

Единый государственный экзамен**по ИНФОРМАТИКЕ и ИКТ****Тренировочный вариант №1801****22 октября 2017 г.**<http://ege-inf.ru>

В экзаменационных заданиях используются следующие соглашения.

1) Обозначения для логических связей (операций):

- а) отрицание (инверсия, логическое НЕ) обозначается \neg (например, $\neg A$);
- б) конъюнкция (логическое умножение, логическое И) обозначается \wedge (например, $A \wedge B$) либо $\&$ (например, $A\&B$);
- в) дизъюнкция (логическое сложение, логическое ИЛИ) обозначается \vee (например, $A \vee B$) либо $|$ (например, $A|B$);
- г) следование (импликация) обозначается \rightarrow (например, $A \rightarrow B$);
- д) тождество обозначается \equiv (например, $A \equiv B$). Выражение $A \equiv B$ истинно тогда и только тогда, когда значения A и B совпадают (либо они оба истинны, либо они оба ложны);
- е) символ 1 используется для обозначения истины (истинного высказывания); символ 0 — для обозначения лжи (ложного высказывания).

2) Два логических выражения, содержащих переменные, называются равносильными, если значения этих выражений совпадают при любых значениях переменных. Так, выражения $A \rightarrow B$ и $\neg A \vee B$ равносильны, а $A \vee B$ и $A \wedge B$ неравносильны (значения выражений разные, например, при $A = 1, B = 0$).

3) Приоритеты логических операций: инверсия (отрицание), конъюнкция (логическое умножение), дизъюнкция (логическое сложение), импликация (следование), тождество. Таким образом, $\neg A \wedge B \vee C \wedge D$ означает то же, что и $((\neg A) \wedge B) \vee (C \wedge D)$. Возможна запись $A \wedge B \wedge C$ вместо $(A \wedge B) \wedge C$. То же относится и к дизъюнкции: возможна запись $A \vee B \vee C$ вместо $(A \vee B) \vee C$.

4) Обозначения Мбайт и Кбайт используются в традиционном для информатики смысле — как обозначения единиц измерения, чьё соотношение с единицей «байт» выражается степенью двойки.

Часть 1

1 Сколько значащих нулей содержится в **четверичной** записи шестнадцатеричного числа $123ABC0_{16}$?

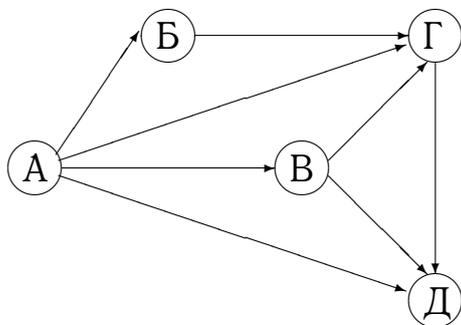
Ответ: _____

2 Укажите количество **различных** логических функций трёх логических переменных x, y, z , которые удовлетворяют приведённому ниже фрагменту таблицы истинности.

x	y	z	$f(x, y, z)$
1	0	1	1
0	0	1	0

Ответ: _____

3 На рисунке схема дорог некоторого района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длине этих дорог.



	П1	П2	П3	П4	П5
П1					1
П2	1		1	4	3
П3				3	2
П4					
П5				1	

Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите длину самого протяжённого маршрута от пункта А до пункта Г.

Ответ: _____

4 При проектировании табличных баз данных для хранения и обработки иерархических структур может использоваться шаблон *Closure Table* («таблица связей»). Согласно этому шаблону, структура страниц некоторого web-сайта хранится в двух таблицах. В таблице *pages* содержатся данные о страницах, а в таблице *pages_treepath* — связи между ними. Таблица связей содержит два поля: ссылку на предка (*ancestor*) и ссылку на потомка (*descendant*).

По данным таблиц *pages* и *pages_treepath* определите количество страниц web-сайта, имеющих первый уровень вложенности.

Таблица <i>pages</i>	
id	title
1	О компании
2	Цены
3	Контакты
4	Вакансии
5	Менеджер по рекламе
6	Веб-дизайнер
7	Сайты
8	Логотипы
9	Знаки
10	Визитка
11	Корпоративный

Таблица <i>pages_treepath</i>	
ancestor	descendant
1	3
1	4
1	5
1	6
4	5
4	6
2	7
2	10
2	11
2	8
2	9
7	10
7	11

Ответ: _____

5 Некоторое сообщение содержит только буквы А, Б, В, Г, Д, причём известно их количество: А — 179, Б — 89, В — 72, Г — 53 и Д — 50. Сколько бит содержит оптимальный префиксный код данного сообщения?

Ответ: _____

6 Автомат получает на вход четырёхзначное десятичное число N . По этому числу строится новое число по следующим правилам.

- 1) Строятся числа N_{12} , N_{34} , которые образованы соответственно двумя левыми и двумя правыми цифрами числа N (в числах N_{12} , N_{34} цифры идут в том же порядке, что и в числе N).
- 2) Вычисляется и печатается в качестве результата поразрядная конъюнкция $N_{12} \& N_{34}$.

Пример. Исходное число: $N = 1206$. $N_{12} = 12$; $N_{34} = 06$. $N_{12} \& N_{34} = 12 \& 6 = 4$.
Результат: 4.

Укажите **наибольшее** число, при обработке которого автомат выдаёт результат **50**.

Ответ: _____

7 Ячейки диапазона **A1:B2** электронной таблицы имеют значения, как показано на рисунке ниже.

	A	B
1	1	1
2	=\$A1*2	=\$B1+A2
3		
...		
10		

Чему станет равно значение в ячейке **B8**, если формулы из ячеек **A2** и **B2** скопировать во все ячейки диапазонов **A3:A10** и **B3:B10** соответственно?

Ответ: _____

8 Запишите число, которое будет напечатано в результате выполнения следующей программы.

Паскаль	C++
<pre> var p, i : integer; begin p := 1; i := 4; while i <= 14 do begin p := p * (i div 4); i := i + 1 end; write(p) end. </pre>	<pre> #include <iostream> int main() { int p=1, i=4; while (i <= 14) { p *= i / 4; i++; } std::cout << p; } </pre>
Бейсик	Python
<pre> DIM P, I AS INTEGER P=1 : I=4 WHILE I <= 14 P=P*(I\4) : I=I+1 WEND PRINT P </pre>	<pre> p, i = 1, 4 while i <= 14 : p *= i // 4 i += 1 print(p) </pre>

Ответ: _____

9 Камера видеорегистратора имеет скорость записи 25 кадров/сек. и разрешение Full HD (1920x1080 пикселей) в режиме TrueColor (24 бита/пиксель). Также регистратор оснащён жёстким диском объёмом 250 Гбайт. Укажите максимальную продолжительность видео (в минутах), которое может снять регистратор, если сжатие данных не используется. Ответ округлите до 10 минут.

Ответ: _____

10 Для передачи сообщений используются 5-буквенные слова, в которых есть только буквы А, В, С, D, причём каждая из букв А, В, С может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Словом считается любая допустимая последовательность букв, не обязательно осмысленная. Сколько раз в слове должна встречаться буква D, если известно, что всего имеется 405 различных кодовых слов?

Ответ: _____

11 Ниже на четырёх языках записан рекурсивный алгоритм F.

Паскаль	C++
<pre>function F(n : integer) : integer; begin if n > 2 then F := F(n - 1) - F(n - 2) else if n = 2 then F := F(n - 1) * F(n - 1) else F := 3 end end end;</pre>	<pre>int F(int n) { if (n > 2) return F(n - 1) - F(n - 2); else if (n == 2) return F(n - 1) * F(n - 1); else return 3; } }</pre>
Бейсик	Python
<pre>FUNCTION F(N) IF N > 2 THEN F = F(N - 1) - F(N - 2) ELSE IF N = 2 THEN F = F(N - 1) * F(N - 1) ELSE F = 3 END IF END IF END FUNCTION</pre>	<pre>def F(n) : if n > 2 : return F(n - 1) - F(n - 2) else : if n == 2 : return F(n - 1) * F(n - 1) else : return 3</pre>

Чему будет равно значение, вычисленное при выполнении вызова F(200)?

Ответ: _____

12 Для узла с IP-адресом 111.3.129.27 адрес сети равен 111.3.128.0. Сколько существует возможных значений третьего слева байта маски?

Ответ: _____

13 Для хранения строк, содержащих только заглавные буквы латинского алфавита, можно использовать алгоритм кодирования повторов (RLE), который заменяет повторяющиеся буквы (серии) на саму букву и число её повторов. Положительные числа используют для записи количества повторов одной буквы, а отрицательные — для записи количества неодинаковых букв, следующих друг за другом. Если длина серии превосходит 16, она разбивается на несколько серий длиной 16 и, возможно, ещё одну длиной меньше 16. Например, строка **ABDDDD** после сжатия примет вид **-2AB3D**. После сжатия производится поразрядное кодирование, все числа и символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит.

Сколько байт потребуется для сжатия и кодирования указанным способом строки **BCBAA AAA AAA AAA EEE**?

Ответ: _____

14 Исполнитель Шифровщик производит поразрядное преобразование натуральных десятичных чисел, используя представленную ниже таблицу шифрования.

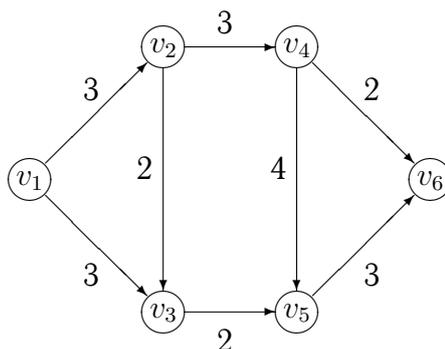
Исходная цифра	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Результат шифрования	3	7	6	1	8	9	4	5	2	0

Пример. Исходное число: 1025. Преобразование разрядов: $1 \rightarrow 7, 0 \rightarrow 3, 2 \rightarrow 6, 5 \rightarrow 9$. Результат: 7369.

Какое минимальное число $n > 0$ раз необходимо зашифровать с помощью Шифровщика число **32006**, чтобы снова получить это число?

Ответ: _____

15 На рисунке изображена схема дорог, связывающих города v_1, \dots, v_6 . По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Числами обозначены пропускные способности перевозки грузов каждой дороги. Какова максимальная величина потока грузов из города v_1 в город v_6 ?



Ответ: _____

16 Сколько нечётных цифр в восьмеричной записи числа $4^{10} - 2^{10} + \frac{1}{2} \cdot 8^2 - 16^2$?

Ответ: _____

17 В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для обозначения логической операции «И» — символ «&». В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц.

Запрос	Количество страниц
<i>пролог</i>	100
<i>пролог алгоритм</i>	150
<i>пролог паскаль</i>	200
<i>алгоритм & паскаль</i>	30
<i>паскаль</i>	100

Какое количество страниц будет найдено по запросу

пролог | алгоритм | паскаль?

Ответ: _____

18 На вещественной плоскости \mathbb{R}^2 заданы две области: $P(x, y) = \{y < |x|\}$ и $Q(x, y) = \{y > \sqrt{4\pi^{-1} - x^2}\}$. Укажите **наибольшую** возможную площадь области A , такой, что формула

$$((x, y) \in A) \wedge (((x, y) \in Q) \vee ((x, y) \in P))$$

тождественно **ложна** для любой пары чисел $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Ответ: _____

19 В программе используется одномерный целочисленный массив A с индексами от 0 до 20. Известно, что в массиве хранятся натуральные двузначные числа. Определите **наибольшее** возможное значение переменной k после выполнения следующего фрагмента программы.

Паскаль	C++
<pre>k := 0; for i := 0 to 20 do k := k + (3 - i mod 6) * A[i];</pre>	<pre>k = 0; for (i = 0; i <= 20; i++) k += (3 - i % 6) * A[i];</pre>
Бейсик	Python
<pre>K = 0 FOR I = 0 TO 20 K = K + (3 - I MOD 6) * A(I) NEXT I</pre>	<pre>k = 0 for i in range(21): k += (3 - i % 6) * A[i]</pre>

Ответ: _____

20 Укажите **наименьшее** натуральное число x , при вводе которого будут напечатаны числа 5 и 6.

Паскаль	C++
<pre> var x, a, b : integer; begin read(x); a := 0; b := 0; while x > 0 do begin a := a + 1; if x mod 10 mod a = 1 then b := b + a; x := x div 10 end; writeln(a, ' ', b) end. </pre>	<pre> #include <iostream> int main() { int x, a = 0, b = 0; std::cin >> x; while (x > 0) { a++; if (x % 10 % a == 1) b += a; x /= 10; } std::cout << a << " " << b; return 0; } </pre>
Бейсик	Python
<pre> DIM X, A, B AS INTEGER INPUT X A = 0 : B = 0 WHILE X > 0 A = A + 1 IF B MOD 10 MOD A = 1 THEN B = B + A END IF X = X \ 10 WEND PRINT A, " ", B </pre>	<pre> x = int(input()) a = b = 0 while x > 0 : a += 1 if x % 10 % a == 1 : b += a x //= 10 print(a, b) </pre>

Ответ: _____

21 Определите, какое число будет напечатано в результате выполнения следующего алгоритма.

Паскаль	C++
<pre> function f(x : integer) : integer; begin f := x * x end; function g(x : integer) : integer; begin g := 2 * x + 1 end; var t : integer; begin t := f(4); while f(g(t)) <> g(f(t)) do t := t - 3; writeln(t) end. </pre>	<pre> #include <iostream> int f(int x) { return x * x; } int g(int x) { return 2 * x + 1; } int main() { int t = f(4); while (f(g(t)) != g(f(t))) t -= 3; std::cout << t; } </pre>
Бейсик	Python
<pre> DIM T AS INTEGER T = F(4) WHILE F(G(T)) <> G(F(T)) T = T - 3 WEND PRINT T FUNCTION F(X) F = X * X END FUNCTION FUNCTION G(X) F = 2 * X + 1 END FUNCTION </pre>	<pre> def f(x) : return x * x def g(x) : return 2 * x + 1 t = f(4) while f(g(t)) != g(f(t)) : t -= 3 print(t) </pre>

Ответ: _____

22 Для некоторого исполнителя, преобразующего число на экране, определены три команды:

1) прибавить 1;

2) прибавить 2;

3) прибавить 3.

Каждая из них увеличивает число на экране на 1, 2 и 3 соответственно. Программа для исполнителя — это последовательность команд.

Сколько существует программ, для которых при исходном числе **2** результатом является число **15**, при этом траектория вычислений содержит **все** числа отрезка $[2; 15]$, **кратные 4**?

Ответ: _____

23 Сколько существует различных наборов значений логических переменных x_1, \dots, x_{10} , при которых следующие выражения истинны?

$$((x_1 \rightarrow x_2) \vee x_1 \wedge \neg x_2) \wedge (x_3 \vee x_4),$$

$$((x_3 \rightarrow x_4) \vee x_3 \wedge \neg x_4) \wedge (x_5 \vee x_6),$$

$$((x_5 \rightarrow x_6) \vee x_5 \wedge \neg x_6) \wedge (x_7 \vee x_8),$$

$$((x_7 \rightarrow x_8) \vee x_7 \wedge \neg x_8) \wedge (x_9 \vee x_{10}).$$

Ответ: _____

Часть 2

24 Требовалось написать программу, которая вычисляет значение многочлена

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

при заданном значении аргумента x . На вход последовательно подаются неотрицательная целая степень многочлена n , значение аргумента x и $n + 1$ значение коэффициентов многочлена a_n, \dots, a_0 .

Паскаль	Си
<pre> var n, x, a, p, i : integer; begin read(n, x); p := x; for i := n downto 1 do begin read(a); p := p * x + a; end; write(p) end. </pre>	<pre> #include <iostream> int main() { int n, x, a; std::cin >> n >> x; int p = x; for (int i = n; i >= 1; i--) { std::cin >> a; p = p * x + a; } std::cout << p; return 0; } </pre>
Бейсик	Python
<pre> DIM N, X, A, P, I AS INTEGER INPUT N, X P = X FOR I = N TO 1 STEP -1 INPUT A P = P * X + A NEXT I PRINT P </pre>	<pre> n = int(input()) x = int(input()) p = x for i in range(n, 0, -1) : a = int(input()) p = p * x + a print(p) </pre>

Последовательно выполните следующее.

- 1) Напишите, что выведет эта программа при вводе чисел 2 1 2 1 0.
- 2) Укажите пример входных данных, при которых, не смотря на ошибки, программа выведет верный ответ и укажите этот ответ.
- 3) Найдите в программе все ошибки (их может быть одна или несколько). Для каждой ошибки выпишите строку, в которой она допущена, и приведите эту же строку в исправленном виде.

Достаточно указать ошибки и способ их исправления для одного языка программирования. Обратите внимание: необходимо исправить приведённую программу, а не написать свою. Требуется заменить только ошибочные строки, но нельзя удалять строки или добавлять новые. За исправления, внесённые в строки, не содержащие ошибок, баллы будут снижаться.

25 Дан массив A , содержащий 2018 целых чисел. Необходимо определить количество элементов этого массива, для которых истинно логическое выражение $(A[i] \neq 10) \rightarrow (3 \cdot A[i] \geq 9)$. Например, в массиве из 4-х элементов, равных соответственно 3; -2; 10; 0, имеется два числа — 3 и 10, для которых вышеуказанное логическое выражение истинно.

Исходные данные объявлены так, как показано ниже. Запрещается использовать не описанные переменные, но допускается не использовать некоторые из них.

Паскаль	C++
<pre> const N=2018; var a : array[0..N-1] of integer; i, m : integer; begin for i:=0 to N-1 do readln(a[i]); ... end. </pre>	<pre> #include<iostream> #define N 2018 int main() { int a[N], i, m; for (i=0; i<N; i++) std::cin>>a[i]; ... return 0; } </pre>
Бейсик	Python
<pre> CONST N=2018 DIM A(N-1), I, M AS INTEGER FOR I=0 TO N-1 INPUT A(I) NEXT I ... END </pre>	<pre> # допускается также использование # целочисленной переменной m N=2018 a = [] for i in range(N) : a.append(int(input())) ... </pre>

В качестве ответа необходимо привести фрагмент программы, который должен находиться на месте многоточия. Допускается решение на другом языке программирования. В этом случае укажите название языка и используемую версию. При этом необходимо использовать те же самые исходные данные и переменные, какие были предложены в условии.

26 Два игрока играют в игру. На координатной плоскости стоит фишка. Игроки ходят по очереди. Ход состоит в том, что игрок перемещает фишку из точки с координатами (x, y) в одну из трёх точек:

- в точку с координатами $(x + 3, y)$;
- в точку с координатами $(x, y + 2)$;
- в точку с координатами $(x, y + 4)$.

Выигрывает игрок, после хода которого расстояние по прямой от фишки до точки с координатами $(0, 0)$ больше 12 единиц. В начальный момент фишка находится в точке с **натуральными** координатами (x_0, y_0) , расстояние от которой до начала координат **меньше 12**.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

- а) Укажите количество начальных точек (x_0, y_0) , при которых первый игрок может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные точки, и укажите выигрывающий ход для точки с минимальной суммой координат $x_0 + y_0$.
б) Укажите такие начальные точки (x_0, y_0) , при которых первый игрок не может выиграть за один ход, но при любом его ходе второй игрок может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию второго игрока.
- Укажите хотя бы одну начальную точку (x_0, y_0) , при которой у первого игрока есть выигрышная стратегия, причём первый игрок не может выиграть за один ход и может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить его противник. Для указанной точки (x_0, y_0) опишите выигрышную стратегию первого игрока.
- Укажите хотя бы одну начальную точку (x_0, y_0) , при которой:
 - у второго игрока есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре противника, и
 - у второго игрока нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.Для указанной точки (x_0, y_0) опишите выигрышную стратегию второго игрока. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии второго игрока (в виде рисунка или таблицы).

27 Дан набор из N неотрицательных целых чисел. Необходимо определить, какое количество единиц в двоичной записи этих чисел встречается чаще всего. В ответе через пробел укажите найденное количество единиц и число из исходного набора, содержащее соответствующее количество единиц (если таких чисел несколько, то укажите наименьшее из них).

Напишите эффективную по времени и по памяти программу для решения этой задачи. Программа считается эффективной по времени, если при увеличении количества исходных чисел N в k раз время работы программы увеличивается не более чем в k раз. Программа считается эффективной по памяти, если память, необходимая для хранения переменных программы, не превышает одного килобайта и не увеличивается с ростом N .

Описание входных и выходных данных

В первой строке входных данных задаётся количество чисел N ($1 \leq N \leq 10000$). В каждой из последующих N строк записано одно неотрицательное целое число, не превышающее 1000.

Пример входных данных:

5
7
5
9
8
9

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

2 5

В приведённом наборе из 5 чисел имеется один элемент — 8, который имеет одну единицу в двоичной записи; три элемента, которые имеют две единицы в двоичной записи — 5, 9, 9; один элемент — 7, который имеет три единицы в двоичной записи. Чаще всего встречаются числа, содержащие в двоичной записи две единицы, наименьшее из которых — 5.