

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ**

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной, или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

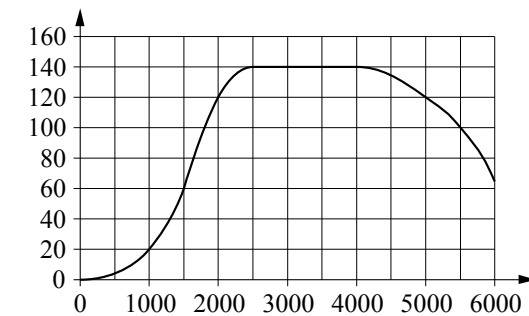
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1 Цена на электрический чайник была повышена на 25% и составила 1625 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

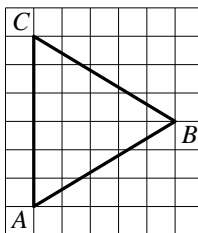
Ответ: _____.

- 2 На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На горизонтальной оси отмечено число оборотов в минуту, на вертикальной оси — крутящий момент в Н·м. Определите по графику крутящий момент, если двигатель совершил 5000 оборотов в минуту. Ответ дайте в Н·м.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его биссектрисы, проведённой из вершины B .



Ответ: _____.

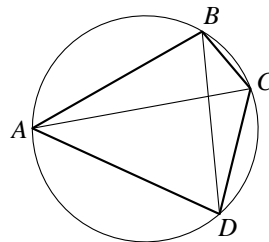
- 4 В среднем из 2000 садовых насосов, поступивших в продажу, 12 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{6}\right)^{x-2} = 6^x$.

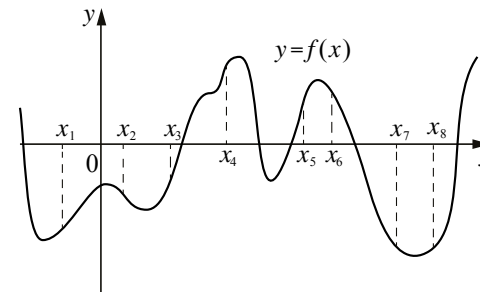
Ответ: _____.

- 6 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 98° , угол CAD равен 44° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



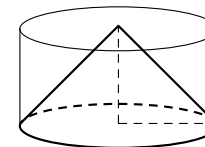
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено восемь точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$. В ответе укажите количество точек (из отмеченных), в которых производная функции $f(x)$ положительна.



Ответ: _____.

- 8 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности конуса равна $3\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $\sqrt{2} \sin \frac{7\pi}{8} \cdot \cos \frac{7\pi}{8}$.

Ответ: _____.

- 10 Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с фокусным расстоянием $f = 36$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 см до 50 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 160 см до 180 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}.$$

На каком наименьшем расстоянии от линзы нужно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким? Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: _____.

- 11 Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 27 км/ч, проходит некоторое расстояние по реке и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 1 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 32 часа после отправления из него. Сколько километров проходит теплоход за весь рейс?

Ответ: _____.

12 Найдите точку минимума функции $y = x^2 - 28x + 96 \cdot \ln x + 31$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}, 4\pi\right]$.

- 14 На рёбрах AB и BC треугольной пирамиды $ABCD$ отмечены точки M и N соответственно, причём $AM : MB = CN : NB = 1 : 2$. Точки P и Q — середины рёбер DA и DC соответственно.

а) Докажите, что точки P , Q , M и N лежат в одной плоскости.

б) Найдите отношение объёмов многогранников, на которые плоскость PQM разбивает пирамиду.

15 Решите неравенство $\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \geq \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 x - 9}$.

- 16 Точка E — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. На стороне AB взяли точку K так, что прямые CK и AE параллельны. Отрезки CK и BE пересекаются в точке O .

а) Докажите, что $CO = KO$.

б) Найдите отношение оснований трапеции BC и AD , если площадь треугольника BCK составляет $\frac{9}{100}$ площади трапеции $ABCD$.

- 17 В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
- Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r .

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение
- $$\sqrt{2x-1} \cdot \ln(4x-a) = \sqrt{2x-1} \cdot \ln(5x+a)$$
- имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

- 19 На доске написано 30 различных натуральных чисел, десятичная запись каждого из которых оканчивается или на цифру 2, или на цифру 6. Сумма написанных чисел равна 2454.
- а) Может ли на доске быть поровну чисел, оканчивающихся на 2 и на 6?
 - б) Может ли ровно одно число на доске оканчиваться на 6?
 - в) Какое наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 6, может быть на доске?