

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
11 класс

18 декабря 2015 года
Вариант МА10201
(базовый уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите значение выражения $\frac{1,3+9,2}{1,5}$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $\frac{6^{-4}}{(6^3)^{-2}}$.

Ответ: _____.

3 На пост председателя школьного совета претендовали два кандидата. В голосовании приняли участие 84 человека. Голоса между кандидатами распределились в отношении 3:4. Сколько голосов получил победитель?

Ответ: _____.

4 Радиус окружности, описанной около треугольника, можно вычислить по формуле $R = \frac{a}{2 \sin \alpha}$, где a — сторона, а α — противолежащий ей угол треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите R , если $a = 12$ и $\sin \alpha = \frac{1}{3}$.

Ответ: _____.

5 Найдите значение выражения $\log_4 1,6 + \log_4 40$.

Ответ: _____.

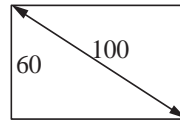
6 В школе есть пятиместные туристические палатки. Какое наименьшее число палаток нужно взять в поход, в котором участвует 16 человек?

Ответ: _____.

7 Решите уравнение $x^2 + 10x + 21 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: _____.

- 8 Диагональ прямоугольного телевизионного экрана равна 100 см, а высота экрана — 60 см. Найдите ширину экрана. Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

- 9 Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ

- А) масса футбольного мяча
- Б) масса дождевой капли
- В) масса взрослого бегемота
- Г) масса телевизора

ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

- 1) 8 кг
- 2) 2,8 т
- 3) 20 мг
- 4) 750 г

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

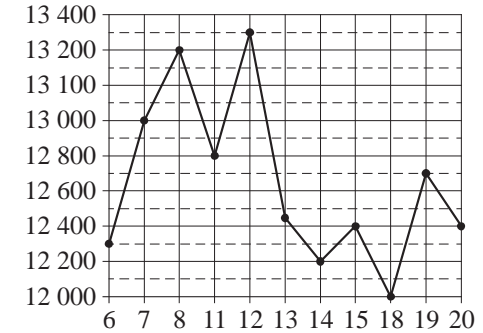
Ответ:

А	Б	В	Г

- 10 В среднем из 2000 садовых насосов, поступивших в продажу, 4 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: _____.

- 11 На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указаны числа месяца, по вертикали — цена никеля в долларах США за тонну. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена никеля на момент закрытия торгов была наибольшей за данный период.



Ответ: _____.

- 12 Рейтинговое агентство определяет рейтинг электрических фенов для волос на основе средней цены P (в рублях), а также показателей функциональности F , качества Q и дизайна D . Рейтинг R вычисляется по формуле

$$R = 3(F + Q) + D - 0,01P.$$

В таблице даны цены и показатели четырех моделей фенов.

Модель фена	Средняя цена	Функциональность	Качество	Дизайн
А	1600	4	2	2
Б	900	3	1	2
В	1500	4	2	0
Г	800	2	1	1

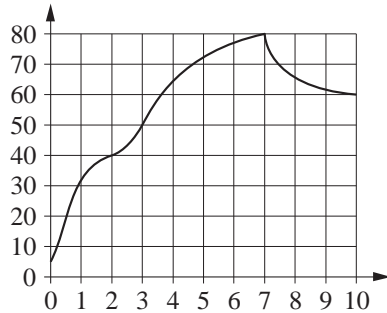
Найдите наименьший рейтинг фена из представленных в таблице моделей.

Ответ: _____.

- 13 Ящик, имеющий форму куба с ребром 30 см без одной грани, нужно покрасить со всех сторон снаружи. Найдите площадь поверхности, которую необходимо покрасить. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____.

- 14** На графике изображена зависимость температуры от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси — температура двигателя в градусах Цельсия.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику температуры.

**ИНТЕРВАЛЫ
ВРЕМЕНИ**

- А) 0–1 мин
- Б) 2–3 мин
- В) 4–6 мин
- Г) 7–9 мин

ХАРАКТЕРИСТИКИ

- 1) Температура росла и на всём интервале была выше 60°C.
- 2) Температура падала.
- 3) Самый быстрый рост температуры.
- 4) Температура находилась в пределах от 40°C до 50°C.

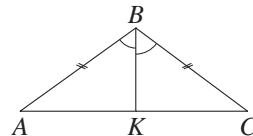
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

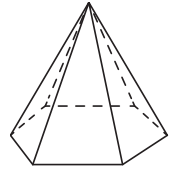
А	Б	В	Г

- 15** В треугольнике ABC известно, что $AB = BC = 18$, $\angle ABC = 120^\circ$, BK — биссектриса. Найдите длину BK .

Ответ: _____.



- 16** Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 16, боковые рёбра равны 17. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



Ответ: _____.

- 17** Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

- А) $3^x \geq 3$
- Б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq 3$
- В) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq 3$
- Г) $3^x \leq 3$

РЕШЕНИЯ

- 1) $x \leq -1$
- 2) $x \geq -1$
- 3) $x \geq 1$
- 4) $x \leq 1$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

- 18** При взвешивании животных в зоопарке выяснилось, что жираф тяжелее верблюда, верблюд тяжелее тигра, а леопард легче верблюда. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Леопард тяжелее верблюда.
- 2) Жираф тяжелее леопарда.
- 3) Жираф легче тигра.
- 4) Жираф самый тяжёлый из всех этих животных.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

19

Найдите число A , обладающее всеми следующими свойствами:

- сумма цифр числа A делится на 7;
- сумма цифр числа $A+2$ делится на 7;
- число A больше 300 и меньше 350.

В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____.

20

Улитка за день заползает вверх по дереву на 4 м, а за ночь сползает на 2 м. Высота дерева 12 м. За сколько дней улитка доползёт от основания до вершины дерева?

Ответ: _____.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 декабря 2015 года

Вариант МА10202

(базовый уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите значение выражения $\frac{6,9 + 4,1}{0,2}$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $\frac{4^{-10}}{(4^4)^{-3}}$.

Ответ: _____.

3 На пост председателя школьного совета претендовали два кандидата. В голосовании приняли участие 72 человека. Голоса между кандидатами распределились в отношении 4:5. Сколько голосов получил победитель?

Ответ: _____.

4 Радиус окружности, описанной около треугольника, можно вычислить по формуле $R = \frac{a}{2 \sin \alpha}$, где a — сторона, а α — противолежащий ей угол треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите R , если $a = 10$ и $\sin \alpha = \frac{1}{3}$.

Ответ: _____.

5 Найдите значение выражения $\log_5 2,5 + \log_5 50$.

Ответ: _____.

6 В школе есть двухместные туристические палатки. Какое наименьшее число палаток нужно взять в поход, в котором участвует 13 человек?

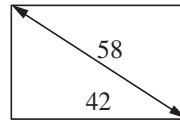
Ответ: _____.

7 Решите уравнение $x^2 - x = 20$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Ответ: _____.

- 8** Диагональ прямоугольного телевизионного экрана равна 58 см, а ширина экрана — 42 см. Найдите высоту экрана. Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

- 9** Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ

ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

- | | |
|-------------------------------------|----------|
| А) масса алюминиевой столовой ложки | 1) 8 т |
| Б) масса грузовой машины | 2) 32 г |
| В) масса кота | 3) 20 мг |
| Г) масса дождевой капли | 4) 8 кг |

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

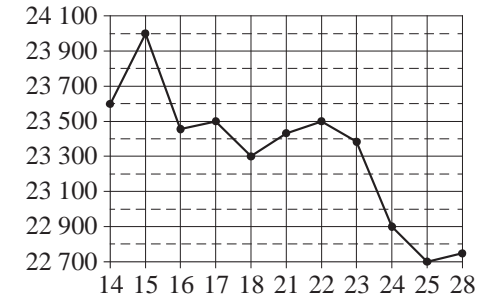
Ответ:

А	Б	В	Г

- 10** В среднем из 500 садовых насосов, поступивших в продажу, 2 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: _____.

- 11** На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 14 по 28 июля 2008 года. По горизонтали указаны числа месяца, по вертикали — цена олова в долларах США за тонну. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена олова на момент закрытия торгов была наибольшей за данный период.



Ответ: _____.

- 12** Рейтинговое агентство определяет рейтинг электрических фенов для волос на основе средней цены P (в рублях), а также показателей функциональности F , качества Q и дизайна D . Рейтинг R вычисляется по формуле

$$R = 3(F + Q) + D - 0,01P.$$

В таблице даны цены и показатели четырех моделей фенов.

Модель фена	Средняя цена	Функциональность	Качество	Дизайн
А	1800	4	2	2
Б	1500	3	3	1
В	1300	3	1	2
Г	1100	2	3	2

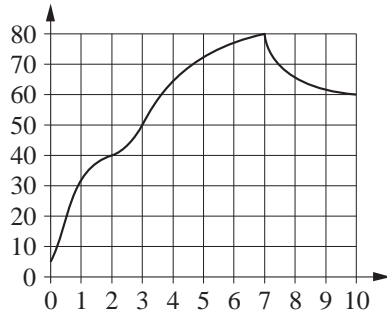
Найдите наименьший рейтинг фена из представленных в таблице моделей.

Ответ: _____.

- 13** Ящик, имеющий форму куба с ребром 10 см без одной грани, нужно покрасить со всех сторон снаружи. Найдите площадь поверхности, которую необходимо покрасить. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____.

- 14** На графике изображена зависимость температуры от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси — температура двигателя в градусах Цельсия.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику температуры.

ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ

- А) 0–1 мин
- Б) 3–4 мин
- В) 5–6 мин
- Г) 7–8 мин

ХАРАКТЕРИСТИКИ

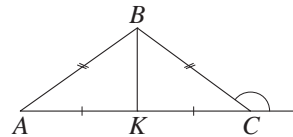
- 1) Температура росла и на этом интервале достигла 60°C.
- 2) Температура росла, и её прирост составил менее 10°C.
- 3) Самый быстрый рост температуры.
- 4) Температура падала.

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

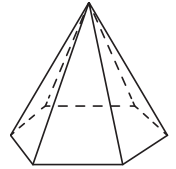
А	Б	В	Г

- 15** В треугольнике ABC известно, что $AB = BC = 24$, внешний угол при вершине C равен 150° . Найдите длину медианы BK .



Ответ: _____.

- 16** Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 14, боковые рёбра равны 25. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



Ответ: _____.

- 17** Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

РЕШЕНИЯ

- А) $3^x \geq \frac{1}{3}$
- Б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq \frac{1}{3}$
- В) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \frac{1}{3}$
- Г) $3^x \leq \frac{1}{3}$

- 1) $x \leq -1$
- 2) $x \geq 1$
- 3) $x \leq 1$
- 4) $x \geq -1$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

- 18** В доме Кости больше этажей, чем в доме Олега, в доме Тани меньше этажей, чем в доме Олега, а в доме Феде больше этажей, чем в Танином доме. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Дом Тани самый малоэтажный среди перечисленных четырёх.
- 2) В доме Тани больше этажей, чем в доме Феде.
- 3) В Костином доме больше этажей, чем в Танином.
- 4) Среди этих четырёх домов есть три дома с одинаковым количеством этажей.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

19 Приведите пример трёхзначного числа A , обладающего следующими свойствами:

- сумма цифр числа A делится на 8;
- сумма цифр числа $A + 1$ также делится на 8;
- в числе A сумма крайних цифр кратна средней цифре.

В ответе укажите ровно одно такое число.

Ответ: _____.

20 Улитка за день заползает вверх по дереву на 4 м, а за ночь сползает на 3 м. Высота дерева 10 м. За сколько дней улитка доползёт от основания до вершины дерева?

Ответ: _____.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
11 класс

18 декабря 2015 года
Вариант МА10203
(базовый уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите значение выражения $\frac{1,8+1,9}{3,7}$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $\frac{3^{-13}}{(3^5)^{-3}}$.

Ответ: _____.

3 На пост председателя школьного совета претендовали два кандидата. В голосовании приняли участие 96 человек. Голоса между кандидатами распределились в отношении 3:5. Сколько голосов получил победитель?

Ответ: _____.

4 Радиус окружности, описанной около треугольника, можно вычислить по формуле $R = \frac{a}{2 \sin \alpha}$, где a — сторона, а α — противолежащий ей угол треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите R , если $a = 6$ и $\sin \alpha = \frac{1}{7}$.

Ответ: _____.

5 Найдите значение выражения $\log_3 1,8 + \log_3 135$.

Ответ: _____.

6 В школе есть пятиместные туристические палатки. Какое наименьшее число палаток нужно взять в поход, в котором участвует 11 человек?

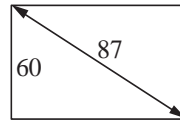
Ответ: _____.

7 Решите уравнение $x^2 = -2x + 24$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Ответ: _____.

- 8** Диагональ прямоугольного телевизионного экрана равна 87 см, а высота экрана равна 60 см. Найдите ширину экрана. Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

- 9** Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ

ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

- | | |
|--|-----------|
| А) масса куриного яйца | 1) 2,5 мг |
| Б) масса детской коляски | 2) 14 кг |
| В) масса взрослого бегемота | 3) 50 г |
| Г) масса активного вещества в таблетке | 4) 3 т |

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

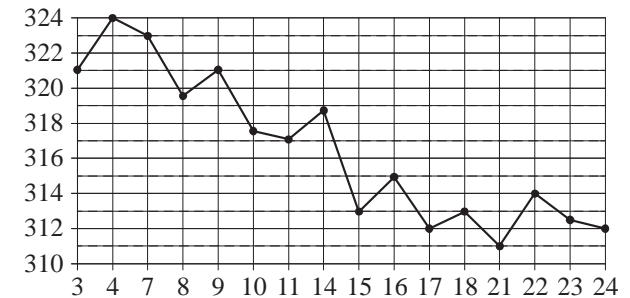
Ответ:

А	Б	В	Г

- 10** В среднем из 600 садовых насосов, поступивших в продажу, 3 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: _____.

- 11** На рисунке жирными точками показана цена золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 24 октября 2002 года. По горизонтали указаны числа месяца, по вертикали — цена золота в долларах США за унцию. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена золота на момент закрытия торгов была наибольшей за данный период.



Ответ: _____.

- 12** Рейтинговое агентство определяет рейтинг электрических фенов для волос на основе средней цены P (в рублях), а также показателей функциональности F , качества Q и дизайна D . Рейтинг R вычисляется по формуле

$$R = 3(F + Q) + D - 0,01P.$$

В таблице даны цены и показатели четырёх моделей фенов.

Модель фена	Средняя цена	Функциональность	Качество	Дизайн
А	2400	2	3	0
Б	1700	0	1	2
В	4000	3	1	4
Г	4600	2	2	1

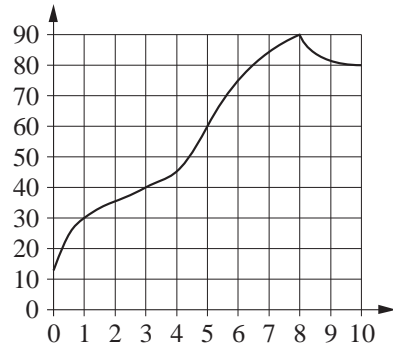
Найдите наименьший рейтинг фена из представленных в таблице моделей.

Ответ: _____.

- 13** Ящик, имеющий форму куба с ребром 40 см без одной грани, нужно покрасить со всех сторон снаружи. Найдите площадь поверхности, которую необходимо покрасить. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____.

- 14** На графике изображена зависимость температуры от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси — температура двигателя в градусах Цельсия.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику температуры.

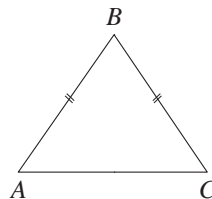
ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) 0–1 мин	1) Самый медленный рост температуры.
Б) 1–3 мин	2) Температура падала.
В) 3–6 мин	3) Температура находилась в пределах от 40°C до 80°C.
Г) 8–10 мин	4) Температура не превышала 30°C.

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

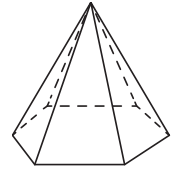
А	Б	В	Г

- 15** В треугольнике ABC известно, что $AB = BC$, $AC = 8$, $\operatorname{tg} \angle BAC = \frac{\sqrt{5}}{2}$. Найдите длину стороны AB .



Ответ: _____.

- 16** Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 18, боковые рёбра равны 41. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



Ответ: _____.

- 17** Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

РЕШЕНИЯ

А) $2^x \geq 1$	1) $x \leq -1$
Б) $0,5^x \geq 2$	2) $x \leq 0$
В) $0,5^x \leq 2$	3) $x \geq 0$
Г) $2^x \leq 1$	4) $x \geq -1$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

- 18** В доме Маши меньше этажей, чем в доме Стаса, в доме Ксюши больше этажей, чем в доме Стаса, а в доме Нади больше этажей, чем в Машинном доме, но меньше, чем в Ксюшином доме. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- В доме Маши меньше этажей, чем в доме Нади.
- Дом Ксюши самый многоэтажный среди перечисленных четырёх.
- Среди этих четырёх домов есть три дома с одинаковым количеством этажей.
- В Надином доме один этаж.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

19 Найдите трёхзначное число A , обладающее следующими свойствами:

- сумма цифр числа A делится на 7;
- сумма цифр числа $A+4$ делится на 7.

В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____.

20 Улитка за день заползает вверх по дереву на 2 м, а за ночь сползает на 1 м. Высота дерева 11 м. За сколько дней улитка доползёт от основания до вершины дерева?

Ответ: _____.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 декабря 2015 года

Вариант МА10204

(базовый уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом к каждому из заданий является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите значение выражения $\frac{1,7+3,8}{2,2}$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $\frac{7^{-4}}{(7^3)^{-2}}$.

Ответ: _____.

3 На пост председателя школьного совета претендовали два кандидата. В голосовании приняли участие 111 человек. Голоса между кандидатами распределились в отношении 1:2. Сколько голосов получил победитель?

Ответ: _____.

4 Радиус окружности, описанной около треугольника, можно вычислить по формуле $R = \frac{a}{2\sin \alpha}$, где a — сторона, а α — противолежащий ей угол треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите R , если $a = 8$ и $\sin \alpha = \frac{1}{5}$.

Ответ: _____.

5 Найдите значение выражения $\log_4 12,8 + \log_4 5$.

Ответ: _____.

6 В школе есть двухместные туристические палатки. Какое наименьшее число палаток нужно взять в поход, в котором участвует 29 человек?

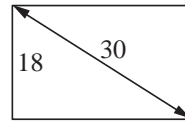
Ответ: _____.

7 Решите уравнение $x^2 + 10 = 7x$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Ответ: _____.

- 8** Диагональ прямоугольного экрана ноутбука равна 30 см, а высота экрана — 18 см. Найдите ширину экрана. Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

- 9** Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ

ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

- | | |
|---------------------------------|-----------|
| А) масса кухонного холодильника | 1) 3500 г |
| Б) масса трамвая | 2) 15 г |
| В) масса новорождённого ребёнка | 3) 17 т |
| Г) масса карандаша | 4) 38 кг |

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

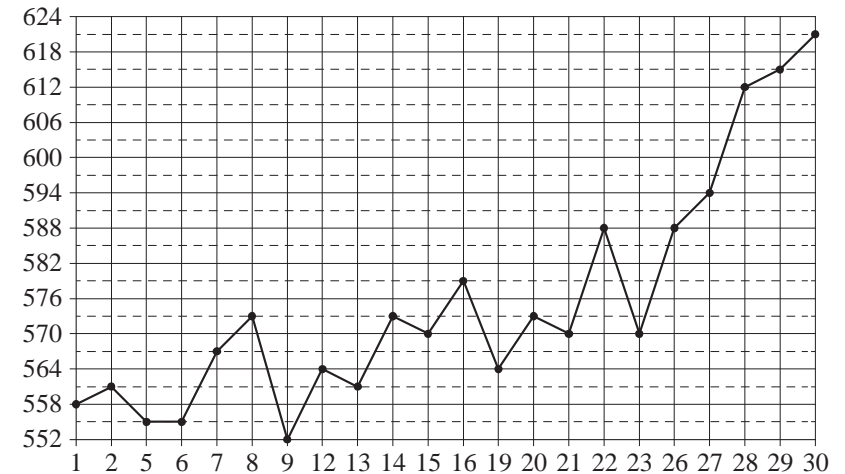
А	Б	В	Г

Ответ:

- 10** В среднем из 1500 садовых насосов, поступивших в продажу, 15 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: _____.

- 11** На рисунке жирными точками показана цена палладия, установленная Центробанком РФ, во все рабочие дни в октябре 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена палладия в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена палладия была наибольшей за данный период.



Ответ: _____.

- 12** Рейтинговое агентство определяет рейтинг электрических фенов для волос на основе средней цены P (в рублях), а также показателей функциональности F , качества Q и дизайна D . Рейтинг R вычисляется по формуле

$$R = 3(F + Q) + D - 0,01P.$$

В таблице даны цены и показатели четырёх моделей фенов.

Модель фена	Средняя цена	Функциональность	Качество	Дизайн
А	2100	3	4	2
Б	2200	4	3	1
В	2000	4	3	0
Г	1700	2	4	1

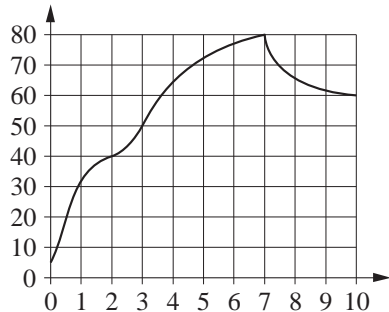
Найдите наименьший рейтинг фена из представленных в таблице моделей.

Ответ: _____.

- 13** Ящик, имеющий форму куба с ребром 20 см без одной грани, нужно покрасить со всех сторон снаружи. Найдите площадь поверхности, которую необходимо покрасить. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____.

- 14** На графике изображена зависимость температуры от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси — температура двигателя в градусах Цельсия.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику температуры.

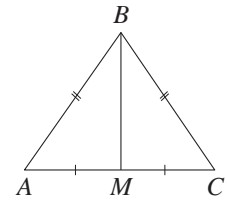
ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) 0–1 мин	1) Самое быстрое падение температуры.
Б) 5–7 мин	2) Самое медленное падение температуры.
В) 7–8 мин	3) Самый быстрый рост температуры.
Г) 9–10 мин	4) Температура росла и на всём интервале была выше 70°C.

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

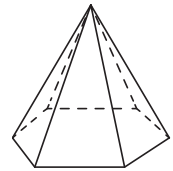
А	Б	В	Г

- 15** В треугольнике ABC известно, что $AB = BC$, медиана BM равна 6. Площадь треугольника ABC равна $12\sqrt{7}$. Найдите длину стороны AB .



Ответ: _____.

- 16** Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 22, боковые рёбра равны 61. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



Ответ: _____.

- 17** Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА	РЕШЕНИЯ
А) $2^x \geq 0,5$	1) $x \leq -1$
Б) $0,5^x \geq 0,5$	2) $x \leq 1$
В) $0,5^x \leq 0,5$	3) $x \geq 1$
Г) $2^x \leq 0,5$	4) $x \geq -1$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

18 На зимней Олимпиаде сборная России завоевала медалей больше, чем сборная Канады, сборная Канады — больше, чем сборная Германии, а сборная Норвегии — меньше, чем сборная Канады.

Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Из названных сборных команда Канады заняла второе место по числу медалей.
- 2) Среди названных сборных есть три, завоевавшие равное количество медалей.
- 3) Сборная Германии завоевала больше медалей, чем сборная России.
- 4) Сборная России завоевала больше медалей, чем каждая из остальных трёх сборных.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

19 Найдите трёхзначное число A , обладающее следующими свойствами:

- сумма цифр числа A делится на 12;
- сумма цифр числа $A+6$ делится на 12.

В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____.

20 Улитка за день заползает вверх по дереву на 4 м, а за ночь сползает на 2 м. Высота дерева 14 м. За сколько дней улитка впервые доползёт до вершины дерева?

Ответ: _____.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
11 класс

18 декабря 2015 года
Вариант МА10205
(базовый уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите значение выражения $\frac{2,7}{1,4+0,1}$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $(6 \cdot 10^{-1}) \cdot (1,5 \cdot 10^4)$.

Ответ: _____.

3 В магазине вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 15 % от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 3000 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

Ответ: _____.

4 Теорему косинусов можно записать в виде $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$, где a , b и c — стороны треугольника, а γ — угол между сторонами a и b . Пользуясь этой формулой, найдите величину $\cos \gamma$, если $a = 7$, $b = 10$ и $c = 11$.

Ответ: _____.

5 Найдите значение выражения $\frac{8}{3} \sqrt{27} \cdot \sqrt{3}$.

Ответ: _____.

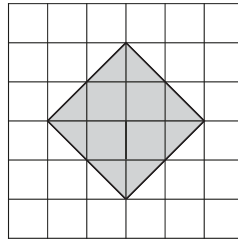
6 На день рождения полагается дарить букет из нечётного числа цветов. Ромашки стоят 20 рублей за штуку. У Вани есть 90 рублей. Из какого наибольшего числа ромашек он может купить букет Маше на день рождения?

Ответ: _____.

7 Найдите корень уравнения $4^{x-11} = \frac{1}{16}$.

Ответ: _____.

- 8 План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат $1\text{ м} \times 1\text{ м}$. Найдите площадь участка, выделенного на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



Ответ: _____.

- 9 Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ

ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

- | | |
|----------------------------|------------|
| A) толщина лезвия бритвы | 1) 6400 км |
| Б) рост жирафа | 2) 500 см |
| В) ширина футбольного поля | 3) 0,08 мм |
| Г) радиус Земли | 4) 68 м |

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

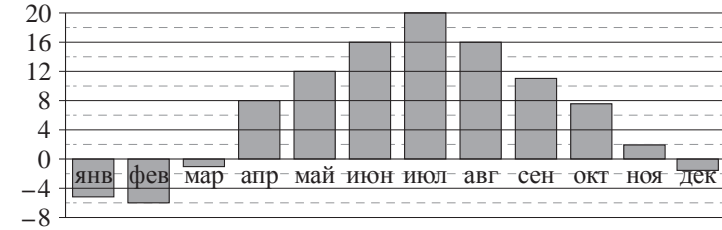
Ответ:

А	Б	В	Г

- 10 На олимпиаде по русскому языку участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух аудиториях сажают по 130 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 400 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: _____.

- 11 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в период с января по май 1999 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 12 Автомобильный журнал определяет рейтинг автомобилей на основе показателей безопасности S , комфорта C , функциональности F , качества Q и дизайна D . Рейтинг R вычисляется по формуле

$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}$$

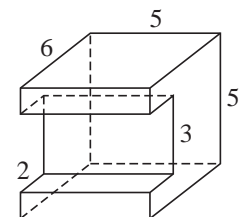
В таблице даны показатели трёх моделей автомобилей.

Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	1	3	1	4	4
Б	5	5	1	4	3
В	4	4	2	3	3

Найдите наивысший рейтинг автомобиля из представленных в таблице моделей.

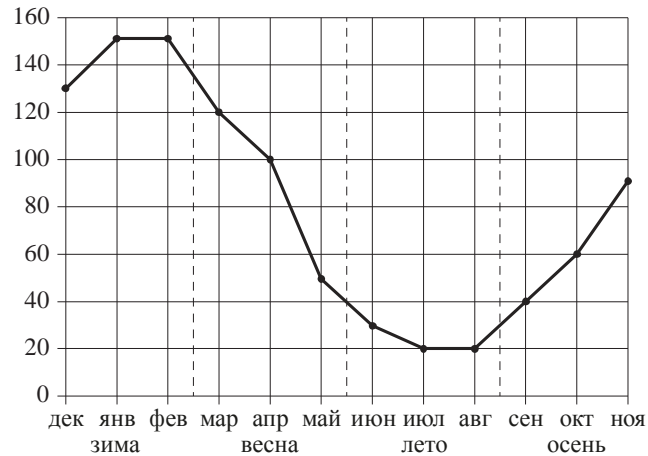
Ответ: _____.

- 13 Деталь имеет форму изображённого на рисунке многогранника (все двугранные углы прямые). Цифры на рисунке обозначают длины рёбер в сантиметрах. Найдите площадь поверхности этой детали. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

- 14** На рисунке точками показаны объёмы месячных продаж обогревателей в магазине бытовой техники. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество проданных обогревателей. Для наглядности точки соединены линией.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику продаж обогревателей.

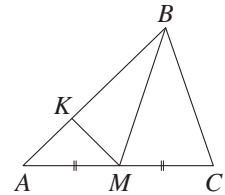
ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) зима	1) Ежемесячный объём продаж был меньше 40 штук в течение всего периода.
Б) весна	2) Ежемесячный объём продаж достиг максимума.
В) лето	3) Ежемесячный объём продаж падал в течение всего периода.
Г) осень	4) Ежемесячный объём продаж рос в течение всего периода.

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

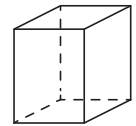
А	Б	В	Г

- 15** В треугольнике ABC проведена медиана BM и на стороне AB взята точка K так, что $AK = \frac{1}{3}AB$. Площадь треугольника AMK равна 5. Найдите площадь треугольника ABC .



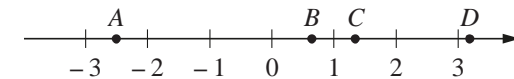
Ответ: _____.

- 16** Два ребра прямоугольного параллелепипеда равны 7 и 4, а объём параллелепипеда равен 140. Найдите площадь поверхности этого параллелепипеда.



Ответ: _____.

- 17** На координатной прямой отмечены точки A, B, C и D .



Число m равно $\log_5 4$.

Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами

ТОЧКИ	ЧИСЛА
A	1) $4 - m$
B	2) $-\frac{2}{m}$
C	3) $\sqrt{m+1}$
D	4) m^2

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	С	Д

18 Среди тех, кто зарегистрирован в «ВКонтакте», есть школьники из Твери. Среди школьников из Твери есть те, кто зарегистрирован в «Одноклассниках». Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Все школьники из Твери не зарегистрированы ни в «ВКонтакте», ни в «Одноклассниках».
- 2) Среди школьников из Твери нет тех, кто зарегистрирован в «ВКонтакте».
- 3) Среди школьников из Твери есть те, кто зарегистрирован в «ВКонтакте».
- 4) Хотя бы один из пользователей «Одноклассников» является школьником из Твери.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

19 Найдите четырёхзначное число, кратное 22, произведение цифр которого равно 24. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____.

20 Саша пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в седьмом подъезде в квартире № 462, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом семизэтажный. На каком этаже живёт Саша? (На всех этажах число квартир одинаково, номера квартир в доме начинаются с единицы.)

Ответ: _____.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
11 класс

18 декабря 2015 года
Вариант МА10206
(базовый уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите значение выражения $8,5 \cdot 2,6 - 1,7$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $(5 \cdot 10^5) \cdot (1,7 \cdot 10^{-3})$.

Ответ: _____.

3 В магазине вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 5 % от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 4200 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

Ответ: _____.

4 Теорему косинусов можно записать в виде $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$, где a , b и c — стороны треугольника, а γ — угол между сторонами a и b . Пользуясь этой формулой, найдите величину $\cos \gamma$, если $a = 5$, $b = 8$ и $c = 9$.

Ответ: _____.

5 Найдите значение выражения $\frac{3}{2} \sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$.

Ответ: _____.

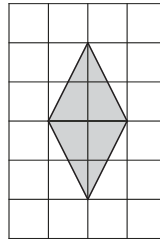
6 На день рождения полагается дарить букет из нечётного числа цветов. Пионы стоят 40 рублей за штуку. У Вани есть 410 рублей. Из какого наибольшего числа пионов он может купить букет Маше на день рождения?

Ответ: _____.

7 Найдите корень уравнения $3^{5+x} = 27$.

Ответ: _____.

- 8 План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат $1\text{ м} \times 1\text{ м}$. Найдите площадь участка, выделенного на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



Ответ: _____.

- 9 Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ

ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

- | | |
|------------------------|------------|
| А) высота горы Эверест | 1) 3530 км |
| Б) длина реки Волги | 2) 120 см |
| В) ширина окна | 3) 20 мм |
| Г) диаметр монеты | 4) 8848 м |

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

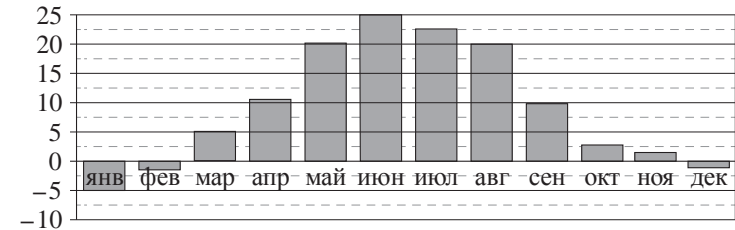
Ответ:

А	Б	В	Г

- 10 На олимпиаде по русскому языку участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух аудиториях сажают по 110 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 400 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: _____.

- 11 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в период с августа по декабрь 1988 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 12 Автомобильный журнал определяет рейтинг автомобилей на основе показателей безопасности S , комфорта C , функциональности F , качества Q и дизайна D . Рейтинг R вычисляется по формуле

$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}$$

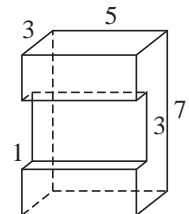
В таблице даны показатели трёх моделей автомобилей.

Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	1	2	1	4	2
Б	1	1	4	1	5
В	3	2	4	1	1

Найдите наивысший рейтинг автомобиля из представленных в таблице моделей.

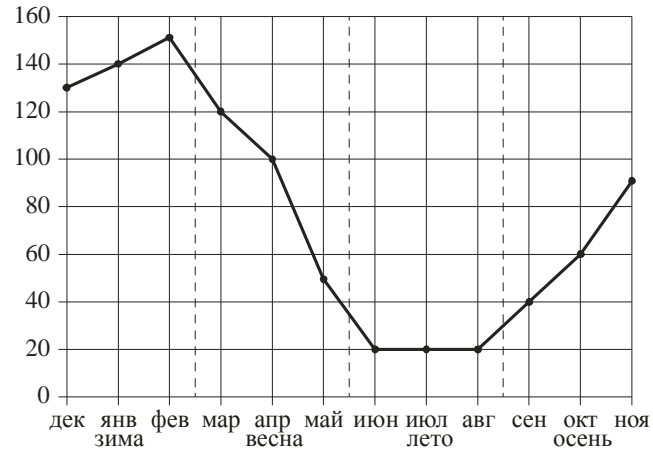
Ответ: _____.

- 13 Деталь имеет форму изображённого на рисунке многогранника (все двугранные углы прямые). Цифры на рисунке обозначают длины рёбер в сантиметрах. Найдите площадь поверхности этой детали. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

- 14** На рисунке точками показаны объёмы месячных продаж обогревателей в магазине бытовой техники. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество проданных обогревателей. Для наглядности точки соединены линией.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику продаж обогревателей.

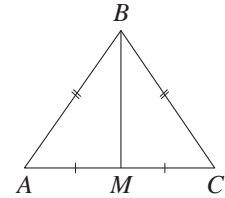
ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) зима	1) Ежемесячный объём продаж рос, но был меньше 100 штук.
Б) весна	2) Ежемесячный объём продаж падал.
В) лето	3) Ежемесячный объём продаж рос и был больше 120 штук.
Г) осень	4) Ежемесячный объём продаж не менялся в течение всего периода.

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

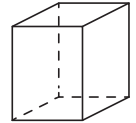
А	Б	В	Г

- 15** В треугольнике ABC известно, что $AB = BC$, медиана BM равна 6. Площадь треугольника ABC равна $12\sqrt{7}$. Найдите длину стороны AB .



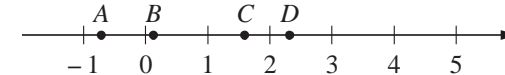
Ответ: _____.

- 16** Два ребра прямоугольного параллелепипеда равны 8 и 5, а объём параллелепипеда равен 280. Найдите площадь поверхности этого параллелепипеда.



Ответ: _____.

- 17** На координатной прямой отмечены точки A, B, C и D .



Число m равно $\log_4 6$.

Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами.

ТОЧКИ	ЧИСЛА
A	1) $m - 2$
B	2) m^2
C	3) $\sqrt{m} - 1$
D	4) $\frac{3}{m}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	С	Д

18 Среди жителей дома № 23 есть те, кто работает, и есть те, кто учится. А также есть те, кто не работает и не учится. Некоторые жители дома № 23, которые учатся, ещё и работают. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Хотя бы один из работающих жителей дома № 23 учится.
- 2) Все жители дома № 23 работают.
- 3) Среди жителей дома № 23 нет тех, кто не работает и не учится.
- 4) Хотя бы один из жителей дома № 23 работает.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

19 Найдите четырёхзначное число, кратное 22, произведение цифр которого равно 40. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____.

20 Саша пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в восьмом подъезде в квартире № 468, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом двенадцатиэтажный. На каком этаже живёт Саша? (На всех этажах число квартир одинаково, номера квартир в доме начинаются с единицы.)

Ответ: _____.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
11 класс

18 декабря 2015 года
Вариант МА10207
(базовый уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите значение выражения $\frac{9,4}{4,1+5,3}$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $(2 \cdot 10^{-1}) \cdot (1,4 \cdot 10^3)$.

Ответ: _____.

3 В магазине вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 10 % от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 3100 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

Ответ: _____.

4 Теорему косинусов можно записать в виде $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$, где a , b и c — стороны треугольника, а γ — угол между сторонами a и b . Пользуясь этой формулой, найдите величину $\cos \gamma$, если $a = 5$, $b = 8$ и $c = 7$.

Ответ: _____.

5 Найдите значение выражения $\frac{4}{5}\sqrt{90} \cdot \sqrt{10}$.

Ответ: _____.

6 На день рождения полагается дарить букет из нечётного числа цветов. Розы стоят 100 рублей за штуку. У Вани есть 780 рублей. Из какого наибольшего числа роз он может купить букет Маше на день рождения?

Ответ: _____.

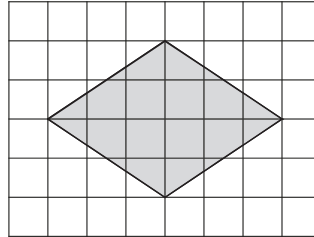
7

Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{7}\right)^{x-5} = 49$.

Ответ: _____.

8

План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат $1\text{ м} \times 1\text{ м}$. Найдите площадь участка, выделенного на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



Ответ: _____.

9

Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ

- А) рост новорождённого ребёнка
- Б) длина реки Енисей
- В) толщина лезвия бритвы
- Г) высота горы Эльбрус

ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

- 1) 4300 км
- 2) 50 см
- 3) 5642 м
- 4) 0,08 мм

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

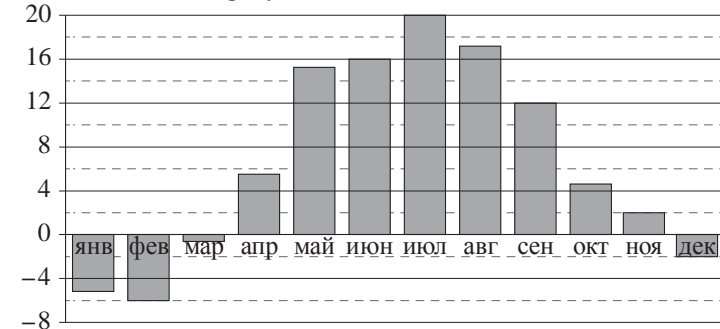
10

На олимпиаде по химии участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух аудиториях сажают по 140 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 400 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: _____.

11

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в период с сентября по декабрь 2003 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

12

Автомобильный журнал определяет рейтинг автомобилей на основе показателей безопасности S , комфорта C , функциональности F , качества Q и дизайна D . Рейтинг R вычисляется по формуле

$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}$$

В таблице даны показатели трёх моделей автомобилей.

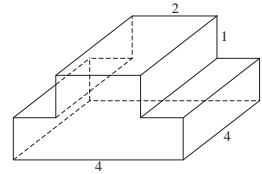
Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	3	2	5	1	3
Б	3	2	2	5	4
В	5	3	4	2	2

Найдите наивысший рейтинг автомобиля из представленных в таблице моделей.

Ответ: _____.

13

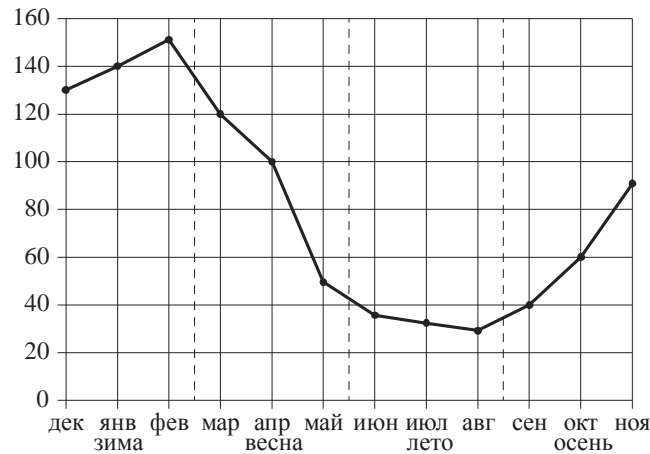
Деталь имеет форму изображённого на рисунке многогранника (все двугранные углы прямые). Цифры на рисунке обозначают длины рёбер в сантиметрах. Найдите площадь поверхности этой детали. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

14

На рисунке точками показаны объёмы месячных продаж обогревателей в магазине бытовой техники. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество проданных обогревателей. Для наглядности точки соединены линией.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику продаж обогревателей.

ПЕРИОДЫ
ВРЕМЕНИ

ХАРАКТЕРИСТИКИ

- | | |
|----------|---|
| А) зима | 1) Ежемесячный объём продаж был меньше 40 штук в течение всего периода. |
| Б) весна | 2) Падение объёма продаж более чем на 60 штук за период. |
| В) лето | 3) Ежемесячный объём продаж достиг максимума. |
| Г) осень | 4) Ежемесячный объём продаж рос, но был меньше 100 штук. |

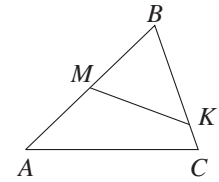
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

15

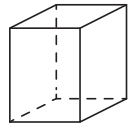
В треугольнике ABC на сторонах AB и BC отмечены точки M и K соответственно так, что $BM : AB = 1 : 2$, а $BK : BC = 4 : 5$. Во сколько раз площадь треугольника ABC больше площади треугольника MBK ?



Ответ: _____.

16

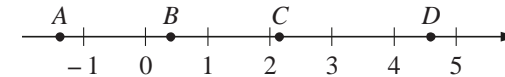
Два ребра прямоугольного параллелепипеда равны 6 и 4, а объём параллелепипеда равен 240. Найдите площадь поверхности этого параллелепипеда.



Ответ: _____.

17

На координатной прямой отмечены точки A , B , C и D .



Число m равно $\log_3 5$.

Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами.

ТОЧКИ

ЧИСЛА

- | | |
|---|-------------------|
| A | 1) $6 - m$ |
| B | 2) m^2 |
| C | 3) $-\frac{2}{m}$ |
| D | 4) $m - 1$ |

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

A	B	C	D

18 Некоторые сотрудники фирмы летом 2014 года отдыхали на даче, а некоторые — на море. Все сотрудники, которые не отдыхали на море, отдыхали на даче. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Каждый сотрудник этой фирмы отдыхал летом 2014 года или на даче, или на море, или и там, и там.
- 2) Сотрудник этой фирмы, который летом 2014 года не отдыхал на море, не отдыхал и на даче.
- 3) Если Фаина не отдыхала летом 2014 года ни на даче, ни на море, то она является сотрудником этой фирмы.
- 4) Если сотрудник этой фирмы не отдыхал на море летом 2014 года, то он отдыхал на даче.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

19 Найдите четырёхзначное число, кратное 22, произведение цифр которого равно 60. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____.

20 Саша пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в двенадцатом подъезде в квартире № 465, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом пятиэтажный. На каком этаже живёт Саша? (На всех этажах число квартир одинаково, номера квартир в доме начинаются с единицы.)

Ответ: _____.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
11 класс

18 декабря 2015 года
Вариант МА10208
(базовый уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр в поле ответа в тексте работы.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите значение выражения $\frac{3,8}{2,6+1,2}$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $(2 \cdot 10^2) \cdot (1,1 \cdot 10^{-2})$.

Ответ: _____.

3 В магазине вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 5 % от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 3500 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

Ответ: _____.

4 Теорему косинусов можно записать в виде $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$, где a , b и c — стороны треугольника, а γ — угол между сторонами a и b . Пользуясь этой формулой, найдите величину $\cos \gamma$, если $a = 3$, $b = 8$ и $c = 7$.

Ответ: _____.

5 Найдите значение выражения $\frac{4}{5} \sqrt{5} \cdot \sqrt{45}$.

Ответ: _____.

6 На день рождения полагается дарить букет из нечётного числа цветов. Хризантемы стоят 70 рублей за штуку. У Вани есть 590 рублей. Из какого наибольшего числа хризантем он может купить букет Маше на день рождения?

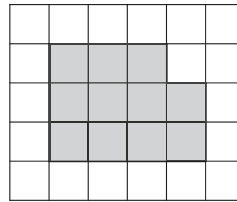
Ответ: _____.

7 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{5}\right)^{x+1} = \frac{1}{25}$.

Ответ: _____.

8

План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат $1\text{ м} \times 1\text{ м}$. Найдите площадь участка, выделенного на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



Ответ: _____.

9

Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ

- А) диаметр монеты
- Б) рост жирафа
- В) высота Эйфелевой башни
- Г) радиус Земли

ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

- 1) 6400 км
- 2) 324 м
- 3) 20 мм
- 4) 5 м

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

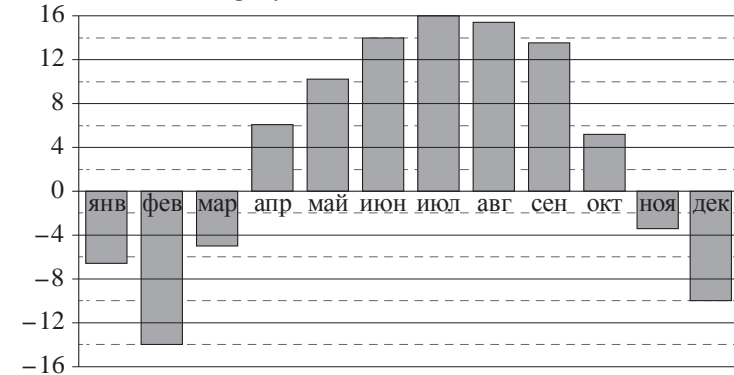
10

На олимпиаде по обществознанию участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух аудиториях сажают по 140 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 350 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: _____.

11

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в период с января по апрель 1994 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

12

Автомобильный журнал определяет рейтинг автомобилей на основе показателей безопасности S , комфорта C , функциональности F , качества Q и дизайна D . Рейтинг R вычисляется по формуле

$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}$$

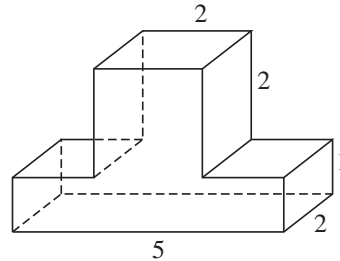
В таблице даны показатели трёх моделей автомобилей.

Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	1	4	5	1	1
Б	1	5	3	3	3
В	5	3	1	4	1

Найдите наивысший рейтинг автомобиля из представленных в таблице моделей.

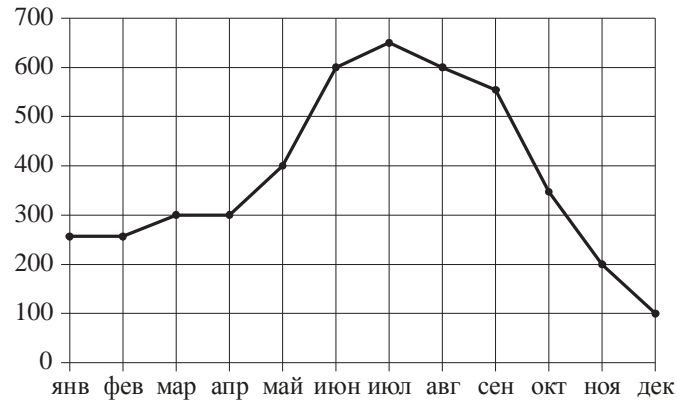
Ответ: _____.

- 13** Деталь имеет форму изображённого на рисунке многогранника (все двугранные углы прямые). Цифры на рисунке обозначают длины рёбер в сантиметрах. Найдите площадь поверхности этой детали. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

- 14** На рисунке точками показаны объёмы месячных продаж холодильников в магазине бытовой техники. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество проданных холодильников. Для наглядности точки соединены линией.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику продаж холодильников.

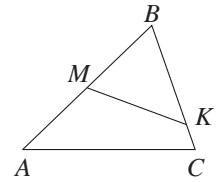
ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) январь–март	1) Продажи за первый и второй месяцы квартала совпадают.
Б) апрель–июнь	2) Ежемесячный объём продаж достигает максимума за весь период.
В) июль–сентябрь	3) За этот период ежемесячный объём продаж увеличился на 300 холодильников.
Г) октябрь–декабрь	4) За последний месяц периода было продано меньше 200 холодильников.

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

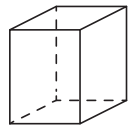
А	Б	В	Г

- 15** В треугольнике ABC на сторонах AB и BC отмечены точки M и K соответственно так, что $BM : AB = 1 : 2$, а $BK : BC = 2 : 3$. Во сколько раз площадь треугольника ABC больше площади треугольника MBK ?



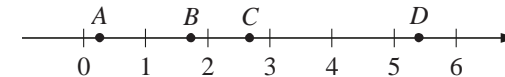
Ответ: _____.

- 16** Два ребра прямоугольного параллелепипеда равны 8 и 2, а объём параллелепипеда равен 144. Найдите площадь поверхности этого параллелепипеда.



Ответ: _____.

- 17** На координатной прямой отмечены точки A , B , C и D .



Число m равно $\log_2 5$.

Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами.

ТОЧКИ	ЧИСЛА
A	1) $m - 2$
B	2) m^2
C	3) $4 - m$
D	4) $\frac{6}{m}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	С	Д

18 Среди дачников в посёлке есть те, кто выращивает виноград, и есть те, кто выращивает груши. А также есть те, кто не выращивает ни виноград, ни груши. Некоторые дачники в этом посёлке, выращивающие виноград, также выращивают и груши. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Если дачник из этого посёлка не выращивает виноград, то он выращивает груши.
- 2) Среди тех, кто выращивает виноград, есть дачники из этого посёлка.
- 3) Есть хотя бы один дачник в этом посёлке, который выращивает и груши, и виноград.
- 4) Если дачник в этом посёлке выращивает виноград, то он не выращивает груши.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

19 Найдите четырёхзначное число, кратное 18, произведение цифр которого равно 24. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____.

20 Саша пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в десятом подъезде в квартире № 333, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом девятиэтажный. На каком этаже живёт Саша? (На всех этажах число квартир одинаково, номера квартир в доме начинаются с единицы.)

Ответ: _____.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
11 класс

18 декабря 2015 года
Вариант МА10209
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

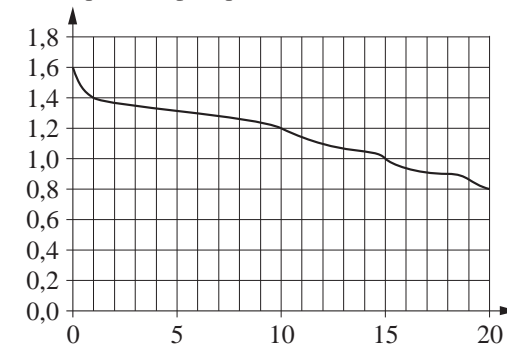
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Шоколадка стоит 45 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за три шоколадки, покупатель получает четыре (одну — в подарок). Какое наибольшее количество шоколадок можно получить, потратив не более 270 рублей в воскресенье?

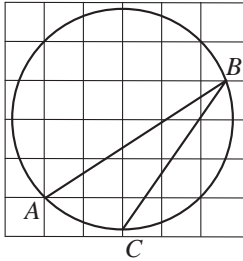
Ответ: _____.

- 2** При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение будет в цепи через 15 часов работы фонарика. Ответ дайте в вольтах.



Ответ: _____.

- 3 Найдите градусную меру дуги AC окружности, на которую опирается угол ABC . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

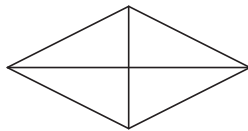
- 4 Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 11, но не дойдя до отметки 2.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\frac{4}{5}x = 23\frac{1}{5}$.

Ответ: _____.

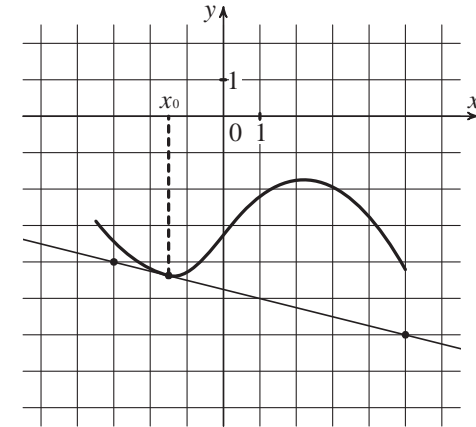
- 6 Площадь ромба равна 24. Одна из его диагоналей равна 6. Найдите другую диагональ.



Ответ: _____.

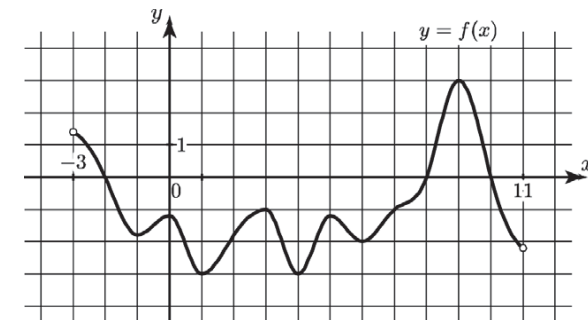
Выполните **ТОЛЬКО ОДНО** из заданий: 7.1 или 7.2.

- 7.1 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



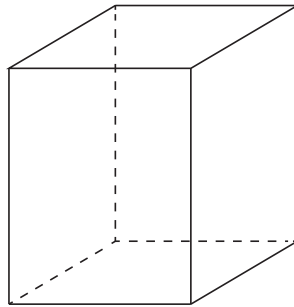
Ответ: _____.

- 7.2 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3; 11)$. Найдите наименьшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[2; 9,5]$.



Ответ: _____.

- 8 Найдите боковое ребро правильной четырёхугольной призмы, если сторона её основания равна 20, а площадь поверхности равна 1760.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{a^{-5}b^{-7}}{(3a)^2b^{-3}} \cdot \frac{27}{a^{-7}b^{-4}}$.

Ответ: _____.

- 10 Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу $m=1440$ тонн, представляют собой две пустотелые балки длиной $l=12$ метров и шириной s метров каждая. Давление экскаватора на почву, выражаемое в килопаскалях, определяется формулой $p = \frac{mg}{2ls}$, где m — масса экскаватора (в тоннах), l — длина балок в метрах, s — ширина балок в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g=10 \text{ м/с}^2$). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление p не должно превышать 400 кПа. Ответ выразите в метрах.

Ответ: _____.

- 11 Первый и второй насосы наполняют бассейн за 12 минут, второй и третий — за 15 минут, а первый и третий — за 20 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

Ответ: _____.

Выполните только ОДНО из заданий: 12.1 или 12.2.

- 12.1 Найдите наибольшее значение функции $y = 3\cos x + 14x - 6$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: _____.

- 12.2 Найдите наименьшее значение функции $y = \log_6(x^2 + 6x + 45) - 12$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $(2\cos^2 x + \sin x - 2)\sqrt{5\operatorname{tg} x} = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.
- 14 Все рёбра правильной треугольной пирамиды $SBCD$ с вершиной S равны 9. Основание O высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка SS_1 , M — середина ребра SB , точка L лежит на ребре CD так, что $CL : LD = 7 : 2$.
 а) Докажите, что сечение пирамиды $SBCD$ плоскостью S_1LM — равнобокая трапеция.
 б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.

- 15 Решите неравенство $\frac{(5x-3)^2}{x-2} \geq \frac{9-30x+25x^2}{14-9x+x^2}$.

16 В треугольник ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке M , причём $AM = 2R$ и $CM = 3R$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите расстояние между центрами его вписанной и описанной окружностей, если известно, что $R = 2$.

17 По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивает на 11 % в течение каждого из первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад всё ещё останется выгоднее вклада «А».

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2(2y - x)a = 1 + 2a - 4a^2, \\ x^2 + y^2 + 4(x - y)a = 4 + 4a - 7a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19 Будем называть четырёхзначное число очень счастливым, если все цифры в его десятичной записи различны, а сумма первых двух из этих цифр равна сумме последних двух из них. Например, очень счастливым является число 3140.

а) Существуют ли десять последовательных четырёхзначных чисел, среди которых есть два очень счастливых?

б) Может ли разность двух очень счастливых четырёхзначных чисел равняться 2015?

в) Найдите наименьшее натуральное число, для которого не существует кратного ему очень счастливого четырёхзначного числа.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
11 класс

18 декабря 2015 года
Вариант МА10210
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

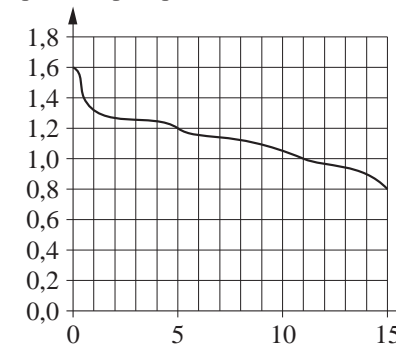
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Шоколадка стоит 40 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну — в подарок). Какое наибольшее количество шоколадок можно получить, потратив не более 170 рублей в воскресенье?

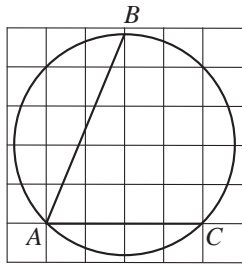
Ответ: _____.

- 2** При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение будет в цепи через 5 часов работы фонарика. Ответ дайте в вольтах.



Ответ: _____.

- 3 Найдите градусную меру дуги BC окружности, на которую опирается угол BAC . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

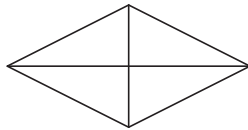
- 4 Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 1, но не дойдя до отметки 7.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\frac{8}{9}x = 15\frac{1}{9}$.

Ответ: _____.

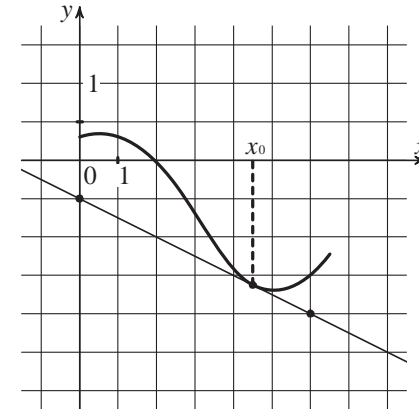
- 6 Площадь ромба равна 74. Одна из его диагоналей равна 4. Найдите другую диагональ.



Ответ: _____.

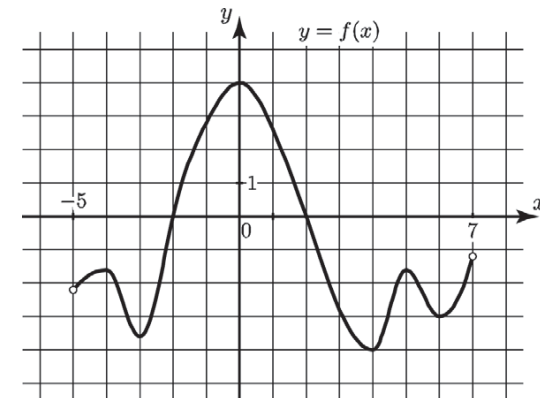
Выполните **ТОЛЬКО ОДНО** из заданий: 7.1 или 7.2.

- 7.1 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



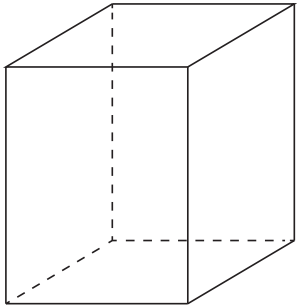
Ответ: _____.

- 7.2 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-5; 7)$. Найдите наименьшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[1; 6,5]$.



Ответ: _____.

- 8 Найдите боковое ребро правильной четырёхугольной призмы, если сторона её основания равна 15, а площадь поверхности равна 930.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{a^5 b^{-6}}{(2a)^2 b^{-4}} \cdot \frac{28}{a^3 b^{-2}}$.

Ответ: _____.

- 10 Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу $m = 2175$ тонн, представляют собой две пустотелые балки длиной $l = 15$ метров и шириной s метров каждая. Давление экскаватора на почву, выражаемое в килопаскалях, определяется формулой $p = \frac{mg}{2ls}$, где m — масса экскаватора (в тоннах), l — длина балок в метрах, s — ширина балок в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление p не должно превышать 290 кПа. Ответ выразите в метрах.

Ответ: _____.

- 11 Первый и второй насосы наполняют бассейн за 20 минут, второй и третий — за 21 минуту, а первый и третий — за 28 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

Ответ: _____.

Выполните только ОДНО из заданий: 12.1 или 12.2.

- 12.1 Найдите наибольшее значение функции $y = 9 \cos x + 15x - 4$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: _____.

- 12.1 Найдите наименьшее значение функции $y = \log_2(x^2 + 10x + 57) - 8$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $(\sqrt{2} \sin^2 x + \cos x - \sqrt{2})\sqrt{-6 \sin x} = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

- 14 Все рёбра правильной треугольной пирамиды $SBCD$ с вершиной S равны 18. Основание O высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка SS_1 , M — середина ребра SB , точка L лежит на ребре CD так, что $CL : LD = 7 : 2$.
а) Докажите, что сечение пирамиды $SBCD$ плоскостью S_1LM — равнобокая трапеция.
б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.

- 15 Решите неравенство $\frac{(5x-2)^2}{x-3} \geq \frac{4-20x+25x^2}{24-11x+x^2}$.

16 В треугольник ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке M , причём $AM = 5R$ и $CM = 1,5R$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите расстояние между центрами его вписанной и описанной окружностей, если известно, что $R = 4$.

17 По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 20 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивает на 21 % в течение каждого из первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад всё ещё останется выгоднее вклада «А».

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2(2y - x)a = 1 - 2a - 4a^2, \\ x^2 + y^2 - 4(x - y)a = 4 - 4a - 7a^2 \end{cases}$$

не имеет решений.

19 Будем называть четырёхзначное число очень счастливым, если все цифры в его десятичной записи различны, а сумма первых двух из этих цифр равна сумме последних двух из них. Например, очень счастливым является число 3140.

а) Существуют ли двадцать последовательных четырёхзначных чисел, среди которых есть три очень счастливых?

б) Может ли разность двух очень счастливых четырёхзначных чисел равняться 2016?

в) Найдите наименьшее простое число, для которого не существует кратного ему очень счастливого четырёхзначного числа.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
11 класс

18 декабря 2015 года
Вариант МА10211
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

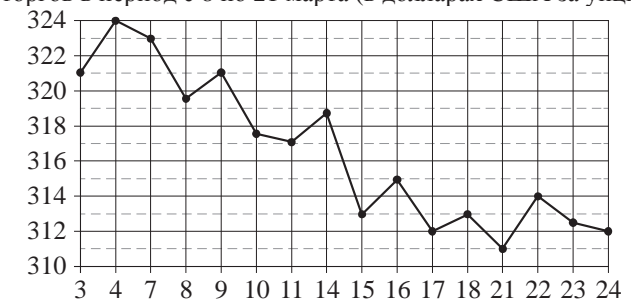
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Среди 45 000 жителей города 60 % не интересуются футболом. Среди жителей, интересующихся футболом, 75 % смотрели по телевизору финал Лиги чемпионов. Сколько жителей города смотрело этот матч по телевизору?

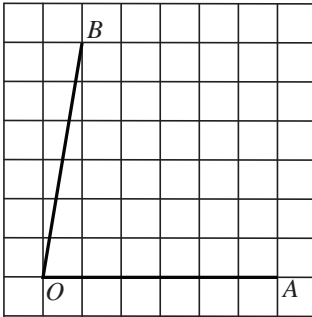
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показана цена золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 24 марта 2002 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену золота на момент закрытия торгов в период с 8 по 21 марта (в долларах США за унцию).



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите тангенс этого угла.



Ответ: _____.

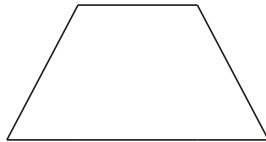
- 4 В классе 26 учащихся, среди них два друга — Олег и Михаил. Класс случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Олег и Михаил окажутся в одной группе.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{8}{3x-43}} = \frac{1}{4}$.

Ответ: _____.

- 6 Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 20, а её площадь равна 112. Найдите периметр трапеции.



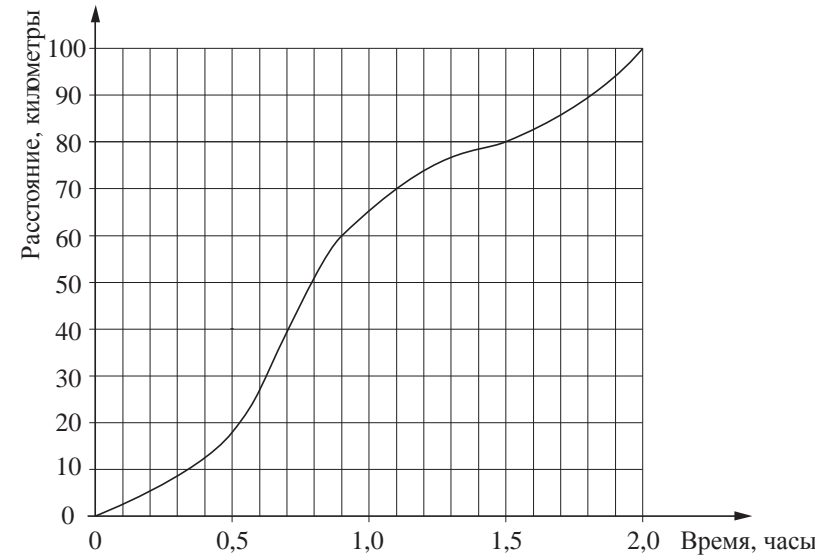
Ответ: _____.

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 7.1 или 7.2.

- 7.1 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -\frac{1}{6}t^3 + 7t^2 + 6t + 1$, где x — расстояние от точки отсчёта (в метрах), t — время движения (в секундах). Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 6$ с.

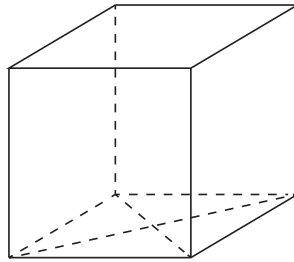
Ответ: _____.

- 7.2 На рисунке показан график движения автомобиля по маршруту. На оси абсцисс откладывается время (в часах), на оси ординат — пройденный путь (в километрах). Найдите среднюю скорость движения автомобиля на данном маршруте. Ответ дайте в км/ч.



Ответ: _____.

- 8 Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 6 и 8, и боковым ребром, равным 10.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $(9ax - (-6xa)) : 3ax$.

Ответ: _____.

- 10 При движении ракеты её видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, вычисляется по закону $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, где $l_0 = 95$ м —

длина покоящейся ракеты, $c = 3 \cdot 10^5$ км/с — скорость света, а v — скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть скорость ракеты, чтобы её наблюдаемая длина стала равна 57 м? Ответ выразите в км/с.

Ответ: _____.

- 11 Двум гонщикам предстоит проехать 85 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 8 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 17 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 48 минут? Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 12 Найдите наименьшее значение функции $y = 4^{x^2 - 2x + 5}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $(2\cos^2 x + \sin x - 2)\sqrt{5\operatorname{tg} x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

- 14 Все рёбра правильной треугольной пирамиды $SBCD$ с вершиной S равны 9. Основание O высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка SS_1 , M — середина ребра SB , точка L лежит на ребре CD так, что $CL : LD = 7 : 2$.

а) Докажите, что сечение пирамиды $SBCD$ плоскостью S_1LM — равнобокая трапеция.

б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.

- 15 Решите неравенство $\frac{(5x-3)^2}{x-2} \geq \frac{9-30x+25x^2}{14-9x+x^2}$.

- 16 В треугольник ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке M , причём $AM = 2R$ и $CM = 3R$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите расстояние между центрами его вписанной и описанной окружностей, если известно, что $R = 2$.

- 17 По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивает на 11 % в течение каждого из первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад всё ещё останется выгоднее вклада «А».

- 18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2(2y - x)a = 1 + 2a - 4a^2, \\ x^2 + y^2 + 4(x - y)a = 4 + 4a - 7a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19

Будем называть четырёхзначное число очень счастливым, если все цифры в его десятичной записи различны, а сумма первых двух из этих цифр равна сумме последних двух из них. Например, очень счастливым является число 3140.

- а) Существуют ли десять последовательных четырёхзначных чисел, среди которых есть два очень счастливых?
- б) Может ли разность двух очень счастливых четырёхзначных чисел равняться 2015?
- в) Найдите наименьшее натуральное число, для которого не существует кратного ему очень счастливого четырёхзначного числа.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
11 класс

18 декабря 2015 года
Вариант МА10212
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

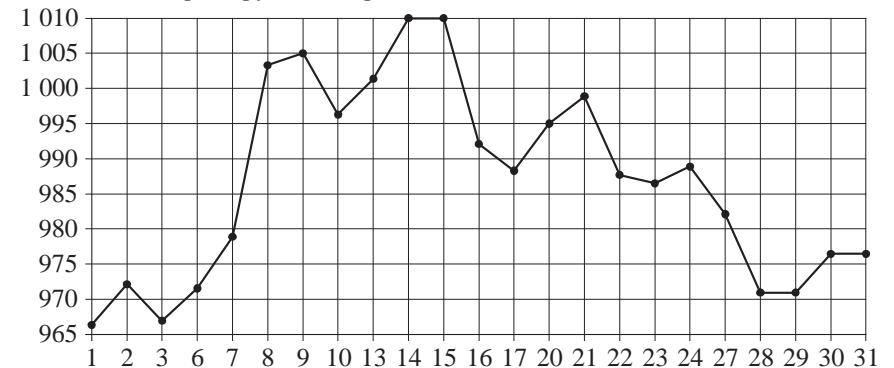
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Среди 85 000 жителей города 40 % не интересуются футболом. Среди жителей, интересующихся футболом, 90 % смотрели по телевизору финал чемпионата мира. Сколько жителей города смотрело этот матч по телевизору?

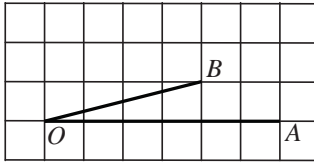
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показана цена золота, установленная Центробанком РФ, во все рабочие дни в октябре 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена золота в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену золота на момент закрытия торгов в период с 3 по 13 октября (в рублях за грамм).



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите тангенс этого угла.



Ответ: _____.

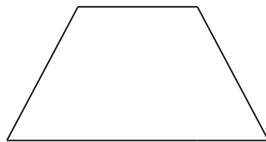
- 4 В классе 21 учащийся, среди них два друга — Вадим и Олег. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Олег окажутся в одной группе.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{7}{4x-57}} = \frac{1}{3}$.

Ответ: _____.

- 6 Основания равнобедренной трапеции равны 5 и 11, а её площадь равна 32. Найдите периметр трапеции.



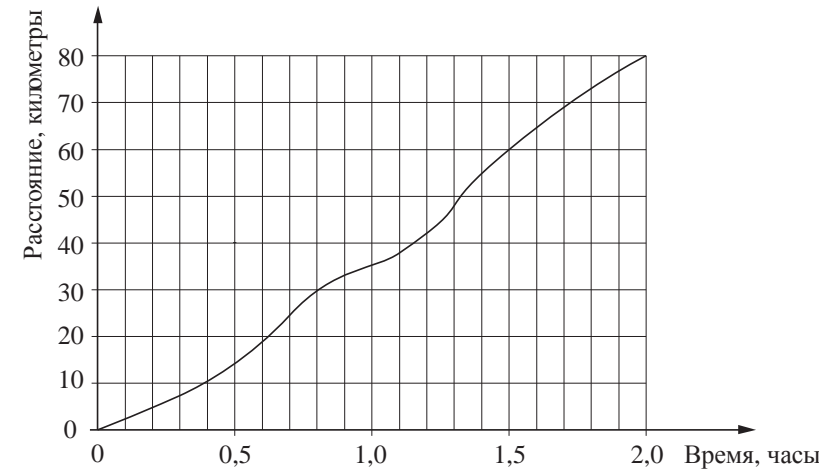
Ответ: _____.

Выполните **ТОЛЬКО ОДНО** из заданий: 7.1 или 7.2.

- 7.1 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 8t^2 - 9t + 28$, где x — расстояние от точки отсчёта (в метрах), t — время движения (в секундах). Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 2$ с.

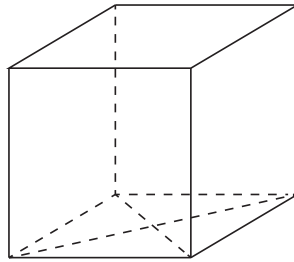
Ответ: _____.

- 7.2 На рисунке показан график движения автомобиля по маршруту. На оси абсцисс откладывается время (в часах), на оси ординат — пройденный путь (в километрах). Найдите среднюю скорость движения автомобиля на данном маршруте. Ответ дайте в км/ч.



Ответ: _____.

- 8 Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 9 и 12, и боковым ребром, равным 5.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $(5ax - (-3xa)) : 4ax$.

Ответ: _____.

- 10 При движении ракеты её видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, вычисляется по закону $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, где $l_0 = 50$ м — длина покоящейся ракеты, $c = 3 \cdot 10^5$ км/с — скорость света, а v — скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть скорость ракеты, чтобы её наблюдаемая длина стала равна 14 м? Ответ выразите в км/с.

Ответ: _____.

- 11 Двум гонщикам предстоит проехать 68 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 6 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 15 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 60 минут? Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 12 Найдите наименьшее значение функции $y = 5^{x^2 - 6x + 12}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $(\sqrt{2} \sin^2 x + \cos x - \sqrt{2}) \sqrt{-6 \sin x} = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.
- 14 Все рёбра правильной треугольной пирамиды $SBCD$ с вершиной S равны 18. Основание O высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка SS_1 , M — середина ребра SB , точка L лежит на ребре CD так, что $CL : LD = 7 : 2$.
 а) Докажите, что сечение пирамиды $SBCD$ плоскостью S_1LM — равнобокая трапеция.
 б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.
- 15 Решите неравенство $\frac{(5x-2)^2}{x-3} \geq \frac{4-20x+25x^2}{24-11x+x^2}$.
- 16 В треугольник ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке M , причём $AM = 5R$ и $CM = 1,5R$.
 а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
 б) Найдите расстояние между центрами его вписанной и описанной окружностей, если известно, что $R = 4$.
- 17 По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 20 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивает на 21 % в течение каждого из первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад всё ещё останется выгоднее вклада «А».

- 18** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2(2y - x)a = 1 - 2a - 4a^2, \\ x^2 + y^2 - 4(x - y)a = 4 - 4a - 7a^2 \end{cases}$$

не имеет решений.

- 19** Будем называть четырёхзначное число очень счастливым, если все цифры в его десятичной записи различны, а сумма первых двух из этих цифр равна сумме последних двух из них. Например, очень счастливым является число 3140.

а) Существуют ли двадцать последовательных четырёхзначных чисел, среди которых есть три очень счастливых?

б) Может ли разность двух очень счастливых четырёхзначных чисел равняться 2016?

в) Найдите наименьшее простое число, для которого не существует кратного ему очень счастливого четырёхзначного числа.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

13

а) Решите уравнение $(2\cos^2 x + \sin x - 2)\sqrt{5\operatorname{tg} x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Решение.

а)

$$(2\cos^2 x + \sin x - 2)\sqrt{5\operatorname{tg} x} = 0; \quad \begin{cases} \operatorname{tg} x = 0, \\ \operatorname{tg} x \geq 0, \\ 2\cos^2 x + \sin x - 2 = 0; \end{cases}$$

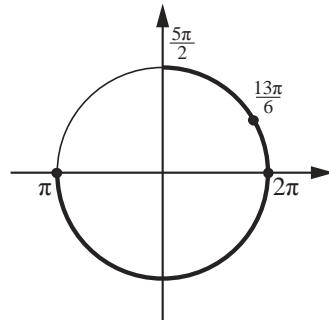
$$\begin{cases} \operatorname{tg} x = 0, \\ \operatorname{tg} x \geq 0, \\ \sin x - 2\sin^2 x = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} \operatorname{tg} x = 0, \\ \operatorname{tg} x \geq 0, \\ \sin x(1 - 2\sin x) = 0, \end{cases}$$

откуда $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$, или $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

б) Корни, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$, отберём с помощью единичной окружности.

Получаем $\pi, 2\pi$ и $\frac{13\pi}{6}$.

Ответ: а) $\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $\pi; 2\pi; \frac{13\pi}{6}$.



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

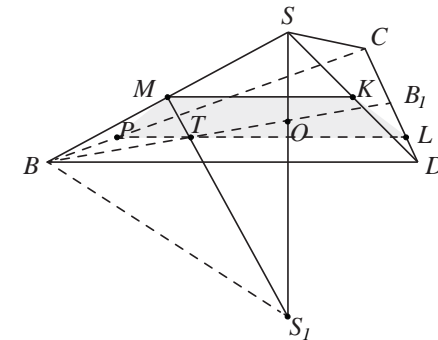
14

Все рёбра правильной треугольной пирамиды $SBCD$ с вершиной S равны 9. Основание O высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка SS_1 , M — середина ребра SB , точка L лежит на ребре CD так, что $CL:LD = 7:2$.

а) Докажите, что сечение пирамиды $SBCD$ плоскостью S_1LM — равнобокая трапеция.

б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.

Решение.



а) Проведём медиану S_1M треугольника SS_1B , которая пересекает медиану BB_1 основания BCD в точке T . Тогда $BT:TB_1 = 4:5$, поскольку BB_1 также является медианой треугольника SS_1B .

Точка L , в свою очередь, делит отрезок B_1D в отношении $DL:LB_1 = 4:5$, так как $LD:LC = 2:7$ и отрезок BB_1 — медиана треугольника BCD . Следовательно, сторона сечения, проходящая через точки L и T , параллельна стороне BD основания BCD . Пусть прямая LT пересекает BC в точке P .

Проведём через точку M среднюю линию в треугольнике SBD , пусть она пересекает сторону SD в точке K . Тогда $PMKL$ — искомое сечение, причём $BP = DL$ и $BM = KD$. Из равенства треугольников BMP и DKL получим $MP = KL$, а значит, $PMKL$ — равнобокая трапеция.

б) Большее основание PL трапеции равно 7, поскольку треугольник LPC правильный. Второе основание MK равно 4,5, поскольку MK — средняя линия правильного треугольника SBD . Следовательно, средняя линия трапеции равна $\frac{7 + 4,5}{2} = 5,75$.

Ответ: б) 5,75.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i>	2
Верно доказан пункт <i>a</i> . ИЛИ Верно решён пункт <i>b</i> при отсутствии обоснований в пункте <i>a</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

15

Решите неравенство $\frac{(5x-3)^2}{x-2} \geq \frac{9-30x+25x^2}{14-9x+x^2}$.

Решение.

Преобразуем неравенство:

$$\frac{(5x-3)^2}{x-2} \geq \frac{9-30x+25x^2}{14-9x+x^2}; \quad \frac{(5x-3)^2}{x-2} - \frac{(5x-3)^2}{(x-2)(x-7)} \geq 0;$$

$$\frac{(5x-3)^2(x-8)}{(x-2)(x-7)} \geq 0; \quad \begin{cases} x=0,6; \\ 2 < x < 7; \\ x \geq 8. \end{cases}$$

Ответ: $\{0,6\} \cup (2; 7) \cup [8; +\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит вычислительную ошибку, возможно, приведшую к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

16

В треугольник *ABC* вписана окружность радиуса *R*, касающаяся стороны *AC* в точке *M*, причём *AM* = 2*R* и *CM* = 3*R*.

- Докажите, что треугольник *ABC* прямоугольный.
- Найдите расстояние между центрами его вписанной и описанной окружностей, если известно, что *R* = 2.

Решение.

а) Пусть вписанная окружность касается стороны *BC* в точке *K*. Обозначим *BK* = *x*. Пусть *S* — площадь треугольника, *p* — полупериметр.

Тогда $p = 2R + 3R + x = 5R + x$, $S = pR = R(5R + x)$.

С другой стороны, по формуле Герона

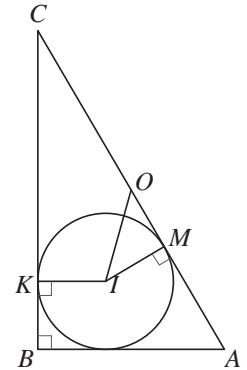
$$S = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)} = \sqrt{(5R+x) \cdot 2R \cdot 3R \cdot x} = R\sqrt{6x(5R+x)}.$$

Из уравнения $R(5R+x) = R\sqrt{6x(5R+x)}$ получаем, что $R = x$. Стороны треугольника *ABC* равны 5*R*, 4*R* и 3*R*, следовательно, этот треугольник прямоугольный с прямым углом при вершине *B*.

б) Пусть *I* и *O* — центры соответственно вписанной и описанной окружностей треугольника *ABC*. Точка *O* — середина гипотенузы *AC* = 5*R* = 10, и $OM = AO - AM = 5 - 2R = 1$.

Тогда $IO = \sqrt{OM^2 + MI^2} = \sqrt{1^2 + R^2} = \sqrt{5}$.

Ответ: б) $\sqrt{5}$.



Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i>	3
Получен обоснованный ответ в пункте <i>b</i> . ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , и при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> . ИЛИ При обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки.	1
ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен	0
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

17 По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивает на 11 % в течение каждого из первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад всё ещё останется выгоднее вклада «А».

Решение.

Пусть на каждый тип вклада была внесена сумма S . На вкладе «А» каждый год сумма увеличивается на 10 %, т. е. умножается на коэффициент 1,1. Тогда через три года сумма на вкладе «А» равна $1,1^3 S = 1,331S$. Аналогично на вкладе «Б» сумма через три года будет равна

$$1,11^2 \left(1 + \frac{n}{100}\right) S = 1,2321 \left(1 + \frac{n}{100}\right) S,$$

где n — натуральное число.

По условию требуется найти наименьшее целое решение неравенства

$$1,2321 \left(1 + \frac{n}{100}\right) S > 1,331S;$$

$$n > 100 \frac{13310 - 12321}{12321} = 100 \frac{989}{12321} = 8,02\dots;$$

$$n = 9.$$

Ответ: 9.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки	2
Верно построена математическая модель, и решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2(2y - x)a = 1 + 2a - 4a^2, \\ x^2 + y^2 + 4(x - y)a = 4 + 4a - 7a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Решение.

Запишем систему в виде

$$\begin{cases} (x - a)^2 + (y + 2a)^2 = (1 + a)^2, \\ (x + 2a)^2 + (y - 2a)^2 = (2 + a)^2. \end{cases}$$

Если $a \neq -1, a \neq -2$, то каждое уравнение системы есть уравнение окружности. В этом случае система имеет единственное решение тогда и только тогда, когда расстояние между центрами этих окружностей равно сумме или разности их радиусов.

При $a = -1$ имеем систему

$$\begin{cases} (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0, \\ (x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 1. \end{cases}$$

Эта система решений не имеет. Следовательно, $a = -1$ условию задачи не удовлетворяет.

При $a = -2$ имеем систему

$$\begin{cases} (x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 1, \\ (x - 4)^2 + (y + 4)^2 = 0. \end{cases}$$

Эта система тоже решений не имеет. Следовательно, и $a = -2$ условию задачи не удовлетворяет.

Пусть $a \neq -1, a \neq -2$. Расстояние O_1O_2 между центрами $O_1(a, -2a)$ и $O_2(-2a, 2a)$ равно $O_1O_2 = \sqrt{9a^2 + 16a^2} = 5|a|$, а радиусы $R_1 = |a + 1|$ и $R_2 = |a + 2|$. Решим два уравнения: (1) $O_1O_2 = R_1 + R_2$ и (2) $O_1O_2 = |R_1 - R_2|$. Уравнение (1) имеет вид $5|a| = |a + 1| + |a + 2|$; уравнение (2) имеет вид $5|a| = ||a + 1| - |a + 2||$. Решением уравнения (1) являются числа 1 и $-\frac{3}{7}$.

Решением уравнения (2) являются числа $\pm \frac{1}{5}$.

Ответ: $-\frac{3}{7}; -\frac{1}{5}; \frac{1}{5}; 1$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получены все значения a , но ответ содержит лишнее значение	3
С помощью верного рассуждения получены одно или несколько значений a	2
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения двух окружностей (аналитически или графически)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

19

Будем называть четырёхзначное число очень счастливым, если все цифры в его десятичной записи различны, а сумма первых двух из этих цифр равна сумме последних двух из них. Например, очень счастливым является число 3140.

- а) Существуют ли десять последовательных четырёхзначных чисел, среди которых есть два очень счастливых?
 б) Может ли разность двух очень счастливых четырёхзначных чисел равняться 2015?
 в) Найдите наименьшее натуральное число, для которого не существует кратного ему очень счастливого четырёхзначного числа.

Решение.

- а) Примером таких чисел являются 3012, 3013, ..., 3021. Первое и последнее из них являются очень счастливыми.
 б) Предположим, что это возможно. Пусть \overline{abcd} — десятичная запись меньшего из этих двух очень счастливых чисел, а \overline{klmn} — десятичная запись большего из них. Из условия следует, что либо $10c + d + 15 = 10m + n$, либо $10c + d + 15 = 100 + 10m + n$. Отсюда получаем, что либо $(m + n) - (c + d) = 9(c - m + 1) + 6$, либо $(m + n) - (c + d) = 9(c - m - 10) + 5$. Значит, число $(m + n) - (c + d)$ даёт при делении на 9 или остаток 6, или остаток 5.
 Также из условия следует, что либо $1000a + 100b + 2000 = 1000k + 100l$, либо $1000a + 100b + 2100 = 1000k + 100l$. Отсюда получаем, что либо $(k + l) - (a + b) = 9(a - k + 2) + 2$, либо $(k + l) - (a + b) = 9(a - k + 2) + 3$. Значит, число $(k + l) - (a + b)$ даёт при делении на 9 или остаток 2, или остаток 3.
 Приходим к противоречию, так как по условию $(k + l) - (a + b) = (m + n) - (c + d)$.

в) Покажем, что искомое число равно 11. Для этого сначала приведём примеры очень счастливых четырёхзначных чисел, кратных 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10: число 2680 кратно 1, 2, 4, 5, 8 и 10; число 1890 кратно 3, 6, 7 и 9.

Пусть \overline{abcd} — десятичная запись какого-либо очень счастливого числа, кратного 11. Тогда

$$\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d = 11(91a + 9b + c) + (b - a + d - c).$$

Получаем, что число $b - a + d - c$ кратно 11. Поскольку a, b, c и d — цифры, отсюда следует, что либо $b - a + d - c = 0$, либо $b - a + d - c = 11$, либо $b - a + d - c = -11$.

В первом случае имеем $a + b = c + d$ и $a + c = b + d$. Вычитая эти равенства, получаем $b - c = c - b$, т. е. $b = c$, — противоречие. Во втором случае имеем $a + b = c + d$ и $a + c + 11 = b + d$. Вычитая эти равенства, получаем $b - c - 11 = c - b$, т. е. $2(b - c) = 11$, — тоже противоречие, так как 11 не кратно 2. Аналогичное противоречие получается и в третьем случае. Значит, не существует очень счастливых четырёхзначных чисел, кратных 11.

Ответ: а) Да, например, 3012, 3013, ..., 3021; б) нет; в) 11.

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – пример в п. а, – обоснованное решение в п. б, – искомая оценка в п. в, – пример в п. в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

13

- а) Решите уравнение $(\sqrt{2} \sin^2 x + \cos x - \sqrt{2})\sqrt{-6 \sin x} = 0$.
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

Решение.

а)

$$(\sqrt{2} \sin^2 x + \cos x - \sqrt{2})\sqrt{-6 \sin x} = 0; \begin{cases} \sin x = 0, \\ \sqrt{2} \sin^2 x + \cos x - \sqrt{2} = 0, \\ \sin x \leq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x = 0, \\ \cos x - \sqrt{2} \cos^2 x = 0, \\ \sin x \leq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} \sin x = 0, \\ \cos x(1 - \sqrt{2} \cos x) = 0, \\ \sin x \leq 0, \end{cases}$$

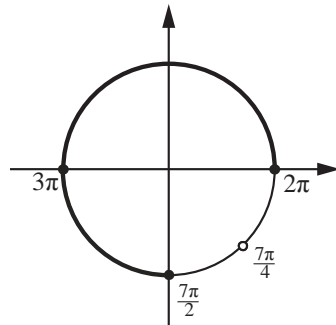
откуда $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$, или $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$, или $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$.

- б) Корни, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$, отберём с помощью единичной окружности.

Получаем $2\pi, 3\pi$ и $\frac{7\pi}{2}$.

Ответ: а) $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}; x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$

$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$ б) $2\pi; 3\pi; \frac{7\pi}{2}$.



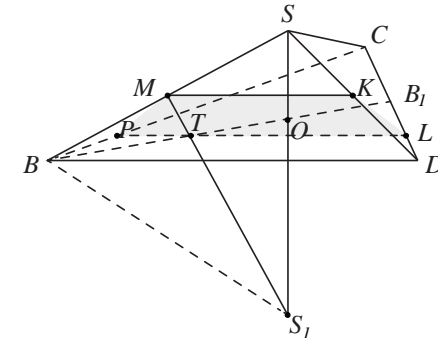
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

14

Все рёбра правильной треугольной пирамиды $SBCD$ с вершиной S равны 18. Основание O высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка SS_1 , M — середина ребра SB , точка L лежит на ребре CD так, что $CL:LD = 7:2$.

- а) Докажите, что сечение пирамиды $SBCD$ плоскостью S_1LM — равнобокая трапеция.
- б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.

Решение.



а) Проведём медиану S_1M треугольника SS_1B , которая пересекает медиану BB_1 основания BCD в точке T . Тогда $BT:TB_1 = 4:5$, поскольку BB_1 также является медианой треугольника SS_1B .

Точка L , в свою очередь, делит отрезок B_1D в отношении $DL:LB_1 = 4:5$, так как $LD:LC = 2:7$ и отрезок BB_1 — медиана треугольника BCD . Следовательно, сторона сечения, проходящая через точки L и T , параллельна стороне BD основания BCD . Пусть прямая LT пересекает BC в точке P .

Проведём через точку M среднюю линию в треугольнике SBD , пусть она пересекает сторону SD в точке K . Тогда $PMKL$ — искомое сечение, причём $BP = DL$ и $BM = KD$. Из равенства треугольников BMP и DKL получим $MP = KL$, а значит, $PMKL$ — равнобокая трапеция.

б) Большее основание PL трапеции равно 14, поскольку треугольник LPC правильный. Второе основание MK равно 9, поскольку MK — средняя линия правильного треугольника SBD . Следовательно, средняя линия трапеции равна $\frac{14+9}{2} = 11,5$.

Ответ: б) 11,5.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i>	2
Верно доказан пункт <i>a</i> . ИЛИ Верно решён пункт <i>b</i> при отсутствии обоснований в пункте <i>a</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

15

Решите неравенство $\frac{(5x-2)^2}{x-3} \geq \frac{4-20x+25x^2}{24-11x+x^2}$.

Решение.

Преобразуем неравенство:

$$\frac{(5x-2)^2}{x-3} \geq \frac{4-20x+25x^2}{24-11x+x^2}; \quad \frac{(5x-2)^2}{x-3} - \frac{(5x-2)^2}{(x-3)(x-8)} \geq 0;$$

$$\frac{(5x-2)^2(x-9)}{(x-3)(x-8)} \geq 0; \quad \begin{cases} x=0,4; \\ 3 < x < 8; \\ x \geq 9. \end{cases}$$

Ответ: $\{0,4\} \cup (3;8) \cup [9; +\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит вычислительную ошибку, возможно, приведшую к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

16

В треугольник ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке M , причём $AM = 5R$ и $CM = 1,5R$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите расстояние между центрами его вписанной и описанной окружностей, если известно, что $R = 4$.

Решение.

а) Пусть вписанная окружность касается стороны BC в точке K . Обозначим $BK = x$. Пусть S — площадь треугольника, p — полупериметр. Тогда

$$p = 5R + 1,5R + x = 6,5R + x, \quad S = pR = R(6,5R + x).$$

С другой стороны, по формуле Герона

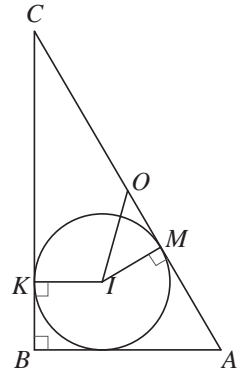
$$S = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)} = \\ = \sqrt{(6,5R+x) \cdot 5R \cdot 1,5R \cdot x} = R\sqrt{7,5x(6,5R+x)}.$$

Из уравнения $R(6,5R+x) = R\sqrt{7,5x(6,5R+x)}$ получаем, что $R = x$. Стороны треугольника ABC равны $6,5R$, $6R$ и $2,5R$, следовательно, этот треугольник прямоугольный с прямым углом при вершине B .

б) Пусть I и O — центры соответственно вписанной и описанной окружностей треугольника ABC . Точка O — середина гипотенузы $AC = 6,5R = 26$, и $OM = CO - CM = 13 - 1,5R = 7$.

Тогда $IO = \sqrt{OM^2 + MI^2} = \sqrt{7^2 + R^2} = \sqrt{65}$.

Ответ: б) $\sqrt{65}$.



Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i>	3
Получен обоснованный ответ в пункте <i>b</i> . ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , и при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> . ИЛИ При обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

17 По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 20 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивает на 21 % в течение каждого из первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад всё ещё останется выгоднее вклада «А».

Решение.

Пусть на каждый тип вклада была внесена сумма S . На вкладе «А» каждый год сумма увеличивается на 20%, т. е. умножается на коэффициент 1,2. Тогда через три года сумма на вкладе «А» равна $1,2^3 S = 1,728S$. Аналогично на вкладе «Б» сумма через три года будет равна

$$1,21^2 \left(1 + \frac{n}{100}\right) S = 1,4641 \left(1 + \frac{n}{100}\right) S,$$

где n — натуральное число.

По условию требуется найти наименьшее целое решение неравенства

$$1,4641 \left(1 + \frac{n}{100}\right) S > 1,728S;$$

$$n > 100 \frac{17280 - 14641}{14641} = 100 \frac{2639}{14641} = 18,02\dots; n = 19.$$

Ответ: 19.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки	2
Верно построена математическая модель, и решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2(2y - x)a = 1 - 2a - 4a^2, \\ x^2 + y^2 - 4(x - y)a = 4 - 4a - 7a^2 \end{cases}$$

не имеет решений.

Решение.

Запишем систему в виде

$$\begin{cases} (x+a)^2 + (y-2a)^2 = (1-a)^2, \\ (x-2a)^2 + (y+2a)^2 = (2-a)^2. \end{cases}$$

Если $a \neq 1, a \neq 2$, то каждое уравнение системы есть уравнение окружности.

В этом случае система не имеет решений тогда и только тогда, когда расстояние между центрами этих окружностей больше суммы или меньше разности их радиусов.

При $a = 1$ имеем систему

$$\begin{cases} (x+1)^2 + (y-2)^2 = 0, \\ (x-2)^2 + (y+2)^2 = 1. \end{cases}$$

Эта система решений не имеет. Следовательно, $a = 1$ удовлетворяет условию задачи.

При $a = 2$ имеем систему

$$\begin{cases} (x+2)^2 + (y-4)^2 = 1, \\ (x-4)^2 + (y+4)^2 = 0. \end{cases}$$

Эта система тоже решений не имеет. Следовательно, и $a = 2$ удовлетворяет условию задачи.

Пусть $a \neq 1, a \neq 2$. Расстояние O_1O_2 между центрами $O_1(-a, 2a)$ и $O_2(2a, -2a)$ равно $O_1O_2 = \sqrt{9a^2 + 16a^2} = 5|a|$, а радиусы $R_1 = |1-a|$ и $R_2 = |2-a|$. Решим два неравенства: (1) $O_1O_2 > R_1 + R_2$ и (2) $O_1O_2 < |R_1 - R_2|$. Неравенство (1) имеет вид $5|a| > |1-a| + |2-a|$; неравенство (2) имеет вид $5|a| < ||1-a| - |2-a||$. Решением неравенства (1) являются промежутки $(-\infty; -1)$ и $\left(\frac{3}{7}; +\infty\right)$. Решением неравенства (2) является промежуток

$$\left(-\frac{1}{5}; \frac{1}{5}\right).$$

Ответ: $(-\infty; -1) \cup \left(-\frac{1}{5}; \frac{1}{5}\right) \cup \left(\frac{3}{7}; +\infty\right)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получены все промежутки значений a , возможно, с включением граничных точек	3
С помощью верного рассуждения получены один или несколько промежутков значений, возможно, с включением граничных точек a	2
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения двух окружностей (аналитически или графически)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

19 Будем называть четырёхзначное число очень счастливым, если все цифры в его десятичной записи различны, а сумма первых двух из этих цифр равна сумме последних двух из них. Например, очень счастливым является число 3140.

- а) Существуют ли двадцать последовательных четырёхзначных чисел, среди которых есть три очень счастливых?
 б) Может ли разность двух очень счастливых четырёхзначных чисел равняться 2016?
 в) Найдите наименьшее простое число, для которого не существует кратного ему очень счастливого четырёхзначного числа.

Решение.

а) Примером таких чисел являются 5014, 5015, ..., 5033. Очень счастливыми среди них являются числа 5014, 5023 и 5032.

б) Предположим, что это возможно. Пусть \overline{abcd} — десятичная запись меньшего из этих двух очень счастливых чисел, а \overline{klmn} — десятичная запись большего из них. Из условия следует, что либо $10c + d + 16 = 10m + n$, либо $10c + d + 16 = 100 + 10m + n$. Отсюда получаем, что либо $(m + n) - (c + d) = 9(c - m + 1) + 7$, либо $(m + n) - (c + d) = 9(c - m - 10) + 6$. Значит, число $(m + n) - (c + d)$ даёт при делении на 9 или остаток 7, или остаток 6.

Также из условия следует, что либо $1000a + 100b + 2000 = 1000k + 100l$, либо $1000a + 100b + 2100 = 1000k + 100l$. Отсюда получаем, что либо $(k + l) - (a + b) = 9(a - k + 2) + 2$, либо $(k + l) - (a + b) = 9(a - k + 2) + 3$. Значит, число $(k + l) - (a + b)$ даёт при делении на 9 или остаток 2, или остаток 3.

Приходим к противоречию, так как по условию $(k + l) - (a + b) = (m + n) - (c + d)$.

в) Покажем, что искомое число равно 11. Для этого сначала приведём примеры очень счастливых четырёхзначных чисел кратных 2, 3, 5 и 7: число 2680 кратно 2 и 5; число 1890 кратно 3 и 7.

Пусть \overline{abcd} — десятичная запись какого-либо очень счастливого числа, кратного 11. Тогда

$$\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d = 11(91a + 9b + c) + (b - a + d - c).$$

Получаем, что число $b - a + d - c$ кратно 11. Поскольку a, b, c и d — цифры, отсюда следует, что либо $b - a + d - c = 0$, либо $b - a + d - c = 11$, либо $b - a + d - c = -11$.

В первом случае имеем $a + b = c + d$ и $a + c = b + d$. Вычитая эти равенства, получаем $b - c = c - b$, т. е. $b = c$, — противоречие. Во втором случае имеем $a + b = c + d$ и $a + c + 11 = b + d$. Вычитая эти равенства, получаем $b - c - 11 = c - b$, т. е. $2(b - c) = 11$, — тоже противоречие, так как 11 не кратно 2. Аналогичное противоречие получается и в третьем случае. Значит, не существует очень счастливых четырёхзначных чисел, кратных 11.

Ответ: а) Да, например, 5014, 5015, ..., 5033; б) нет; в) 11.

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – пример в п. а, – обоснованное решение в п. б, – искомая оценка в п. в, – пример в п. в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4