13 а) Решите уравнение

$$8^x-7\cdot 4^x-2^{x+4}+112=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_2 5; \log_2 11\right]$.

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2^{3x}-7\cdot 2^{2x}-16\cdot 2^x+112=0; \left(4^x-16\right)\left(2^x-7\right)=0.$$

Значит, $4^x=16$, откуда $x=2$, или $2^x=7$, откуда $x=\log_2 7$.

б) Заметим, что $2<\log_2 5<\log_2 7<\log_2 11$.

Значит, указанному отрезку принадлежит корень $\log_2 7$.

Ответ: а) 2; $\log_2 7$; б) $\log_2 7$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

13 а) Решите уравнение

$$2\log_3^2\left(2\cos x\right)-5\log_3\left(2\cos x\right)+2=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

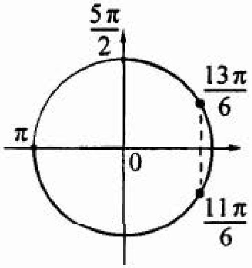
Решение.

а) Пусть $t=\log_3(2\cos x)$, тогда исходное уравнение запишется в виде $2t^2-5t+2=0$, откуда $t=2$ или $t=\frac{1}{2}$.

При $t=2$ получим: $\log_3(2\cos x)=2$, значит, $\cos x=\frac{9}{2}$, что невозможно.

При $t=\frac{1}{2}$ получим: $\log_3(2\cos x)=\frac{1}{2}$, значит, $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$, откуда $x=-\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$, или $x=\frac{\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\pi;\frac{5\pi}{2}\right]$.



Получим числа: $\frac{11\pi}{6}$; $\frac{13\pi}{6}$.

Ответ: а) $-\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) $\frac{11\pi}{6}$; $\frac{13\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

13 а) Решите уравнение

$$2\sin^2 x+4=3\sqrt{3}\sin\left(\frac{3\pi}{2}+x\right).$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$.

Решение.

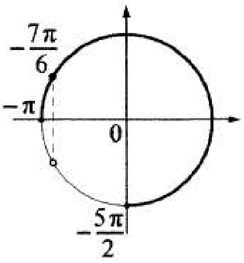
а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2-2\cos^2 x+3\sqrt{3}\cos x+4=0;\ \left(2\cos x+\sqrt{3}\right)\left(\cos x-2\sqrt{3}\right)=0.$$

Значит, $\cos x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$, откуда $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$, или $x=-\frac{5\pi}{6}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z}$.

Уравнение $\cos x=2\sqrt{3}$ корней не имеет.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$.



Получим число $-\frac{7\pi}{6}$.

Ответ: а) $\frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ -\frac{5\pi}{6}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z}$;

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

13 а) Решите уравнение

$$8\sin^2 x+2\sqrt{3}\cos\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)=9.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$.

Решение.

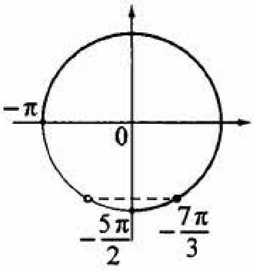
а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$8\sin^2 x-2\sqrt{3}\sin x-9=0;\ \left(2\sin x+\sqrt{3}\right)\left(4\sin x-3\sqrt{3}\right)=0.$$

Значит, $\sin x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$, откуда $x=-\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$, или $x=-\frac{2\pi}{3}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z}$.

Уравнение $\sin x=\frac{3\sqrt{3}}{4}$ корней не имеет.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$.



Получим число $-\frac{7\pi}{3}$.

Ответ: а) $-\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ -\frac{2\pi}{3}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z}$;

б) $-\frac{7\pi}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

13 а) Решите уравнение

$$2^{4\cos x}+3\cdot 2^{2\cos x}-10=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

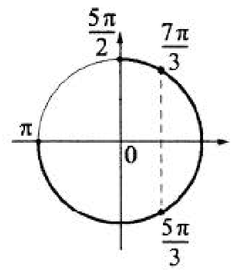
Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде

$$\left(2^{2\cos x}\right)^2+3\ 2^{2\cos x}-10=0;\ \left(2^{2\cos x}-2\right)\left(2^{2\cos x}+5\right)=0.$$

Значит, или $2^{2\cos x}=-5$, что невозможно, или $2^{2\cos x}=2$; $\cos x=\frac{1}{2}$, откуда $x=-\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$, или $x=\frac{\pi}{3}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.



Получим числа: $\frac{5\pi}{3}$; $\frac{7\pi}{3}$.

Ответ: а) $-\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) $\frac{5\pi}{3}$; $\frac{7\pi}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

13 а) Решите уравнение

$$\frac{\sin 2x}{\sin\left(\frac{7\pi}{2}-x\right)}=\sqrt{2}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

Решение.

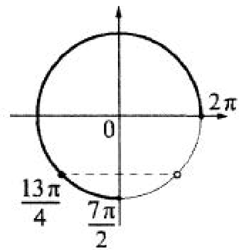
а) Запишем исходное уравнение в виде

$$\frac{2\sin x\ \cos x}{-\cos x}=\sqrt{2}.$$

Значит, $\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, откуда $x=-\frac{\pi}{4}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$, или $x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$.

При этих значениях переменной $\cos x\neq 0$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\frac{7\pi}{2}\right]$.



Получим число $\frac{13\pi}{4}$.

Ответ: а) $-\frac{\pi}{4}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $-\frac{3\pi}{4}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) $\frac{13\pi}{4}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

13 а) Решите уравнение

$$\sin 2x+2\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=\sqrt{3}\cos x+\sqrt{3}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.

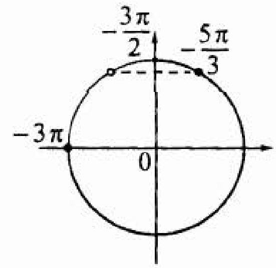
Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2\sin x\cdot\cos x+2\sin x-\sqrt{3}\cos x-\sqrt{3}=0;\ (\cos x+1)\left(2\sin x-\sqrt{3}\right)=0.$$

Значит, или $\cos x=-1$, откуда $x=\pi+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$, или $\sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, откуда $x=\dfrac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$, или $x=\dfrac{2\pi}{3}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\dfrac{3\pi}{2}\right]$.



Получим числа: $-3\pi;\ -\dfrac{5\pi}{3}$.

Ответ: а) $\pi+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z};\ \dfrac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};$

$\dfrac{2\pi}{3}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z};$

б) $-3\pi;\ -\dfrac{5\pi}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

13 а) Решите уравнение

$$2\log_9^2 x-3\log_9 x+1=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\sqrt{10};\sqrt{99}\right]$.

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$(2\log_9 x-1)(\log_9 x-1)=0.$$

Значит, $2\log_9 x=1$, откуда $x=3$, или $\log_9 x=1$, откуда $x=9$.

б) Заметим, что $3=\sqrt{9}<\sqrt{10}<9<\sqrt{99}$.

Значит, указанному отрезку принадлежит корень 9.

Ответ: а) 3 и 9; б) 9.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2