

**Основной Государственный Экзамен по
МАТЕМАТИКЕ, 9 класс**

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит девять заданий: в части 1 — шесть заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 14 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то

на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $\frac{1}{5} + \frac{17}{10}$.

Ответ: _____.

2 В таблице приведены нормативы по прыжкам с места для учащихся 11 класса.

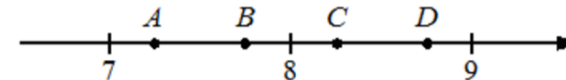
	Мальчики	Девочки
Отметка	«5»	«4»
Расстояние (в см)	230	220

Какую отметку получит девочка, прыгнувшая на 167 см?

- 1) отметка «5» 2) отметка «4»
3) отметка «3» 4) норматив не выполнен

Ответ:

3 На координатной прямой отмечены точки A, B, C и D.



Одна из них соответствует числу $\frac{58}{7}$. Какая это точка?

- 1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D

Ответ:

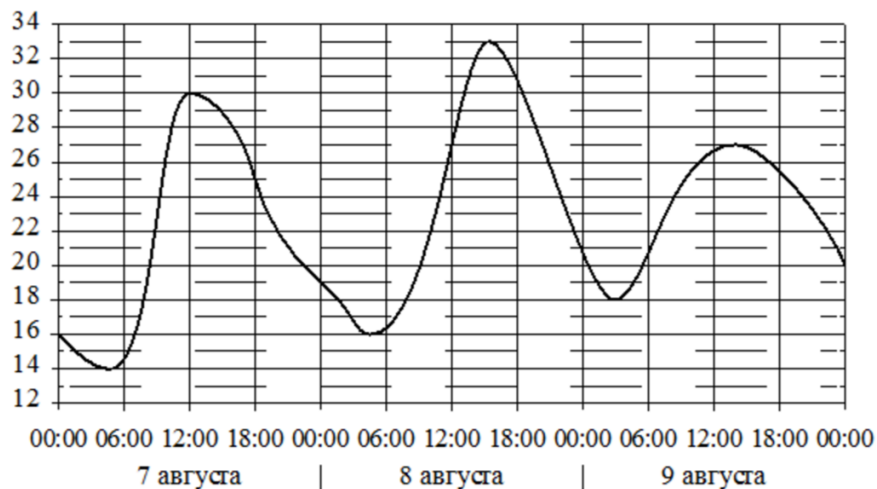


4 Значение какого из данных ниже выражений является рациональным числом?

- 1) $\sqrt{14} \cdot \sqrt{19}$
- 2) $(\sqrt{25} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{25} + \sqrt{3})$
- 3) $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{12}}$
- 4) $\sqrt{12} - 3\sqrt{3}$

Ответ: _____.

5 На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали – значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику наибольшую температуру воздуха 8 августа. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения

$$6x + 1 = -4x.$$

Ответ: _____.

7 Плата за телефон составляет 340 рублей в месяц. В следующем году она увеличится на 20%. Сколько рублей придётся платить ежемесячно за телефон в следующем году?

Ответ: _____.

8 На диаграмме показано содержание питательных веществ в молочном шоколаде. Определите по диаграмме, содержание каких веществ преобладает.



*к прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества

- 1) белки
- 2) жиры
- 3) углеводы
- 4) прочее

В ответе запишите номер выбранного варианта ответа.

Ответ: _____.



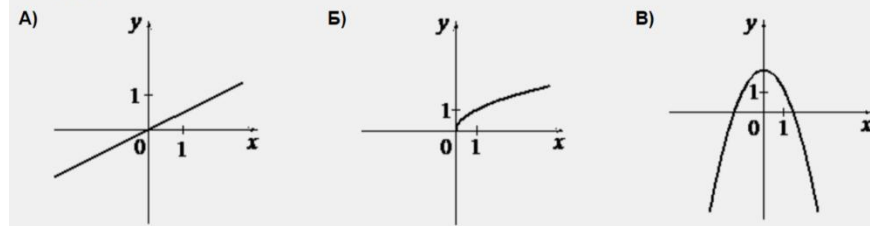
9 На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 4 с мясом, 8 с капустой и 3 с вишней. Петя наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с вишней.

Ответ: _____.

10 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

1) $y = \frac{1}{2}x$

2) $y = 2 - x^2$

3) $y = \sqrt{x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

11 Выписаны первые три члена арифметической прогрессии: 30; 27; 24; ... Найдите 5-й член этой прогрессии.

Ответ: _____.

12 Найдите значение выражения $\frac{a^2-81}{2a^2-18a}$ при $a = 1,5$.

Ответ: _____.

13 В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) длительностью более 5 минут рассчитывается по формуле $C = 150 + 11(t - 5)$, где t – длительность поездки (в минутах). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 15-минутной поездки. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

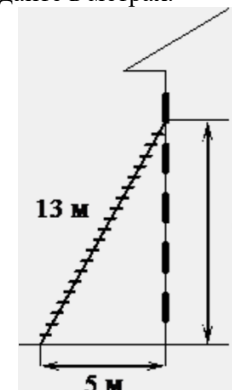
14 Укажите решение неравенства $8x - 8 > 7x + 6$.

- 1) $(-\infty; 14)$
- 2) $(14; +\infty)$
- 3) $(-2; +\infty)$
- 4) $(-\infty; -2)$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

15 Пожарную лестницу длиной 13 м приставили к окну пятого этажа дома. Нижний конец лестницы отстоит от стены на 5 м. На какой высоте расположено окно? Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

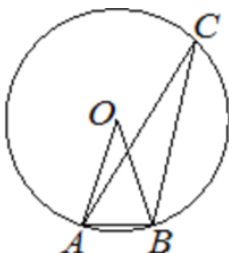


- 16 Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 34° . Найдите его другой острый угол. Ответ дайте в градусах.



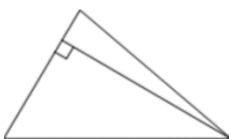
Ответ: _____.

- 17 Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O . Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB . Найдите угол ACB , если угол AOB равен 27° . Ответ дайте в градусах.



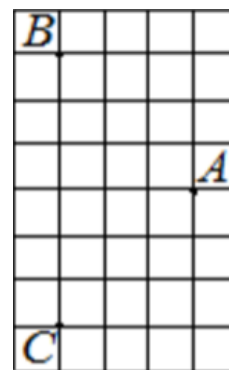
Ответ: _____.

- 18 Сторона треугольника равна 14, а высота, проведённая к этой стороне, равна 31. Найдите площадь этого треугольника.



Ответ: _____.

- 19 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены три точки: A , B и C . Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC .



Ответ: _____.

- 20 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Боковые стороны любой трапеции равны.
- 2) В параллелограмме есть два равных угла.
- 3) Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21 Решите уравнение $x^3 + 3x^2 = 16x + 48$.



22 Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 55 км/ч, а вторую – со скоростью 70 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

23 Постройте график функции

$$y = -4 - \frac{x+1}{x^2+x}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.

Модуль «Геометрия»

24 Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB = 14$, $DC = 42$, $AC = 52$.

25 Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K , лежащей на стороне BC . Докажите, что K – середина BC .

26 В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 12. Найдите стороны треугольника ABC .

О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ЕГЭ 100 баллов» <https://vk.com/ege100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!
Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-10175642_35994898
(также доступны другие варианты для скачивания)

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	6 лет репетиторской деятельности
Регалии:	Основатель проекта Школа Пифагора Трижды победитель олимпиады по высшей математике среди всех студентов Тольяттинского государственного университета
Аккаунт ВК:	https://vk.com/eugene10
Сайт и доп. информация:	https://youtube.com/ШколаПифагора



Система оценивания экзаменационной работы по математике
За правильный ответ на каждое из заданий 1–20 ставится 1 балл.

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	1,9
2	3
3	3
4	2
5	33
6	-0,1
7	408
8	3
9	0,2
10	132
11	18
12	3,5
13	260
14	2
15	12
16	56
17	13,5
18	217
19	3
20	23

Решения заданий части 2
Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $x^3 + 3x^2 = 16x + 48$:

Решение:

Вынесем общий множитель за скобку и слева и справа:

$$x^2(x + 3) = 16(x + 3)$$

$$x^2(x + 3) - 16(x + 3) = 0$$

$$(x + 3)(x^2 - 16) = 0$$

$$x + 3 = 0$$

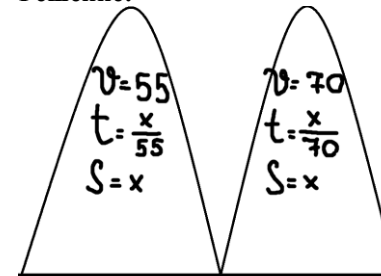
$$x = -3$$

$$\begin{cases} x^2 - 16 = 0 \\ x^2 = 16 \\ x = \pm 4 \end{cases}$$

Ответ: -4; -3; 4

22 Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 55 км/ч, а вторую – со скоростью 70 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение:



Средняя скорость

Чтобы найти среднюю скорость необходимо суммарное пройденное расстояние разделить на суммарное потраченное время

$$V_{\text{средняя}} = \frac{S_{\text{суммарное}}}{t_{\text{суммарное}}}$$



$$V_{\text{средняя}} = \frac{2x}{\frac{x}{55} + \frac{x}{70}} = \frac{2x}{\frac{70x + 55x}{55 \cdot 70}} = \frac{2x \cdot 55 \cdot 70}{125x} = 61,6$$

Ответ: 61,6

23 Постройте график функции

$$y = -4 - \frac{x+1}{x^2+x}$$

Определите, при каких значениях t прямая $y = t$ не имеет с графиком общих точек.

Решение:

Вынесем в знаменателе x за скобку:

$$y = -4 - \frac{x+1}{x(x+1)}$$

ОДЗ:

$x \neq 0$	$x + 1 \neq 0$ $x \neq -1$
------------	-------------------------------

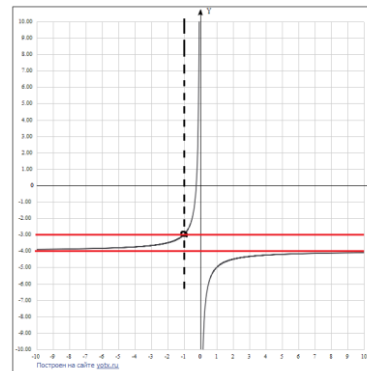
После нахождения ОДЗ сократим:

$$y = -4 - \frac{1}{x}$$

Заполним таблицу значений функции:

x	-2	-1	-0,5	0,5	1	2
y	-3,5	-3	-2	-6	-5	-4,5

Построим асимптоты, график и проведём прямые $y = t$, при которых не будет общих точек с графиком:

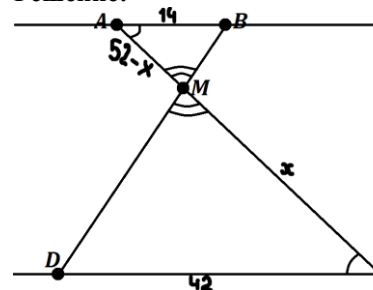


Ответ: -4; -3

Модуль «Геометрия»

24 Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB = 14$, $DC = 42$, $AC = 52$.

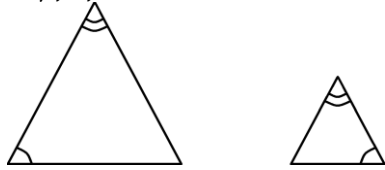
Решение:



Пусть $CM = x$
Тогда $AM = 52 - x$



По двум углам



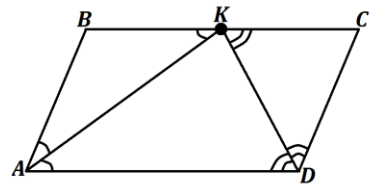
Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны

$$\begin{aligned} \Delta ABM \sim \Delta CDM \text{ по 2 углам} \\ (\angle BAM = \angle DCM - \text{накрест лежащие}) \\ (\angle AMB = \angle CMD - \text{вертикальные}) \\ \frac{AB}{CD} = \frac{AM}{CM} \\ \frac{14}{14} = \frac{52-x}{52-x} \\ \frac{42}{1} = \frac{x}{52-x} \\ \frac{1}{3} = \frac{x}{52-x} \\ x = 3(52-x) \\ x = 156 - 3x \\ 4x = 156 \\ x = \frac{156}{4} = 39 \end{aligned}$$

Ответ: 39

25 Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K , лежащей на стороне BC . Докажите, что K – середина BC .

Решение:



$$\angle BAK = \angle DAK \text{ (т.к. } AK - \text{ биссектриса)}$$

$$\angle AKB = \angle DAK - \text{накрест лежащие при параллельных } AD \text{ и } BC \text{ и секущей } AK$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta ABK - \text{равнобедренный} \\ AB = BK \\ 2 \end{aligned}$$

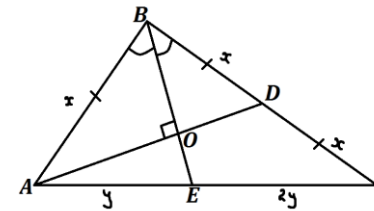
$$\angle ADK = \angle CDK \text{ (т.к. } DK - \text{ биссектриса)}$$

$$\angle CKD = \angle ADK - \text{накрест лежащие при параллельных } AD \text{ и } BC \text{ и секущей } DK$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta CDK - \text{равнобедренный} \\ CK = CD \\ 3 \\ AB = CD \\ \Rightarrow BK = CK \\ \Rightarrow K - \text{середина } BC \end{aligned}$$

26 В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 12. Найдите стороны треугольника ABC .

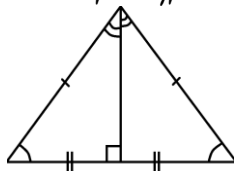
Решение:



$$\begin{aligned} 1 \\ \text{Пусть } AD \cap BE = O \end{aligned}$$



Свойства равнобедренного треугольника



Биссектриса, медиана и высота, проведённые к основанию, равны

Рассмотрим треугольник ABD :

BO – биссектриса и высота

$\Rightarrow \triangle ABD$ – равнобедренный

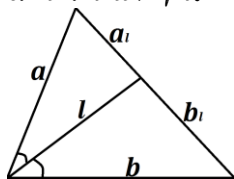
2

Пусть $AB = x = BD = CD$

Тогда $BC = 2x$

Рассмотрим треугольник ABC :

Свойства биссектрисы



$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{AE}{CE} = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{AE}{CE} = \frac{x}{2x}$$

$$\frac{AE}{CE} = \frac{1}{2}$$

Пусть

$AE = y$

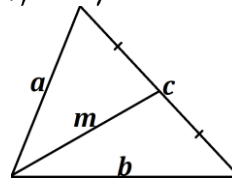
$CE = 2y$

Тогда

$AC = 3y$

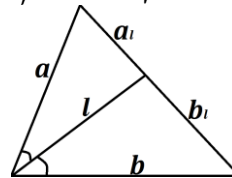
3

Длина медианы



$$m^2 = \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2} - \frac{c^2}{4}$$

Длина биссектрисы



$$l = \sqrt{ab - a_1 \cdot b_1}$$

Рассмотрим треугольник ABC :

Запишем уравнение длины медианы AD и уравнение длины биссектрисы BE в общую систему уравнений и решим её

$$\begin{cases} \text{длина биссектрисы } BE & \left\{ \begin{array}{l} 12 = \sqrt{x \cdot 2x - y \cdot 2y} \\ \text{длина медианы } AD & \left\{ \begin{array}{l} 12^2 = \frac{x^2}{2} + \frac{(3y)^2}{2} - \frac{(2x)^2}{4} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} 12 = \sqrt{2x^2 - 2y^2} & (^2) \\ 144 = \frac{x^2}{2} + \frac{9y^2}{2} - \frac{4x^2}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 144 = 2x^2 - 2y^2 & (:2) \\ 144 = \frac{9y^2}{2} - \frac{x^2}{2} & (\cdot 2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 72 = x^2 - y^2 \\ 288 = 9y^2 - x^2 \end{cases}$$

Решим систему методом алгебраического сложения



$$72 + 288 = x^2 - y^2 + 9y^2 - x^2$$

$$360 = 8y^2$$

$$y^2 = 45$$

$$y = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$72 = x^2 - y^2$$

$$72 = x^2 - 45$$

$$x^2 = 117$$

$$x = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$$

=>

$$AB = x = 3\sqrt{13}$$

$$BC = 2x = 6\sqrt{13}$$

$$AC = 3y = 9\sqrt{5}$$

Ответ: $3\sqrt{13}$; $6\sqrt{13}$; $9\sqrt{5}$

