a+1)^2 + (y+2a)^2 = a-1, \\ 4x+3y = a+1 \end{cases}$$

имеет более одного решения.

Решение.

Если $a < 1$, то система не имеет решений.

Пусть $a = 1$. Тогда имеем систему

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y+2)^2 = 0, \\ 4x+3y = 2. \end{cases}$$

Первому уравнению удовлетворяет только одна пара $(2, -2)$, которая также удовлетворяет второму уравнению системы, поэтому при $a = 1$ система имеет единственное решение.

Пусть $a > 1$. Решения первого уравнения системы лежат на окружности с центром в точке $(3a-1, -2a)$ и радиусом $\sqrt{a-1}$. Решения второго уравнения — точки прямой $4x+3y = a+1$. Следовательно, система имеет более одного решения тогда и только тогда, когда расстояние от центра окружности $(3a-1, -2a)$ до прямой $4x+3y = a+1$ меньше радиуса $\sqrt{a-1}$ данной окружности. Получаем систему:

$$\begin{cases} \frac{|4(3a-1) + 3(-2a) - a - 1|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} < \sqrt{a-1}, & \begin{cases} |5a-5| < 5\sqrt{a-1}, \\ a > 1; \end{cases} & 1 < a < 2. \end{cases}$$

Следовательно, система имеет более одного решения при $1 < a < 2$.

Ответ: $(1; 2)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получены все значения a , но ответ содержит лишнее значение	3
С помощью верного рассуждения получено одно значение a	2
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения прямой и окружности (аналитически или графически)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

- 19** Будем называть четырёхзначное число *интересным*, если среди четырёх цифр в его десятичной записи нет нулей, а одна из этих цифр равна сумме трёх других из них. Например, интересным является число 6321.

- а) Приведите пример двух интересных четырёхзначных чисел, разность между которыми равна трём.
 б) Найдутся ли два интересных четырёхзначных числа, разность между которыми равна 111?
 в) Найдите наименьшее простое число, для которого не существует кратного ему интересного четырёхзначного числа.

Решение.

а) Примером таких чисел являются числа 6222 и 6219.

б) Предположим, что такие числа существуют. Рассмотрим какие-либо два таких интересных числа. Пусть \overline{abcd} — десятичная запись большего из них, а k — та из цифр a, b, c или d , которая равна сумме трёх других. Тогда сумма цифр этого числа равна $2k$, то есть чётна. Аналогично получаем, что сумма цифр меньшего из рассматриваемых интересных чисел также чётна. Так как $d \neq 0$, четвёртая цифра меньшего из рассматриваемых интересных чисел равна $d-1$. Так как $c \neq 0$, третья цифра этого числа равна $c-1$. Аналогично получаем, что вторая цифра этого числа равна $b-1$. Наконец, первая цифра этого числа равна a . Значит, сумма цифр меньшего из рассматриваемых интересных чисел на три меньше суммы чисел большего из них. Пришли к противоречию.

в) Покажем, что искомое число равно 11. Для этого сначала приведём примеры интересных четырёхзначных чисел, кратных 2, 3, 5, и 7: число 2114 кратно 2 и 7, число 9135 кратно 3 и 5.

Пусть \overline{abcd} — десятичная запись какого-либо интересного числа, кратного 11. Тогда

$$\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d = 11(91a + 9b + c) + (b - a + d - c).$$

Получаем, что число $b - a + d - c$ кратно 11. Поскольку a, b, c и d — цифры, отсюда следует, что либо $b + d = a + c$, либо эти две суммы отличаются на 11. Составим две пары чисел: a и c, b и d . Пусть k — та из цифр a, b, c и d , которая равна сумме трёх других, l — та из них, которая в паре с k . Пусть m и n — две оставшиеся из цифр a, b, c и d . Поскольку $k = l + m + n$, имеем $k + l > m + n$. Значит, $k + l = m + n + 11$. Вычитая из этого равенства равенство $k = l + m + n$, получаем $l = 11 - l$. Следовательно, $2l = 11$. Пришли к противоречию. Значит, не существует интересных четырёхзначных чисел, кратных 11.

Ответ: а) Да, например, 6222 и 6219; б) нет; в) 11.

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – пример в п. <i>a</i> , – обоснованное решение в п. <i>б</i> , – искомая оценка в п. <i>в</i> , – пример в п. <i>в</i> , обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

13

- а) Решите уравнение $\frac{\sqrt{3} \operatorname{tg} x + 1}{2 \sin x - 1} = 0$.
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{9\pi}{2}; 6\pi]$.

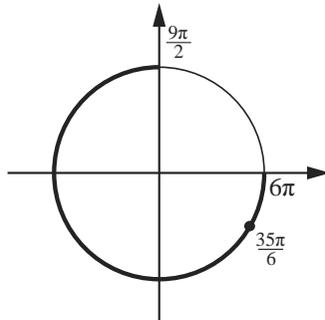
Решение.

а) Имеем

$$\frac{\sqrt{3} \operatorname{tg} x + 1}{2 \sin x - 1} = 0; \quad \begin{cases} \operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}}, \\ \sin x \neq \frac{1}{2}, \end{cases}$$

откуда $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

- б) Корни, принадлежащие отрезку $[\frac{9\pi}{2}; 6\pi]$, отберём с помощью единичной окружности.



Получаем $\frac{35\pi}{6}$.

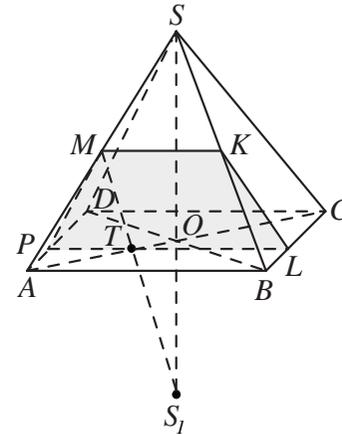
Ответ: а) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{35\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

14

Все рёбра правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ с вершиной S равны 12. Основание высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка SS_1 , M — середина ребра AS , точка L лежит на ребре BC так, что $BL:LC=1:2$.

- а) Докажите, что сечение пирамиды $SABCD$ плоскостью S_1LM — равнобокая трапеция.
- б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.



Решение.

Прямая S_1M пересекает медиану AO треугольника ABD в точке T так, что $AT:TO=2:1$, поскольку T — точка пересечения медиан треугольника SAS_1 и O — точка пересечения диагоналей основания $ABCD$, так как пирамида $SABCD$ правильная. Следовательно, $AT:TC=1:2$.

Точка L делит отрезок BC в отношении $BL:LC=1:2$, следовательно, треугольники ACB и TCL подобны с коэффициентом подобия $k = AC:TC = BC:CL = 3:2$, так как они имеют общий угол с вершиной C и стороны AC и BC в треугольнике ABC пропорциональны сторонам TC и LC треугольника TCL , заключающим тот же угол. Значит, сторона сечения, проходящая через точки L и T , параллельна стороне AB основания пирамиды $SABCD$. Пусть эта сторона сечения пересекает сторону AD в точке P .

Сторона сечения, проходящая через точку M в плоскости SAB , параллельна прямой AB , так как плоскость S_1LM пересекает плоскость SAB и проходит через прямую PL , параллельную плоскости SAB . Пусть эта сторона сечения пересекает сторону SB в точке K . Тогда сечение $PMKL$ — равнобокая трапеция, поскольку $AP = BL$ и $AM = BK$.

Большее основание LP трапеции равно 12, поскольку $ABCD$ — квадрат. Второе основание MK трапеции равно 6, поскольку MK — средняя линия треугольника SAB . Значит, средняя линия трапеции равна $\frac{6+12}{2} = 9$.

Ответ: б) 9.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	2
Верно доказан пункт а. ИЛИ Верно решён пункт б при отсутствии обоснований в пункте а	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

15 Решите неравенство

$$\frac{4^{x+1} - 192 \cdot 0,25^{x+1} - 4}{x+2} \leq 0.$$

Решение.

Рассмотрим отдельно числитель дроби:

$$4^{x+1} - 192 \cdot 0,25^{x+1} - 4 \leq 0; \quad 4 \cdot 4^x - 48 \cdot \frac{1}{4^x} - 4 \leq 0;$$

$$4^x - 12 \cdot \frac{1}{4^x} - 1 \leq 0.$$

Сделаем замену $y = 4^x$:

$$y - \frac{12}{y} - 1 \leq 0; \quad y^2 - y - 12 \leq 0;$$

$$(y+3)(y-4) \leq 0; \quad y-4 \leq 0.$$

Сделаем обратную замену:

$$4^x - 4 \leq 0; \quad x - 1 \leq 0.$$

Получаем

$$\frac{4^{x+1} - 192 \cdot 0,25^{x+1} - 4}{x+2} \leq 0;$$

$$\frac{x-1}{x+2} \leq 0; \quad -2 < x \leq 1.$$

Ответ: $(-2; 1]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит вычислительную ошибку, возможно, приведшую к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

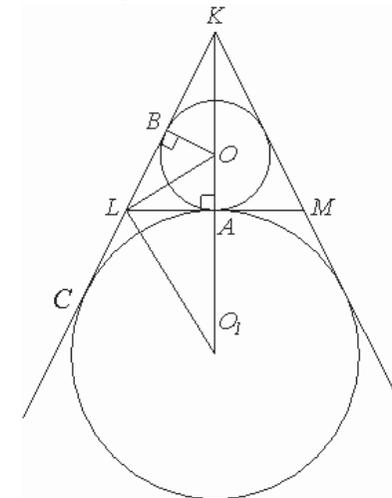
16 Первая окружность с центром O , вписанная в равнобедренный треугольник KLM , касается боковой стороны KL в точке B , а основания ML — в точке A . Вторая окружность с центром O_1 касается основания ML и продолжений боковых сторон.

а) Докажите, что треугольник OLO_1 прямоугольный.

б) Найдите радиус второй окружности, если известно, что радиус первой равен 15 и $AK = 32$.

Решение.

а) Пусть окружность с центром O_1 касается продолжения боковой стороны KL в точке C . Центр окружности, вписанной в угол, лежит на его биссектрисе, поэтому LO и LO_1 — биссектрисы смежных углов KLM и CLM . Следовательно, $\angle OLO_1 = 90^\circ$.



б) Прямоугольные треугольники KBO и KAL подобны, поэтому

$$\frac{AL}{OB} = \frac{AK}{KB}.$$

Значит,

$$AL = \frac{AK \cdot OB}{KB} = \frac{AK \cdot OB}{\sqrt{OK^2 - OB^2}} = \frac{32 \cdot 15}{\sqrt{17^2 - 15^2}} = \frac{32 \cdot 15}{8} = 60.$$

Пусть радиус окружности с центром O_1 равен r_1 . Треугольник KLM равнобедренный, поэтому окружности с центрами O и O_1 касаются основания ML в одной и той же точке A . Значит, точка A лежит на отрезке OO_1 , причём LA — высота прямоугольного треугольника OLO_1 , проведённая из вершины прямого угла.

Следовательно,

$$r_1 = O_1A = \frac{AL^2}{OA} = \frac{60^2}{15} = 240.$$

Ответ: б) 240.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i>	3
Получен обоснованный ответ в пункте <i>b</i> . ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , и при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> . ИЛИ При обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

17

По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 20 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 10 % в первый год и на одинаковое целое число n процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение n , при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

Решение.

Пусть на каждый тип вклада была внесена одинаковая сумма S . На вкладе «А» каждый год сумма увеличивается на 20 %, т.е. умножается на коэффициент 1,2. Поэтому через три года сумма на вкладе «А» будет равна

$$1,2^3 S = 1,728S.$$

Аналогично сумма на вкладе «Б» будет равна

$$1,1 \cdot \left(1 + \frac{n}{100}\right)^2 S,$$

где n — некоторое натуральное число.

По условию требуется найти наименьшее натуральное решение неравенства

$$1,1 \cdot \left(1 + \frac{n}{100}\right)^2 S > 1,728S,$$

$$\left(1 + \frac{n}{100}\right)^2 > \frac{1728}{1100} = 1,57\dots$$

При $n = 26$ неравенство

$$1,26^2 > 1,57\dots; \quad 1,5876 > 1,57\dots$$

верно, а при $n = 25$ неравенство

$$1,25^2 > 1,57\dots; \quad 1,5625 > 1,57\dots$$

неверно, как и при всех меньших n .

Ответ: 26.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 18** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x+2a)^2 + (y+3a+1)^2 = a+1, \\ 3x-4y = a-1 \end{cases}$$

имеет более одного решения.

Решение.

Если $a < -1$, то система не имеет решений.

Пусть $a = -1$. Тогда имеем систему

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y-2)^2 = 0, \\ 3x-4y = -2. \end{cases}$$

Первому уравнению удовлетворяет только одна пара $(2, 2)$, которая также удовлетворяет второму уравнению системы, поэтому при $a = -1$ система имеет единственное решение.

Пусть $a > -1$. Решения первого уравнения системы лежат на окружности с центром в точке $(-2a, -3a-1)$ и радиусом $\sqrt{a+1}$. Решения второго уравнения — точки прямой $3x-4y = a-1$. Следовательно, система имеет более одного решения тогда и только тогда, когда расстояние от центра окружности $(-2a, -3a-1)$ до прямой $3x-4y = a-1$ меньше радиуса $\sqrt{a+1}$ данной окружности. Получаем систему:

$$\begin{cases} \frac{|3(-2a) - 4(-3a-1) - a + 1|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} < \sqrt{a+1}, & \begin{cases} |5a+5| < 5\sqrt{a+1}, & -1 < a < 0. \\ a > -1; \end{cases} \end{cases}$$

Следовательно, система имеет более одного решения при $-1 < a < 0$.

Ответ: $(-1; 0)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получены все значения a , но ответ содержит лишнее значение	3
С помощью верного рассуждения получено одно значение a	2
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения прямой и окружности (аналитически или графически)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

- 19** Будем называть четырёхзначное число *интересным*, если среди четырёх цифр в его десятичной записи нет нулей, а одна из этих цифр равна сумме трёх других из них. Например, интересным является число 6321.

- а) Приведите пример двух интересных четырёхзначных чисел, разность между которыми равна пяти.
 б) Найдутся ли два интересных четырёхзначных числа, разность между которыми равна 91?
 в) Найдите наименьшее нечётное число, для которого не существует кратного ему интересного четырёхзначного числа.

Решение.

а) Примером таких чисел являются числа 7124 и 7119.

б) Предположим, что такие числа существуют. Рассмотрим какие-либо два таких интересных числа. Пусть $abcd$ — десятичная запись большего из них, а k — та из цифр a, b, c и d , которая равна сумме трёх других. Тогда сумма цифр этого числа равна $2k$, то есть чётна. Аналогично получаем, что сумма цифр меньшего из рассматриваемых интересных чисел также чётна. Так как $d \neq 0$, четвёртая цифра меньшего из рассматриваемых интересных чисел равна $d-1$. Так как $c-9$ либо отрицательно, либо равно 0, третья цифра меньшего из рассматриваемых интересных чисел равна $c+1$. Аналогично получаем, что вторая цифра этого числа равна $b-1$. Наконец, первая цифра этого числа равна a . Значит, сумма цифр меньшего из рассматриваемых интересных чисел на единицу меньше суммы чисел большего из них. Пришли к противоречию.

в) Покажем, что искомое число равно 11. Для этого сначала приведём пример интересного четырёхзначного числа, кратного 3, 5, 7 и 9, — это число 9135.

Пусть $abcd$ — десятичная запись какого-либо интересного числа, кратного 11. Тогда $abcd = 1000a + 100b + 10c + d = 11(91a + 9b + c) + (b - a + d - c)$.

Получаем, что число $b - a + d - c$ кратно 11. Поскольку a, b, c и d — цифры, отсюда следует, что либо $b + d = a + c$, либо эти две суммы отличаются на 11. Составим две пары чисел: a и c, b и d . Пусть k — та из цифр a, b, c и d , которая равна сумме трёх других, l — та из них, которая в паре с k . Пусть также m и n — две оставшиеся из цифр a, b, c и d . Поскольку $k = l + m + n$, имеем $k + l > m + n$. Значит, $k + l = m + n + 11$. Вычитая из этого равенства равенство $k = l + m + n$, получаем $l = 11 - l$, и, следовательно, $2l = 11$. Пришли к противоречию. Значит, не существует интересных четырёхзначных чисел, кратных 11.

Ответ: а) Да, например, 7124 и 7119; б) нет; в) 11.

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – пример в п. <i>a</i> , – обоснованное решение в п. <i>б</i> , – искомая оценка в п. <i>в</i> , – пример в п. <i>в</i> , обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4